



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE INFORMÁTICA Y ELECTRÓNICA**  
**ESCUELA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN TELECOMUNICACIONES**  
**Y REDES**

**“EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN DE LAS TÉCNICAS DE  
POSICIONAMIENTO EN 1D Y 2D BASADAS EN ALGORITMOS PARA LA  
RESOLUCIÓN DE LA DIRECCIÓN DE ARRIBO (DOA)”**

**TRABAJO DE TITULACIÓN**

**TIPO: PROPUESTA TECNOLÓGICA**

Presentado para optar al grado académico de:

**INGENIERO EN ELECTRÓNICA, TELECOMUNICACIONES Y REDES**

**AUTOR: ALFONSO ISRAEL CABRERA ORDÓÑEZ**

**TUTORA: ING. MÓNICA ANDREA ZABALA HARO Msc.**

Riobamba-Ecuador

2019

**©2019, Alfonso Israel Cabrera Ordóñez**

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el derecho de autor.

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**  
**FACULTAD DE INFORMÁTICA Y ELECTRÓNICA**  
**ESCUELA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA EN TELECOMUNICACIONES Y**  
**REDES**

El Tribunal de trabajo de titulación certifica que: El trabajo de titulación: **EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN DE LAS TÉCNICAS DE POSICIONAMIENTO EN 1D Y 2D BASADAS EN ALGORITMOS PARA LA RESOLUCIÓN DE LA DIRECCIÓN DE ARRIBO (DOA)**, de responsabilidad del señor Alfonso Israel Cabrera Ordóñez, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros del Tribunal del trabajo de titulación quedando autorizado su presentación.

ING. JULIO SANTILLÁN  
**VICEDECANO DE LA FACULTAD DE**  
**INFORMÁTICA Y ELECTRÓNICA**

\_\_\_\_\_

ING. PATRICIO ROMERO  
**DIRECTOR DE LA ESCUELA DE**  
**INGENIERÍA ELECTRÓNICA,**  
**TELECOMUNICACIONES Y REDES**

\_\_\_\_\_

ING. MÓNICA ZABALA  
**DIRECTORA DE TESIS**

\_\_\_\_\_

ING. JEFFERSON RIBADENEIRA  
**MIEMBRO DEL TRIBUNAL**

\_\_\_\_\_

Yo, Alfonso Israel Cabrera Ordóñez, soy responsable de las ideas, doctrinas y resultados expuestos en este trabajo de titulación y el patrimonio intelectual del Trabajo de Titulación, y el patrimonio de la misma pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo

---

Alfonso Israel Cabrera Ordóñez

## **DEDICATORIA**

A mis padres, a mi hermana, a mis sobrinos y a mi abuelita Julia, siendo cada uno ellos parte importante en mi vida y quienes me ayudan a mantenerme siempre firme.

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios, quien me ayudó a librar muchas batallas y a levantarme.

A mis padres, Mercy y Alfonso, que pese a todo, han dado y siguen dando el máximo de ellos por sus hijos.

A mi hermana y mis sobrinos, porque gracias a que los he tenido a mi lado, han sido un gran impulso para seguir adelante.

A aquellos miembros de mi familia que han estado de una u otra forma al pendiente de mí en este largo camino.

A la Ingeniera Mónica Zabala por su paciencia y apoyo brindado durante todo este proceso del trabajo de titulación.

Y finalmente, a amigos y compañeros que me brindaron su amistad en el transcurso de esta formación profesional, permitiéndome así, llevarme gratos recuerdos de esta gran etapa de mi vida.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>RESUMEN .....</b>	<b>XVII</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>XVIII</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>1 MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>5</b>
<b>1.1 Dirección de Arribo.....</b>	<b>5</b>
<i>1.1.1 Historia .....</i>	<i>5</i>
<i>1.1.2 Estimación de la Dirección de Arribo .....</i>	<i>8</i>
<b>1.2 Arreglos de antenas.....</b>	<b>9</b>
<i>1.2.1 Introducción .....</i>	<i>9</i>
<i>1.2.2 Arreglo lineal uniforme (ULA) .....</i>	<i>9</i>
<i>1.2.3 Arreglo rectangular uniforme (URA) .....</i>	<i>10</i>
<i>1.2.4 Arreglo Uniforme Circular (UCA).....</i>	<i>10</i>
<i>1.2.5 Aliasing espacial.....</i>	<i>11</i>
<b>1.3 Algoritmos de estimación de la Dirección de Arribo .....</b>	<b>11</b>
<i>1.3.1 Introducción .....</i>	<i>11</i>
<i>1.3.1.1 Modelo de la señal .....</i>	<i>12</i>
<i>1.3.1.2 Matriz de Correlación .....</i>	<i>16</i>
<i>1.3.2 Técnicas de Beamforming.....</i>	<i>17</i>
<i>1.3.2.1 Algoritmo de estimación Bartlett.....</i>	<i>17</i>
<i>1.3.2.2 Algoritmo de estimación Capon .....</i>	<i>18</i>
<i>1.3.3 Técnicas basadas en Subespacios .....</i>	<i>19</i>
<i>1.3.3.1 Algoritmo de estimación MUSIC.....</i>	<i>19</i>
<i>1.3.3.2 Algoritmo de estimación ESPRIT .....</i>	<i>21</i>
<i>1.3.4 Técnica de Máxima Verosimilitud (ML).....</i>	<i>23</i>
<b>1.4 Estimación de Posicionamiento en 1 Dimensión .....</b>	<b>24</b>
<i>1.4.1 Arreglos Unidimensionales .....</i>	<i>24</i>
<b>1.5 Estimación de Posicionamiento en 2 Dimensiones .....</b>	<b>26</b>
<i>1.5.1 Arreglos Bidimensionales.....</i>	<i>26</i>
<i>1.5.2 Canal MIMO .....</i>	<i>27</i>
<b>1.6 Resumen de ecuaciones .....</b>	<b>29</b>

## CAPÍTULO II

<b>2</b>	<b>MARCO METODOLÓGICO .....</b>	<b>30</b>
<b>2.1</b>	<b>Desarrollo de los algoritmos .....</b>	<b>31</b>
<i>2.1.1</i>	<i>Algoritmo Bartlett.....</i>	<i>31</i>
<i>2.1.2</i>	<i>Algoritmo Capon .....</i>	<i>32</i>
<i>2.1.3</i>	<i>Algoritmo MUSIC .....</i>	<i>33</i>
<i>2.1.4</i>	<i>Algoritmo ESPRIT .....</i>	<i>34</i>
<b>2.2</b>	<b>Descripción de la interfaz gráfica del entorno de simulación.....</b>	<b>35</b>
<i>2.2.1</i>	<i>Ingreso de parámetros .....</i>	<i>36</i>
<i>2.2.2</i>	<i>Selección de algoritmos y dimensión del posicionamiento .....</i>	<i>37</i>
<i>2.2.3</i>	<i>Representación gráfica.....</i>	<i>37</i>
<b>2.3</b>	<b>Simulación de los algoritmos para la resolución de la dirección de arribo .....</b>	<b>38</b>
<i>2.3.1</i>	<i>Escenarios .....</i>	<i>39</i>
<i>2.3.1.1</i>	<i>Escenario Base.....</i>	<i>39</i>
<i>2.3.1.2</i>	<i>Escenario 1: Número de elementos igual a 4 .....</i>	<i>40</i>
<i>2.3.1.3</i>	<i>Escenario 2: Número de elementos igual a 12 .....</i>	<i>40</i>
<i>2.3.1.4</i>	<i>Escenario 3: Número de snapshots igual a 2 .....</i>	<i>40</i>
<i>2.3.1.5</i>	<i>Escenario 4: Número de snapshots igual a 300 .....</i>	<i>41</i>
<i>2.3.1.6</i>	<i>Escenario 5: Distancia entre elementos igual a <math>0.2\lambda</math>.....</i>	<i>41</i>
<i>2.3.1.7</i>	<i>Escenario 6: Distancia entre elementos igual a <math>0.7\lambda</math>.....</i>	<i>41</i>
<i>2.3.1.8</i>	<i>Escenario 7: SNR igual a -10, 5 y 10 .....</i>	<i>42</i>

## CAPÍTULO III

<b>3</b>	<b>ANÁLISIS Y RESULTADOS .....</b>	<b>43</b>
<b>3.1</b>	<b>Simulación de escenarios .....</b>	<b>43</b>
<i>3.1.1</i>	<i>Simulación del escenario base .....</i>	<i>43</i>
<i>3.1.2</i>	<i>Simulación variando el número de elementos del arreglo.....</i>	<i>47</i>
<i>3.1.2.1</i>	<i>Escenario 1.....</i>	<i>47</i>
<i>3.1.2.2</i>	<i>Escenario 2.....</i>	<i>51</i>
<i>3.1.3</i>	<i>Simulación variando el número de snapshots .....</i>	<i>55</i>
<i>3.1.3.1</i>	<i>Escenario 3.....</i>	<i>55</i>
<i>3.1.3.2</i>	<i>Escenario 4.....</i>	<i>59</i>
<i>3.1.4</i>	<i>Simulación variando la distancia entre los elementos del arreglo .....</i>	<i>63</i>
<i>3.1.4.1</i>	<i>Escenario 5.....</i>	<i>63</i>
<i>3.1.4.2</i>	<i>Escenario 6.....</i>	<i>67</i>
<i>3.1.5</i>	<i>Simulación variando la relación señal a ruido (SNR).....</i>	<i>71</i>
<i>3.1.5.1</i>	<i>Escenario 7.....</i>	<i>71</i>
<b>3.2</b>	<b>Evaluación y comparación de los algoritmos de estimación DOA .....</b>	<b>74</b>

<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>77</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>79</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	
<b>ANEXOS</b>	

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1-1:</b> Resumen de ecuaciones .....	29
<b>Tabla 1-2:</b> Datos iniciales de las señales para el escenario base .....	39
<b>Tabla 2-2:</b> Número de antenas igual a 4 .....	40
<b>Tabla 3-2:</b> Número de antenas igual a 12 .....	40
<b>Tabla 4-2:</b> Número de snapshots igual a 10. ....	40
<b>Tabla 5-2:</b> Número de snapshots igual a 300.....	41
<b>Tabla 6-2:</b> Distancia entre los elementos igual a $0.2\lambda$ . ....	41
<b>Tabla 7-2:</b> Distancia entre los elementos igual a $0.7\lambda$ . ....	41
<b>Tabla 8-3:</b> Variación de las SNR de cada señal.....	42
<b>Tabla 1-3:</b> Resultados del algoritmo Bartlett ante el escenario base.....	44
<b>Tabla 2-3:</b> Resultados del algoritmo Capon ante el escenario base. ....	45
<b>Tabla 3-3:</b> Resultados del algoritmo MUSIC ante el escenario base. ....	46
<b>Tabla 4-3:</b> Resultados del algoritmo ESPRIT ante el escenario base. ....	46
<b>Tabla 5-3:</b> Resultados del algoritmo Bartlett con número de antenas igual a 4. ....	47
<b>Tabla 6-3:</b> Resultados del algoritmo Capon con número de antenas igual a 4.....	48
<b>Tabla 7-3:</b> Resultados del algoritmo MUSIC con número de antenas igual a 4.....	49
<b>Tabla 8-3:</b> Resultados del algoritmo ESPRIT con número de antenas igual a 4. ....	50
<b>Tabla 9-3:</b> Resultados del algoritmo Bartlett con número de antenas igual a 12. ....	51
<b>Tabla 10-3:</b> Resultados del algoritmo Capon con número de antenas igual a 12.....	52
<b>Tabla 11-3:</b> Resultados del algoritmo MUSIC con número de antenas igual a 12.....	53
<b>Tabla 12-3:</b> Resultados del algoritmo ESPRIT con número de antenas igual a 12.....	54
<b>Tabla 13-3:</b> Resultados del algoritmo Bartlett con número de snapshots igual a 10.....	55
<b>Tabla 14-3:</b> Resultados del algoritmo Capon con número de snapshots igual a 10. ....	56
<b>Tabla 15-3:</b> Resultados del algoritmo MUSIC con número de snapshots igual a 10. ....	57
<b>Tabla 16-3:</b> Resultados del algoritmo ESPRIT con número de snapshots igual a 10. ....	58
<b>Tabla 17-3:</b> Resultados del algoritmo Bartlett con número de snapshots igual a 300.....	59
<b>Tabla 18-3:</b> Resultados del algoritmo Capon con número de snapshots igual a 300. ....	60
<b>Tabla 19-3:</b> Resultados del algoritmo MUSIC con número de snapshots igual a 300. ....	61
<b>Tabla 20-3:</b> Resultados del algoritmo ESPRIT con número de snapshots igual a 300. ....	62
<b>Tabla 21-3:</b> Resultados del algoritmo Bartlett con distancia entre los elementos igual a $0.2\lambda$ . .63	
<b>Tabla 22-3:</b> Resultados del algoritmo Capon con distancia entre los elementos igual a $0.2\lambda$ . ....	64
<b>Tabla 23-3:</b> Resultados del algoritmo MUSIC con distancia entre los elementos igual a $0.2\lambda$ . .65	
<b>Tabla 24-3:</b> Resultados del algoritmo ESPRIT con distancia entre los elementos igual a $0.2\lambda$ . 66	
<b>Tabla 25-3:</b> Resultados del algoritmo Bartlett con distancia entre los elementos igual a $0.7\lambda$ . .67	

<b>Tabla 26-3:</b> Resultados del algoritmo Capon con distancia entre los elementos igual a $0.7\lambda$ . ...	68
<b>Tabla 27-3:</b> Resultados del algoritmo MUSIC con distancia entre los elementos igual a $0.7\lambda$ . ..	69
<b>Tabla 28-3:</b> Resultados del algoritmo ESPRIT con distancia entre los elementos igual a $0.7\lambda$ . ..	70
<b>Tabla 29-3:</b> Resultados del algoritmo Bartlett ante variación de SNRs. ....	71
<b>Tabla 30-3:</b> Resultados del algoritmo Capon ante variación de SNRs. ....	72
<b>Tabla 31-3:</b> Resultados del algoritmo MUSIC ante variación de SNRs. ....	73
<b>Tabla 32-3:</b> Resultados del algoritmo ESPRIT ante variación de SNRs. ....	74
<b>Tabla 33-3:</b> Resumen MSE de los algoritmos de estimación de posicionamiento. ....	75

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1-1:</b> Sistema de antena.....	5
<b>Figura 2-1:</b> Buscador de direcciones (DF) móvil de uso militar.....	6
<b>Figura 3-1:</b> Matriz de la antena Adcock.....	7
<b>Figura 4-1:</b> Arreglo Adcock Watson-Watt.....	7
<b>Figura 5-1:</b> Arreglo de antenas receptando una señal incidente desde una dirección $\theta$ . ....	8
<b>Figura 6-1:</b> Arreglo lineal uniforme (ULA) .....	9
<b>Figura 7-1:</b> Arreglo rectangular uniforme (URA) .....	10
<b>Figura 8-1:</b> Arreglo circular uniforme (UCA).....	11
<b>Figura 9-1:</b> $L$ fuentes de señales localizadas en campo lejano.....	12
<b>Figura 10-1:</b> Visualización de un frente de onda plano en campo lejano. ....	13
<b>Figura 11-1:</b> Recepción de frentes de onda desde una fuente $l$ .....	13
<b>Figura 12-1:</b> Combinación lineal de las salidas de los elementos.....	17
<b>Figura 13-1:</b> Descomposición propia de las señales del arreglo de antenas .....	19
<b>Figura 14-1:</b> Separación de subespacios. ....	20
<b>Figura 15-1:</b> Arreglo de antenas compuesto por dos subarreglos idénticos desplazados.....	21
<b>Figura 16-1:</b> Onda plana arribando en dos elementos de un.....	24
<b>Figura 17-1:</b> Señales propagándose en un canal MIMO.....	28
<b>Figura 1-2:</b> Diagrama de bloques del algoritmo Bartlett 1D y 2D.....	31
<b>Figura 2-2:</b> Diagrama de bloques del algoritmo Capon 1D y 2D.....	32
<b>Figura 3-2:</b> Diagrama de bloques del algoritmo MUSIC 1D y 2D.....	33
<b>Figura 4-2:</b> Diagrama de bloques del algoritmo ESPRIT 1D y 2D. ....	34
<b>Figura 5-2:</b> Interfaz gráfica del entorno de simulación.....	35
<b>Figura 6-2:</b> Ingreso de parámetros .....	36
<b>Figura 7-2:</b> Ventana de indicaciones para el ingreso de parámetros.....	36
<b>Figura 8-2:</b> Selección de algoritmos y dimensión del posicionamiento.....	37
<b>Figura 9-2:</b> Ventana de visualización del espectro. ....	38
<b>Figura 1-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario base.....	43
<b>Figura 2-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario base. ....	44
<b>Figura 3-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario base. ....	45
<b>Figura 4-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario base. ....	46
<b>Figura 5-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 1.....	47
<b>Figura 6-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 1. ....	48
<b>Figura 7-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 1. ....	49
<b>Figura 8-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 1. ....	50

<b>Figura 9-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 2.....	51
<b>Figura 10-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 2. ....	52
<b>Figura 11-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 2. ....	53
<b>Figura 12-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 2. ....	54
<b>Figura 13-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 3.....	55
<b>Figura 14-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 3. ....	56
<b>Figura 15-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 3. ....	57
<b>Figura 16-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 3. ....	58
<b>Figura 17-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 4.....	59
<b>Figura 18-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 4. ....	60
<b>Figura 19-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 4. ....	61
<b>Figura 20-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 4.....	62
<b>Figura 21-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 5.....	63
<b>Figura 22-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 5. ....	64
<b>Figura 23-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 5. ....	65
<b>Figura 24-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 5. ....	66
<b>Figura 25-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 6.....	67
<b>Figura 26-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 6. ....	68
<b>Figura 27-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 6. ....	69
<b>Figura 28-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 6. ....	70
<b>Figura 29-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 7.....	71
<b>Figura 30-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 7. ....	72
<b>Figura 31-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 7. ....	73
<b>Figura 32-3:</b> Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 7. ....	74

## INDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1-1 .....	11
Ecuación 2-1 .....	13
Ecuación 3-1 .....	14
Ecuación 4-1 .....	14
Ecuación 5-1 .....	14
Ecuación 6-1 .....	14
Ecuación 7-1 .....	15
Ecuación 8-1 .....	15
Ecuación 9-1 .....	15
Ecuación 10-1 .....	15
Ecuación 11-1 .....	16
Ecuación 12-1 .....	16
Ecuación 13-1 .....	16
Ecuación 14-1 .....	17
Ecuación 15-1 .....	17
Ecuación 16-1 .....	18
Ecuación 17-1 .....	18
Ecuación 18-1 .....	18
Ecuación 19-1 .....	18
Ecuación 20-1 .....	20
Ecuación 21-1 .....	20
Ecuación 22-1 .....	21
Ecuación 23-1 .....	21
Ecuación 24-1 .....	22
Ecuación 25-1 .....	22
Ecuación 26-1 .....	22
Ecuación 27-1 .....	22
Ecuación 28-1 .....	22
Ecuación 29-1 .....	22
Ecuación 30-1 .....	23
Ecuación 31-1 .....	23
Ecuación 32-1 .....	23
Ecuación 33-1 .....	23
Ecuación 34-1 .....	23

Ecuación 35-1 .....	23
Ecuación 36-1 .....	24
Ecuación 37-1 .....	25
Ecuación 38-1 .....	25
Ecuación 39-1 .....	25
Ecuación 40-1 .....	25
Ecuación 41-1 .....	26
Ecuación 42-1 .....	26
Ecuación 43-1 .....	26
Ecuación 44-1 .....	27
Ecuación 45-1 .....	27
Ecuación 46-1 .....	27
Ecuación 47-1 .....	27
Ecuación 48-1 .....	27
Ecuación 49-1 .....	28
Ecuación 50-1 .....	28
Ecuación 51-1 .....	28
Ecuación 1-2 .....	39
Ecuación 2-2 .....	39

## INDICE DE ABREVIATURAS

<b>DOA</b>	Direction of Arrival
<b>1D</b>	1 Dimensión
<b>2D</b>	2 Dimensiones
<b>DF</b>	Direction Finding
<b>HR</b>	High Resolution
<b>MUSIC</b>	MUltiple Signal Classification
<b>ESPRIT</b>	Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques
<b>ML</b>	Maximum Likelihood
<b>SNR</b>	Signal Noise Ratio
<b>AOA</b>	Angle of Arrival
<b>ULA</b>	Uniform Linear Array
<b>URA</b>	Uniform Rectangular Array
<b>UCA</b>	Uniform Circular Array
<b>MIMO</b>	Multiple-input Multiple-output
<b>DOD</b>	Direction of Departure
<b>MSE</b>	Mean Square Error

## RESUMEN

En el presente trabajo de titulación se realizó la evaluación y comparación de las técnicas de posicionamiento en 1D y 2D basadas en algoritmos para resolución de la dirección de arribo (DOA). Para este propósito se implementaron las técnicas de beamforming y técnicas basadas en subespacios, la primera involucra a los algoritmos Bartlett y Capon, y la segunda a los algoritmos MUSIC y ESPRIT; para la correspondiente evaluación y comparación de estos algoritmos se utilizaron escenarios dentro de un entorno simulado creado a través de la herramienta GUIDE de Matlab. Fueron siete los escenarios propuestos que partieron de un escenario base que constaba de siete parámetros de ingreso de datos, entre ellos el número de elementos de un arreglo de antenas, el número de snapshots, la distancia entre los elementos y la relación señal a ruido (SNR) de las respectivas señales incidentes generadas para estimar su DOA, entre otros. La creación de los escenarios estuvo sujeta a la variación de los parámetros antes mencionados, cada escenario varió un parámetro en particular manteniendo los demás constantes. En la estimación del posicionamiento 1D se usó un arreglo lineal uniforme (ULA) y para el posicionamiento 2D se implementó un canal MIMO en el cual se tomaba en cuenta tanto al arreglo transmisor como al arreglo receptor, siendo en cada caso un arreglo ULA, mismos que contaban con igual número de elementos en sus arreglos respectivos. Al someter a los algoritmos a cada escenario se obtuvo una estimación espectral del posicionamiento 1D y 2D, siendo el algoritmo ESPRIT el único en no presentar una estimación espectral de sus resultados, sino que, fueron datos puntuales a través de la resolución de ecuaciones. Al final se tuvo que las técnicas basadas en subespacios, fueron las que demostraron tener mejor capacidad de resolución respecto a su precisión en gran parte de los escenarios. Para conocer más sobre la precisión de las técnicas se sugiere experimentar con variaciones conjuntas de los parámetros.

**Palabras clave:** <TECNOLOGIA Y CIENCIAS DE LA INGENIERÍA>, <TELECOMUNICACIONES>, <POSICIONAMIENTO 1D Y 2D>, <DIRECCIÓN DE ARRIBO (DOA)>, <ARREGLOS DE ANTENAS>, <ARREGLO LINEAL UNIFORME (ULA)>, <BEAMFORMING>, <SUBESPACIOS>.

## ABSTRACT

In the present certification work, the evaluation and comparison of positioning techniques in 1D and 2D based on algorithms for the direction of arrival (DOA) resolution was carried out. For this purpose, the techniques of beamforming and techniques based on subspaces were implemented, the first involves the Bartlett and Capon algorithms, and the second involves the MUSIC and ESPRIT algorithms; for the corresponding evaluation and comparison of these algorithms, scenarios were used within a simulated environment created through Matlab's GUIDE tool. There were seven proposed scenarios that started from a baseline scenario that consisted of seven parameters of data entry, among them the number of elements of an arrangement of antennas, the number of snapshots, the distance between the elements and the signal-to-noise ratio (SNR) of the respective incident signals generated to estimate its DOA, among others. The creation of the scenarios was subject to the variation of the aforementioned parameters, each scenario varied a particular parameter keeping the other constants. In the estimation of the 1D positioning a uniform linear array (ULA) was used and for the 2D positioning a MIMO channel was implemented in which both the transmitter arrangement and the receiving arrangement were taken into account, being in each case an ULA arrangement that had the same number of elements in their respective arrangements. When the algorithms were subjected to each scenario, a spectral estimation of the 1D and 2D positioning was obtained, the ESPRIT algorithm being the only one in not presenting a spectral estimation of its results, but rather, they were specific data through the resolution of equations. In the end it was necessary that the techniques based on subspaces, were those that showed to have better resolution capacity regarding its accuracy in most of the scenarios. To know more about the precision of the techniques, it is suggested to experiment with joint variations of the parameters.

**Keywords:** <TECHNOLOGY AND SCIENCE OF ENGINEERING>, <TELECOMMUNICATIONS>, <POSITIONING 1D AND 2D>, <DIRECTION OF ARRIVAL (DOA)>, <ARRANGEMENTS OF ANTENNAS>, <UNIFORM LINEAR ARRAY (ULA)>, <BEAMFORMING>, <SUBSPACES>.

# INTRODUCCIÓN

## ANTECEDENTES

La búsqueda de la dirección de incidencia de las ondas electromagnéticas tiene una larga y distinguida historia que se remonta a los inicios de las comunicaciones inalámbricas a comienzos del siglo XX. Los primeros intentos de búsqueda de dirección (DF) hicieron uso de las características direccionales de los elementos de una antena (dipolos, bucles, etc.), es así que, en 1907, Bellini y Tosi con el objetivo de buscar la dirección de polarización para deducir la dirección de la onda incidente, combinaron dos antenas direccionales cruzadas con un goniómetro de bobina móvil para determinar dicha dirección. Con esta invención, los buscadores de bucles rotativos fueron usados en la Primera Guerra Mundial. No muy atrás de este tipo de buscador de direcciones, el farmacéutico de profesión, Adcock, aportó en 1917 con la mejora en la precisión del DF con la ayuda de antenas lineales verticales (antenas dipolos) para generar patrones direccionales que corresponden a las antenas de bucles, las cuales se usaron por primera vez en Gran Bretaña y Alemania (Rohde y Schwarz, 2016, p. 63; Tuncer Engin T. y Friedlander Benjamin, 2009, p. 1).

Desde principios del siglo XX se han logrado muchos avances en el campo de la búsqueda de direcciones, en su mayoría debido a los avances en la tecnología en lugar de nuevos conceptos o principios. Los desarrollos notables en electrónica, en dispositivos y componentes para generar y amplificar señales a frecuencias cada vez más altas han ampliado enormemente las capacidades y la aplicabilidad de los sistemas de búsqueda de direcciones. El cambio de la tecnología analógica a la digital ha aumentado tremendamente la flexibilidad de dichos sistemas y su capacidad para monitorear y realizar un seguimiento de las señales en una amplia gama de frecuencias y grandes áreas geográficas (Tuncer Engin T. & Friedlander Benjamin, 2009, p. 1).

El problema de estimar el ángulo de arribo de una onda plana o señal de radio frecuencia al sistema receptor, conocido también como determinación de dirección o problema de estimación DOA, surge como necesidad en muchas aplicaciones de la ingeniería. Aplicaciones como los sistemas de comunicaciones inalámbricas, radares, radioastronomía, sonar, navegación, detección de múltiples objetos y dispositivos de asistencia y rescate que se ven favorecidos con la implementación de algoritmos de predicción de DOA. Debido a sus aplicaciones generalizadas y la dificultad de obtener un estimador óptimo, el tema ha recibido una gran cantidad de atención en las últimas décadas (García, 2013, p. 1; Krishnaveni, Kesavamurthy, & Aparna, 2013, p. 4).

En la actualidad, el rango de aplicaciones de la estimación DOA continúa expandiéndose y los dispositivos que dependen de él continúan proliferando. Los radares automotrices se están desplegando actualmente para la conciencia situacional, lo que ayuda en el frenado de emergencia, la dirección y el control de crucero. En las comunicaciones, la calidad de los servicios inalámbricos se mejora mucho si se conoce la información del usuario. La estimación DOA es, por ejemplo, esencial para la entrega de información basada en el contexto y dirigida al usuario. En la navegación, la localización de la interferencia permite que las fuentes de interferencia se deshabiliten, lo cual es esencial para garantizar la seguridad en aplicaciones críticas como el transporte aéreo (Aboutanios, Hassanien, El-Keyi, Nasser, & Vorobyov, 2017, p. 1).

La estimación de DOA a menudo se implementa utilizando matrices de sensores o antenas múltiples que funcionan de forma cooperativa. Existe una amplia variedad de enfoques en la literatura para obtener el DOA de fuentes únicas y múltiples. Los métodos de alta resolución (HR) y las técnicas basadas en subespacios pueden lograr una muy buena resolución y precisión a expensas de un alto costo computacional. Quizás los métodos más conocidos son los algoritmos MUSIC y ESPRIT, aunque otros métodos bien conocidos incluyen el estimador de Capon y Bartlett. Los enfoques de recursos humanos, sin embargo, incurren en un alto costo computacional y no pueden resolver las fuentes correlacionadas. Tampoco se pueden aplicar en una única instantánea a menos que se utilice un suavizado espacial, lo que compromete la resolución y la precisión. Por el contrario, los métodos discretos de transformada de Fourier (DFT) son computacionalmente mucho más simples y adecuados para el caso de una sola instantánea (Aboutanios et al., 2017, p. 2).

En la ESPOCH la tesis titulada “DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA ANTENA PLANA CON CONTROL DE FASE UTILIZANDO LA MATRIZ DE BUTLER PARA APLICACIONES RADAR DE CORTO ALCANCE” sienta el precedente de trabajos similares realizados y que se toma como referencia.

## **FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

¿La falta de herramientas de simulación acerca de las técnicas de posicionamiento a través de la dirección de arribo dificulta la interpretación e implementación de estas técnicas de posicionamiento?

## **SISTEMATIZACIÓN DEL PROBLEMA**

- ¿Qué técnicas existen para la estimación de posicionamiento en una y dos dimensiones?
- ¿Qué técnicas de estimación DOA serán relevantes para el posicionamiento en una y dos dimensiones a través de la dirección de arribo?
- ¿Qué resultados se obtendrán con la implementación de los algoritmos de simulación en las técnicas de posicionamiento de estimación por el ángulo de arribo?
- ¿De qué forma afecta la precisión del posicionamiento de un objeto al someterlo a diferentes escenarios?
- ¿Qué técnica de posicionamiento de estimación DOA se ajustará a cada escenario propuesto?

## **JUSTIFICACIÓN TEÓRICA**

La estimación moderna de la DOA es usualmente estudiada como parte de un campo más amplio del procesamiento aplicado en arreglos de antenas. La mayoría de los esfuerzos en este campo son dirigidos hacia la estimación de la dirección de ondas de radio, es decir, calcular la dirección en la que las ondas electromagnéticas inciden en una o más antenas (Gabino et al., 2013, pp. 66–67) a través de una gran variedad de técnicas.

Por esta razón, al existir numerosas técnicas que se enfocan en el problema de la estimación de DOA para el posicionamiento, con el presente trabajo se propone realizar un estudio de un grupo determinado de técnicas para su posterior análisis mediante simulaciones que ayudarán en la valoración de la precisión del posicionamiento en una y dos dimensiones de objetivos bajo diferentes factores como lo son: el número de elementos, la distancia entre elementos, la relación señal a ruido y el número de muestras de las señales en diversos escenarios.

## **JUSTIFICACIÓN APLICATIVA**

El propósito de llevar a cabo el desarrollo de un conjunto de técnicas de estimación DOA, es el de crear diversos escenarios a través de simulaciones en Matlab que afectarán en la estimación del posicionamiento del ángulo de arribo de un objeto al variar en cada escenario los diferentes parámetros que intervienen en cada uno de estos, ya sea variando las dimensiones del SNR para crear ambientes ruidosos o que tiendan a un ambiente favorable para técnica a analizar. De esta forma se presentan una amalgama de variaciones de los parámetros, que permitirán evaluar las delimitaciones que pueden presentar las diversas técnicas que se analizarán y desarrollarán.

Más allá de realizar una comparativa entre las técnicas de estimación, lo que se busca es obtener más información sobre la estimación de la procedencia de señales incidentes por medio de la dirección de arribo para el posicionamiento en 1D y 2D, ya que es un factor del que muy poca información se encuentra.

### **OBJETIVOS GENERALES**

Evaluar y comparar las técnicas de posicionamiento en 1D y 2D basadas en algoritmos para la resolución de la dirección de arribo (DOA).

### **OBJETIVOS ESPECIFICOS**

- Analizar las técnicas de estimación de posicionamiento en 1D y 2D.
- Implementar los algoritmos de simulación utilizados en las técnicas de posicionamiento de estimación DOA.
- Evaluar la precisión de cada técnica para el posicionamiento de objetos bajo distintos escenarios.
- Determinar la técnica que mejor se ajusta a cada escenario propuesto.

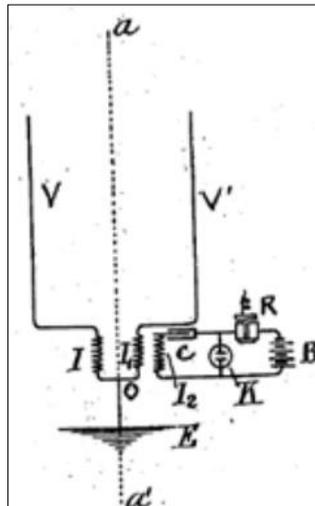
# CAPÍTULO I

## 1 MARCO TEÓRICO

### 1.1 Dirección de Arribo

#### 1.1.1 Historia

La búsqueda de la dirección de incidencia de las ondas electromagnéticas tiene una larga y distinguida historia que se remonta a los inicios de las comunicaciones inalámbricas a comienzos del siglo XX (Tuncer Engin T. & Friedlander Benjamin, 2009). El primer sistema de la Búsqueda de Dirección o Direction Finding por sus siglas en inglés (DF) se dio por John Stone en 1902, cuyo sistema consistía en una antena de dos elementos, el primero (V) dispuesto a no más de media longitud de onda lejos de un segundo elemento (V') (Schantz, 2011, pp.21-22), cómo se muestra en la figura 1-1.

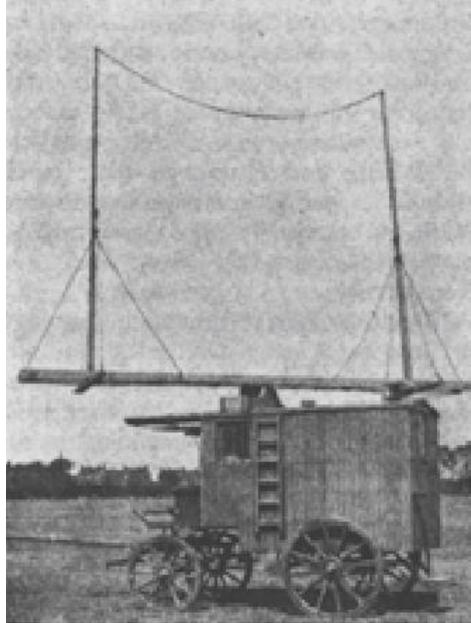


**Figura 1-1:** Sistema de antena DF creado por John Stone.

**Fuente:** Schantz, 2011, p. 22.

El esquema diseñado por John Stone fue mejorado pocos años después por los oficiales italianos, Ettore Bellini y Alessandro Tosi, en 1907, su sistema de búsqueda de dirección desplegó dos matrices ortogonales similares a las de Stone. La clave de este buscador Bellini-Tosi, que es como se le nombró a su invención, era un acoplamiento de un transformador giratorio (goniómetro). Esto evitaba la rotación de un sistema de antena potencialmente grande y en su lugar utilizaba

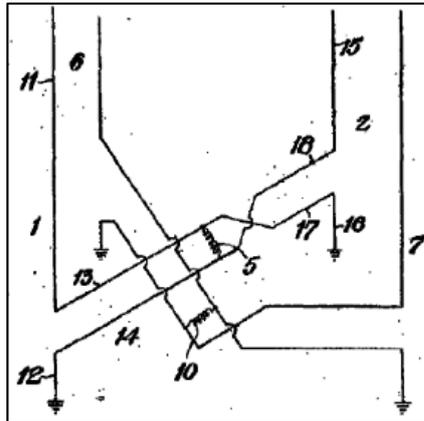
antenas ortogonales fijas con un transformador giratorio, con el objetivo de buscar la dirección de polarización de la onda incidente y así lograr obtener la dirección de su fuente. Esto significó un gran aporte para los sistemas de localización orientados a la defensa en la Primera Guerra Mundial (figura 2-1). (Chandran, 2005, p. 213; Rohde y Schwarz, p. 63, 2016; Schantz, 2011, p. 22).



**Figura 2-1:** Buscador de direcciones (DF) móvil de uso militar.

**Fuente:** (Rohde y Schwarz, 2016, p. 63)

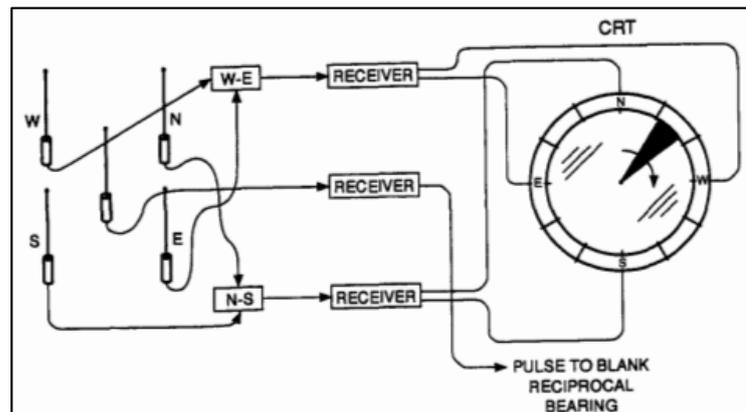
En 1917, un oficial del ejército británico, Frank Adcock, mejoró la precisión del DF con respecto a las ondas del cielo el rango de onda corta, que es un factor importante en el cual declinaba el DF de Bellini-Tosi. Adcock, se dio cuenta de que con la ayuda de antenas lineales verticales (matrices de 4 monopolos o 2 dipolos, dispuestos en un patrón ortogonal, figura 3-1) se pueden generar patrones direccionales que corresponden a los de las antenas de bucle pero no captan ningún componente de campo polarizado horizontalmente interferente, que permite determinar la dirección de llegada de una señal de radio de interés, especialmente a través de los nulos del patrón de radiación. (Kennedy y Woolsey, 1993, p. 39; Rohde y Schwarz, 2016, p. 663; Schantz, 2011, p. 23)



**Figura 3-1:** Matriz de la antena Adcock.

Fuente: (Schantz, 2011, p. 23)

En 1925-26, el inglés Robert Watson-Watt (uno de los pioneros de la implementación del radar como sistema de alerta temprana en la Segunda Guerra Mundial) introdujo dos mejoras importantes al sistema propuesto por Adcock: la utilización de una quinta antena para evitar ambigüedades y el empleo de un osciloscopio de rayos catódicos para la representación visual del ángulo de llegada como se observa en la figura 4-1, permitiendo que no fuera necesario rotar el array para determinarlo. (Pellejero Ibáñez, 2012, <https://goo.gl/78rDom>)



**Figura 4-1:** Arreglo Adcock Watson-Watt.

Fuente: (Kennedy & Woolsey, 1993)

Es así que a partir de la década de los 20, las técnicas de DF fueron siendo más habituales, tanto en la navegación aérea como en la marítima, así lo expone Schantz (2011) en su trabajo sobre "On the origins of RF-based location", en el cual presenta un breve resumen acerca de la tecnología inalámbrica para la localización de fuentes a través de los inicios de la Segunda Guerra Mundial. De igual forma, Rohde y Schwarz (2016), presenta como con el avance de la tecnología digital se da una mejora hacia la búsqueda de direcciones y la radiolocalización a comienzos de

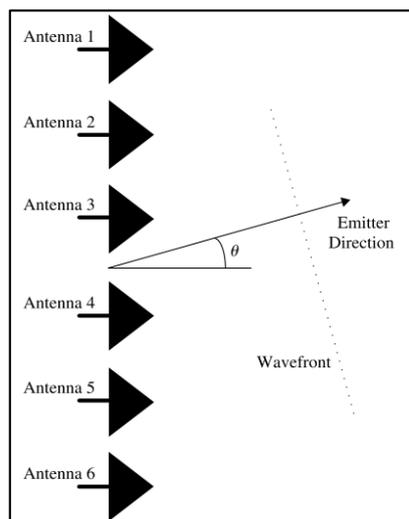
los años 70 y que desde 1980, el procesamiento de señales digitales se ha utilizado cada vez más dentro de este punto de estudio.

### 1.1.2 Estimación de la Dirección de Arribo

La estimación de la Dirección de Arribo (DOA), es también conocida por otros nombres como estimación del ángulo de arribo (AOA), estimación espectral, o ya mencionado previamente, búsqueda de la dirección (DF). El término AOA o DOA tiene sus raíces en el análisis de series de tiempo, análisis espectral, métodos de estructuras propias, procesamiento de arreglos, y métodos de arreglos adaptativos. (Gross, 2005, p. 169)

En su versión moderna, la estimación de la DOA es usualmente estudiada como parte de un campo más amplio del procesamiento aplicado en arreglos de antenas. La mayoría de los esfuerzos en este campo son dirigidos hacia la estimación de la dirección de ondas de radio, es decir, calcular la dirección en la que las ondas electromagnéticas inciden en una o más antenas (procesamiento de señales) (Figura 5-1) respecto a máximos de potencia de las señales y ángulos de arribo. Esta función es comúnmente llamada pseudoespectro  $P(\theta)$ . (Gabino et al., 2013, pp. 66-67; Gross, 2005, p. 178)

La DOA siempre se mide respecto a la normal de la agrupación o array, mientras que el acimut se mide respecto al eje X. (Hernández, 2010, p. 68)



**Figura 5-1:** Arreglo de antenas receptando una señal incidente desde una dirección  $\theta$ .

**Fuente:** (Tuncer Engin T. y Friedlander Benjamin, 2009, p. 2)

## 1.2 Arreglos de antenas

### 1.2.1 Introducción

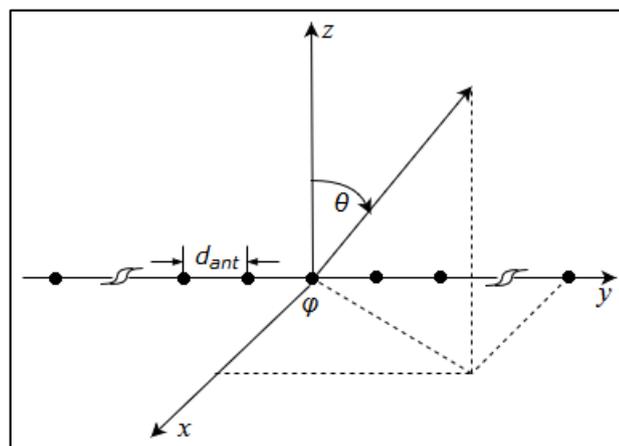
Un arreglo de antenas es un conjunto de elementos dispuestos en una determinada geometría, de manera que cada antena se combina para obtener una mayor directividad y sensibilidad, brindando una mejor ganancia y ancho de banda que la que se experimenta con un solo elemento. (Caisapanta, 2015, p.8) Los campos de cada elemento individual se adicionan constructivamente en algunas direcciones y destructivamente (cancelándose) en otras direcciones. (Balanis, 2005, p. 283)

Las utilidades fundamentales de este tipo de sistemas son (Hernández, 2010, p. 67):

- Reducción del ruido ambiente, por tanto incremento de la SNR
- Resolución de ondas planas incidentes desde distintas direcciones. Esto supone una mejora la relación señal a interferencia, SIR.
- Estimación de la dirección de incidencia de una onda plana.

### 1.2.2 Arreglo lineal uniforme (ULA)

Un arreglo lineal uniforme de antenas es un arreglo clásico y es la base para la configuración de arreglos de antenas debido a que su estructura es simple (Olmos, 2016, p. 25). Sus elementos están dispuestos a lo largo de una línea recta con la misma amplitud y fase de excitación, y separados entre sí una distancia  $d_{ant}$ , la cual está relacionada con la longitud de onda de la frecuencia de interés, siendo típico un valor de media longitud de onda o menor. (Hernández, 2010, p. 68; Mosquera C, Valencia M., y Botero S., 2010, p. 103)

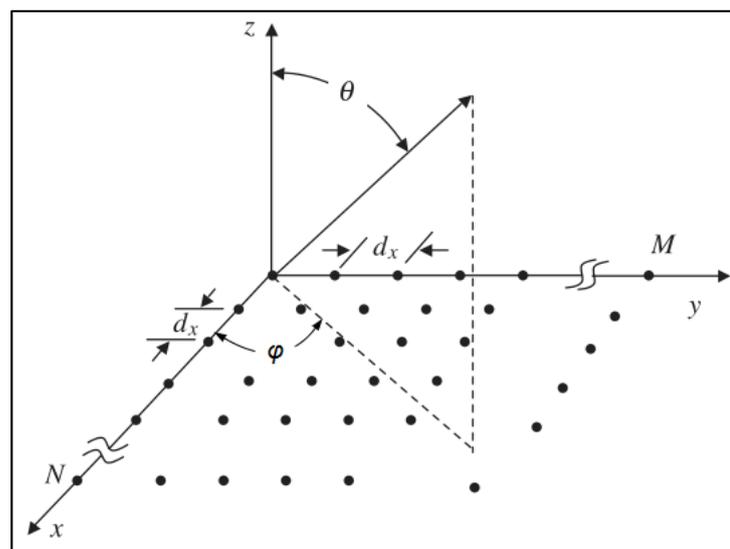


**Figura 6-1:** Arreglo lineal uniforme (ULA)

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

### 1.2.3 Arreglo rectangular uniforme (URA)

Además de colocar elementos a lo largo de una línea (para formar un arreglo lineal), los radiadores individuales se pueden colocar a lo largo de una rejilla rectangular para formar un arreglo rectangular uniforme (URA por sus siglas en inglés) o plano. Las matrices planas proporcionan variables adicionales que se pueden usar para controlar y dar forma al patrón del arreglo. Los URA son más versátiles y pueden proporcionar patrones más simétricos con lóbulos laterales inferiores. Además, se pueden utilizar para colocar el haz principal de la antena en cualquier punto del espacio. Las aplicaciones incluyen radares de rastreo, radares de búsqueda, sensores remotos, comunicaciones y muchos otros. (Balanis, 2005, p. 349)

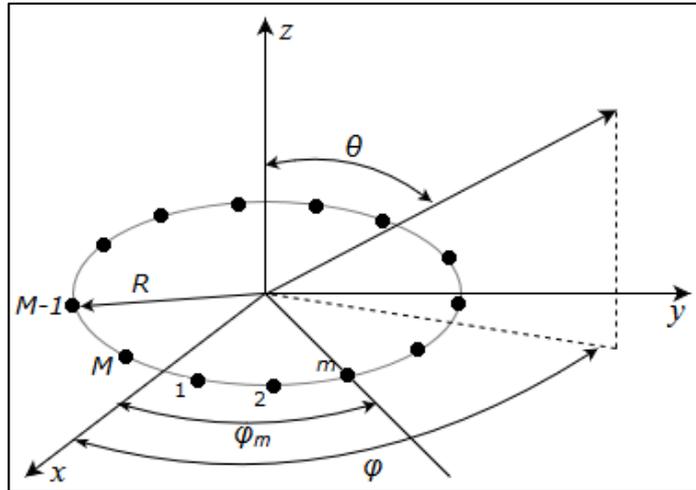


**Figura 7-1:** Arreglo rectangular uniforme (URA)

Fuente: (Gross, 2005, p. 92)

### 1.2.4 Arreglo Uniforme Circular (UCA)

El arreglo circular, en el que los elementos se colocan en un anillo circular, ha sido un conjunto de configuración de gran interés práctico a lo largo de los años, las aplicaciones abarcan, la búsqueda de direcciones, la navegación aérea y espacial, la propagación subterránea, el radar, el sonar y muchos otros sistemas. Más recientemente, se han propuesto matrices circulares para la comunicación inalámbrica, y en particular para antenas inteligentes. (Balanis, 2005, p.365)



**Figura 8-1:** Arreglo circular uniforme (UCA)

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

### 1.2.5 Aliasing espacial

De acuerdo al teorema de Nyquist, la frecuencia de muestreo debe ser mayor o igual que el doble de la máxima componente de frecuencia de la señal, para evitar el solapamiento (aliasing) en frecuencia. Análogamente el aliasing espacial sucede cuando la distancia de separación entre cada uno de los elementos del arreglo no es la adecuada, provocando que estos sean incapaces de distinguir entre señales que arriban de diferentes direcciones (Caisapanta, 2015, p. 11).

Para evitar el aliasing espacial es necesario que la distancia entre los elementos cumpla la condición que se detalla en la ecuación 1-1.

$$d_{ant} \leq \frac{\lambda}{2} \quad \text{Ecuación 1-1}$$

Donde  $\lambda$  es la longitud de onda.

## 1.3 Algoritmos de estimación de la Dirección de Arribo

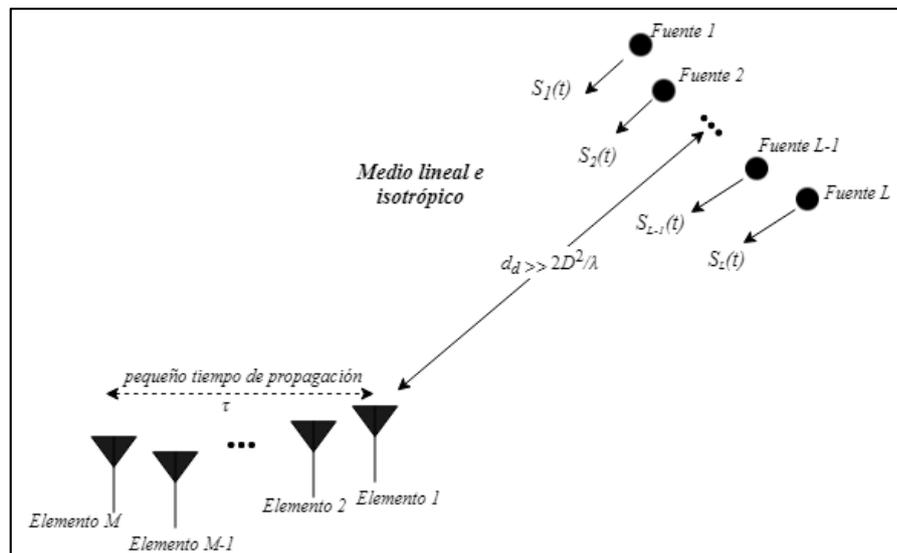
### 1.3.1 Introducción

Como se menciona en la sección 1.1.2, los algoritmos de estimación DOA buscan definir una función del pseudoespectro,  $P(\theta)$ , respecto a máximos de potencia y ángulos de arribo de las señales que inciden en un arreglo de antenas. Estos algoritmos pueden ser clasificados en tres categorías: algoritmos basados en técnicas de beamforming o formación de haz, algoritmos

basados en técnicas sub-espacios, y técnicas de *máximo likelihood*. La mayoría de estos dependen de la matriz de correlación entre señales incidentes  $s_i(t)$  y señales recibidas  $x_m(t)$  (García, 2013, p.33), parámetros que se tratarán a continuación.

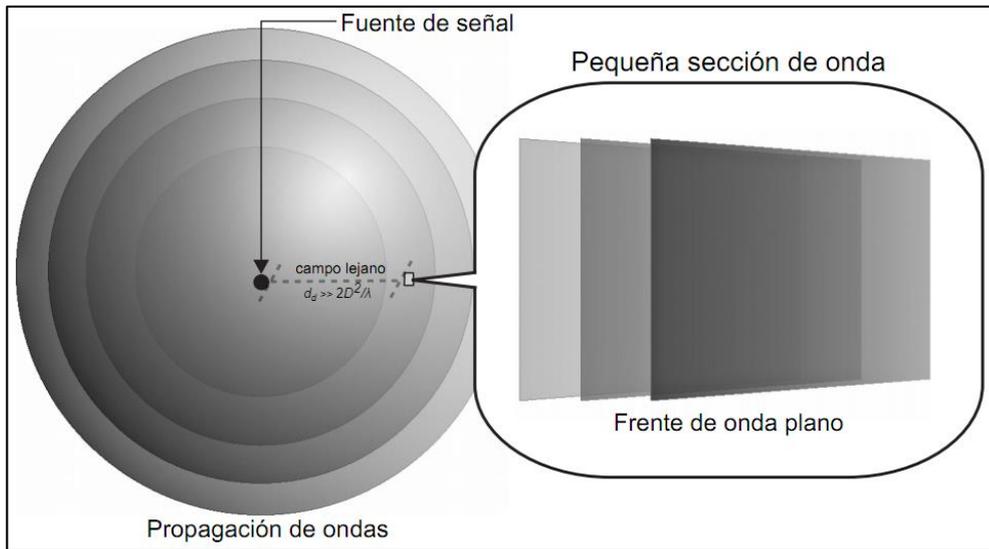
### 1.3.1.1 Modelo de la señal

Se considera un arreglo de  $M$  elementos situado en el campo lejano de  $L$  fuentes de señal, con lo cual el frente de onda generado por cada uno de ellas arriba en todos los elementos del arreglo en la misma dirección de propagación, asumiendo así, un frente de onda plano, (observar figura 9-1 y figura 10-1) mismo que viaja a través de un medio de transmisión homogéneo y lineal entre la fuente y el arreglo, es decir, existe una propagación no dispersiva y en cualquier punto en particular las señales u ondas pueden superponerse linealmente, a su vez, el array está formado por elementos idénticos omnidireccionales, libres de distorsión, de esta forma se tiene que el parámetro de propagación de la fuente a un elemento es un tiempo de retardo puro,  $\tau(\theta, \varphi)$ , en función de los ángulos de azimut y de elevación respectivamente (Chen, Gokeda, y Yu, 2010, p.32; Godara, 2004, p.28)



**Figura 9-1:**  $L$  fuentes de señales localizadas en campo lejano.

Fuente: (Chen et al., 2010, p. 34)



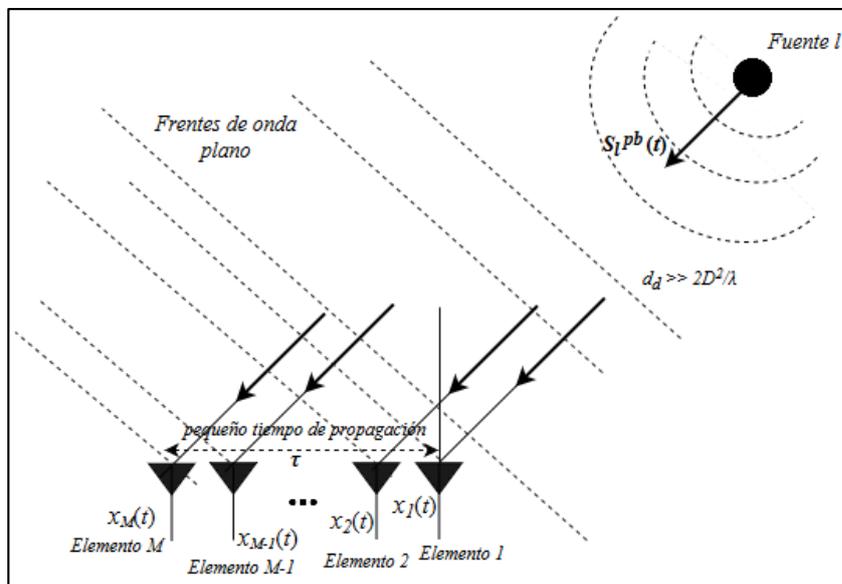
**Figura 10-1:** Visualización de un frente de onda plano en campo lejano.

**Fuente:** (Costa & Haykin, 2010, p. 43)

La señal  $s_l^{pb}(t)$ , incidente en el elemento de referencia del arreglo (primer elemento), como se muestra en la figura 11-1, generada por la fuente  $l$ , es asumida como una señal de banda estrecha representada en su notación compleja de señal pasa banda como

$$s_l^{pb}(t) = \text{Re}\{s_l(t) e^{j\omega_c t}\} \quad \text{Ecuación 2-1}$$

donde  $s_l(t)$  es la envolvente compleja y  $\omega_c = 2\pi f_c$ , siendo  $f_c$  la frecuencia portadora (Godara, 2004, p. 30).



**Figura 11-1:** Recepción de frentes de onda desde una fuente  $l$ .

**Fuente:** (Chen et al., 2010, p. 34)

El asumir que la señal transmitida,  $s_l^{pb}(t)$ , es de banda estrecha implica que su ancho de banda es mucho menor en relación a su frecuencia portadora, por lo cual, la información que transmite se concentra cerca de esta frecuencia (Chen et al., 2010, p. 33).

Tomando en cuenta que el frente de onda originado por la fuente  $l$  es interceptado por los  $m$  elementos  $\tau_m$  segundos después de haber arribado en el elemento de referencia, la señal recibida puede expresarse como

$$x_m(t) = \operatorname{Re}\{s_l(t - \tau_m(\theta_l, \varphi_l)) e^{j\omega_c(t - \tau_m(\theta_l, \varphi_l))}\}, \quad \text{Ecuación 3-1}$$

$l=1, 2, \dots, L; m=1, 2, \dots, M$

donde  $\tau_m(\theta_l, \varphi_l)$  es el tiempo de retardo o retardo de propagación causado por cada elemento del arreglo de antenas con respecto al primer elemento, mismo que depende de la geometría del arreglo, del número de elementos y el espaciado entre ellos (Balanis, 2005, p. 962).

Una vez que la señal arriba en el arreglo receptor, es convertida a banda base, en tal caso, la señal de la ecuación 3-1 queda de la siguiente forma:

$$x_m(t) = s_l(t - \tau_m(\theta_l, \varphi_l)) e^{-j\omega_c \tau_m(\theta_l, \varphi_l)} \quad \text{Ecuación 4-1}$$

en la cual el término portador  $e^{j\omega_c t}$  es eliminado debido a que no desempeña ningún papel en el tratamiento posterior de la señal (Godara, 2004, p. 31). Por otro lado se tiene que  $\tau_m(\theta_l, \varphi_l)$  es menor al tiempo que le toma al frente de onda propagarse por todos los elementos del arreglo, es decir

$$\tau_m(\theta_l, \varphi_l) < \tau = \frac{D\lambda}{c}, \quad \text{Ecuación 5-1}$$

$D$  denota la apertura del arreglo en términos de longitud de onda  $\lambda$ , y  $c$  es la velocidad de la luz. De ello se deduce que, si el ancho de banda de la señal es  $B$  y  $B\tau \ll 1$ , indicaría que la onda permanece casi constante o que varía muy lentamente con respecto a  $\tau_m(\theta_l, \varphi_l)$ , permitiendo así la aproximación  $s(t - \tau_m(\theta_l, \varphi_l)) \approx s(t)$ . Lo cual ratifica que  $s(t)$  es una señal de banda estrecha, y bajo esta suposición, la señal banda base recibida de la ecuación 4-1 puede ser escrita como (Tuncer Engin T. y Friedlander Benjamin, 2009, p. 3)

$$x_m(t) = s_l(t) e^{-j\omega_c \tau_m(\theta_l, \varphi_l)} \quad \text{Ecuación 6-1}$$

En la ecuación 6-1 se puede apreciar que el factor desplazamiento de fase  $e^{-j\omega_c\tau_m(\theta_l, \varphi_l)}$  es ahora independiente del tiempo, y el retardo de propagación  $\tau_m(\theta_l, \varphi_l)$  es una función de localización determinada por la dirección de la fuente en relación a los elementos del arreglo (Chandran, 2005, p. 49).

Ahora al considerar que todas las señales generadas por todas las  $L$  fuentes,  $s_l(t)$ ,  $1 < l < L$ , la señal general recibida por el elemento  $m$  en un tiempo  $t$  puede ser expresada como:

$$x_m(t) = \sum_{l=1}^L a(\theta_l, \varphi_l) s_l(t) + n_m(t); \quad m=1, 2, \dots, M \quad \text{Ecuación 7-1}$$

$$a(\theta_l, \varphi_l) = \left[ e^{-j\omega_c\tau_1(\theta_l, \varphi_l)} \quad e^{-j\omega_c\tau_2(\theta_l, \varphi_l)} \quad \dots \quad e^{-j\omega_c\tau_M(\theta_l, \varphi_l)} \right]^T \quad \text{Ecuación 8-1}$$

$[\ast]^T$  denota la transpuesta de un vector, con  $a(\theta_l, \varphi_l)$  conocido como el vector de direcciones o vector steering, una función de los ángulos de arribo de las ondas incidentes, también se tiene a  $n_m(t)$ , que es el ruido inherente en cada uno de los elementos del arreglo, denominado ruido Gaussiano, ya que su densidad de probabilidad corresponde a una distribución de Gauss y por lo tanto es de promedio cero y varianza igual a  $\sigma^2$  el cual no está correlacionado con las fuentes de las señales ni entre los elementos receptores (García, 2013, p. 33).

La ecuación 7-1 puede ser escrita en forma matricial:

$$x(t) = As(t) + n(t) \quad \text{Ecuación 9-1}$$

siendo:

- $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_M(t)]^T$ , el vector columna de las señales recibidas por el arreglo,
- $s(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_L(t)]^T$ , el vector columna de las señales generadas por las fuentes,
- $n(t) = [n_1(t) \ n_2(t) \ \dots \ n_M(t)]^T$ , el ruido aditivo considerado en cada elemento y
- $A$ , la respuesta del arreglo o matriz *steering* del arreglo

$$A = \begin{bmatrix} a_1(\theta_1, \varphi_1) & a_1(\theta_2, \varphi_2) & \dots & a_1(\theta_L, \varphi_L) \\ a_2(\theta_1, \varphi_1) & a_2(\theta_2, \varphi_2) & \dots & a_2(\theta_L, \varphi_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_M(\theta_1, \varphi_1) & a_M(\theta_2, \varphi_2) & \dots & a_M(\theta_L, \varphi_L) \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 10-1}$$

### 1.3.1.2 Matriz de Correlación

Muchos de los algoritmos de estimación de la DOA dependen de la matriz de correlación entre las señales incidentes  $s_l(t)$  y las señales recibidas  $x_m(t)$  por el array (García, 2013, p.), misma que está definida por

$$R_{xx} = E [x(t)x^H(t)] \quad \text{Ecuación 11-1}$$

donde  $E[\cdot]$  es la esperanza estadística o media,  $R_{xx}$  es la matriz de correlación y el superíndice  $H$  indica la transpuesta hermitiana. Reemplazando en la ecuación 11-1 la ecuación 9-1, tenemos

$$\begin{aligned} R_{xx} &= E [(As(t) + n(t))(As(t) + n(t))^H] \\ R_{xx} &= E [A s(t) s^H(t) A^H] + E [n(t) n^H(t)] \\ R_{xx} &= A R_{ss} A^H + R_{nn} \\ R_{xx} &= A R_{ss} A^H + \sigma_n^2 I \end{aligned} \quad \text{Ecuación 12-1}$$

Obteniendo así los términos  $R_{ss}$ , y  $R_{nn} = \sigma_n^2 I$  que corresponden a la matriz de correlación de las señales incidentes  $s_l(t)$  y a la matriz de correlación del ruido  $n_m(t)$ , respectivamente, con  $\sigma_n^2$  siendo la varianza o potencia del ruido e  $I$  la matriz identidad.

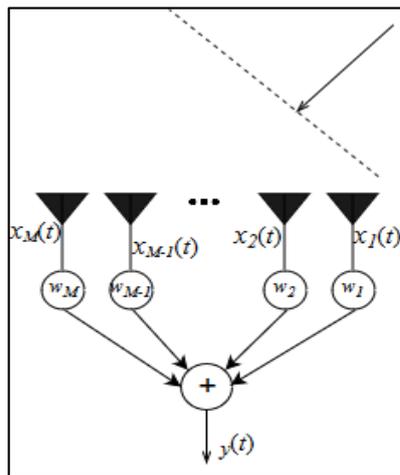
Sin embargo en situaciones prácticas no se puede formar la matriz de correlación que describe la ecuación 12-1, porque no se pueden obtener valores de la señal y el ruido por separado. Para medidas en un arreglo real de antenas la matriz de correlación se puede estimar de un número finito de medidas, llamadas muestras instantáneas o snapshots, mediante la ecuación 13-1 (Krim y Viberg, 1996, p. 71; Olmos, 2016, p. 34).

$$R_{xx} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x(t_k) x^H(t_k) = \frac{1}{K} X * X^H \quad \text{Ecuación 13-1}$$

Donde  $K$  es el número de snapshots,  $X$  es la matriz compleja de tamaño  $K \times L$  de muestras tomadas por el arreglo de antenas.

### 1.3.2 Técnicas de Beamforming

El primer intento de localizar automáticamente las fuentes de señal utilizando arreglos de antenas fue mediante técnicas de formación de haz. La idea es "dirigir" el arreglo en una dirección a la vez y medir la potencia de salida. Cuando la dirección "dirigida" coincide con la DOA de una señal, se observará la potencia de salida máxima. La respuesta de la matriz se dirige formando una combinación lineal de las salidas de los elementos, teniendo así una única señal de salida  $y(t)$  con la ayuda de un vector de pesos  $w$  (Chen et al., 2010, p. 46; Krim y Viberg, 1996, p. 72).



**Figura 12-1:** Combinación lineal de las salidas de los elementos.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

$$y(t) = w^H x(t) \quad \text{Ecuación 14-1}$$

La potencia promedio total a la salida del arreglo sobre  $K$  snapshots puede ser expresada como

$$P(w) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |y(t_k)|^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K w^H x(t_k) x^H(t_k) w$$

$$P(w) = w^H R_{xx} w \quad \text{Ecuación 15-1}$$

#### 1.3.2.1 Algoritmo de estimación Bartlett

El algoritmo Bartlett es denominado también como beamformer clásico o algoritmo delay and sum. Para un arreglo geométrico arbitrario, este algoritmo calcula la DOA midiendo la potencia de la señal en cada ángulo de llegada posible y seleccionando como la estimación del ángulo de llegada la dirección de la potencia máxima. La potencia desde una dirección particular se mide

formando primero un haz en esa dirección y configurando los pesos del formador de haz igual al vector de dirección correspondiente a esa dirección particular. La potencia de salida del beamforming que utiliza este método viene dada por (Jeffrey, Andreas, y Mahesh, 2008, p. 17; Krim y Viberg, 1996, p. 72):

$$P(\theta) = E[|y(t_k)|^2] = E[|w^H x(t_k)|^2] = E[|a(\theta, \varphi)^H x(t_k)|^2]$$

$$P(\theta, \varphi) = a(\theta, \varphi)^H R_{xx} a(\theta, \varphi) \quad \text{Ecuación 16-1}$$

$P(\theta)$  tendrá picos cuando  $w$  sea igual a los vectores de dirección correspondientes a las señales entrantes. La desventaja de este método es que la única forma de mejorar la resolución DOA es aumentar el número de elementos del arreglo de antenas (Jeffrey et al., 2008, p. 17).

### 1.3.2.2 Algoritmo de estimación Capon

El estimador Capon es conocido también como Respuesta de Varianza Mínima sin Distorsión (MVDR, por sus siglas en inglés) e intenta minimizar la potencia aportada por el ruido y cualquier señal que provenga de direcciones distintas a la deseada (señales interferentes), mientras mantiene una ganancia fija en la dirección de interés (Krim y Viberg, 1996, p. 73), esto se puede lograr resolviendo el problema de minimización con restricciones:

$$\min_w P(w) \text{ sujeto a } w^H a(\theta, \varphi) = 1 \quad \text{Ecuación 17-1}$$

El vector de pesos resultante de la ecuación 17-1 se muestra en la ecuación 18-1:

$$w = \frac{R_{xx}^{-1} a(\theta, \varphi)}{a^H(\theta, \varphi) R_{xx}^{-1} a(\theta, \varphi)} \quad \text{Ecuación 18-1}$$

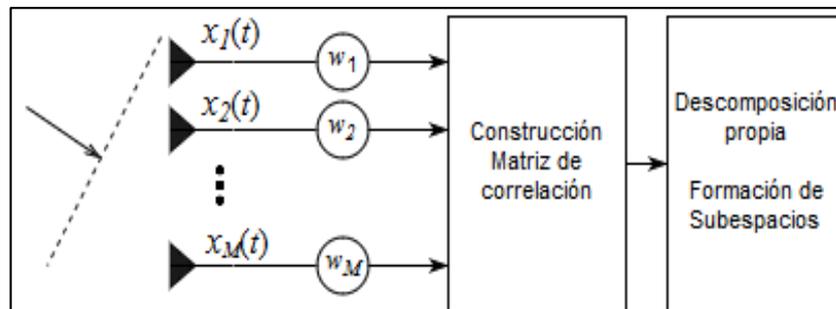
Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 15-1, se obtiene el espectro espacial:

$$P(\theta, \varphi) = \frac{1}{a^H(\theta, \varphi) R_{xx}^{-1} a(\theta, \varphi)} \quad \text{Ecuación 19-1}$$

Al final, el algoritmo Capon usa los grados de libertad del arreglo para formar un lóbulo en la dirección de observación y al mismo tiempo los nulos en otras direcciones para rechazar las demás señales (Chen et al., 2010, p. 49).

### 1.3.3 Técnicas basadas en Subespacios

Las técnicas de subespacio de la señal tienen una capacidad de alta resolución, y se originan en la estimación espectral de la correlación de un modelo de señal más ruido, para luego ser usada en la formación de una matriz cuya estructura propia da origen a los subespacios de la señal y el ruido, ver figura 13-1 (Jeffrey et al., 2008, p. 20).



**Figura 13-1:** Descomposición propia de las señales del arreglo de antenas

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

Esta forma de análisis básicamente se rige de las siguientes propiedades del espacio matricial definido por  $R_{xx}$  (Chen et al., 2010, p. 54):

1. El espacio, abarcado por sus vectores propios, se puede dividir en dos subespacios ortogonales, el subespacio de señal y el subespacio de ruido.
2. Los vectores de dirección corresponden al subespacio de la señal.
3. El subespacio de ruido está abarcado por los vectores propios asociados con los valores propios más pequeños de la matriz de correlación.
4. El subespacio de la señal está abarcado por los  $L$  vectores propios asociados con los  $L$  valores propios más grandes.

#### 1.3.3.1 Algoritmo de estimación MUSIC

El algoritmo de Clasificación de Señales Múltiples, mejor conocido como MUSIC, por sus siglas en inglés (Multiple Signal Classification), se basa en la estructura propia de la matriz de correlación de la señal incidente, es decir considera los valores y vectores propios de la matriz a partir de las muestras disponibles (snapshot), proporcionando una estimación sobre el número de señales y las direcciones de arribo de cada una (Gross, 2005, p. 187; Olmos, 2016, p. 35). Esto mediante la descomposición de la matriz en subespacios correspondientes a la señal y al ruido, a través de la determinación de los autovalores del espacio de datos.

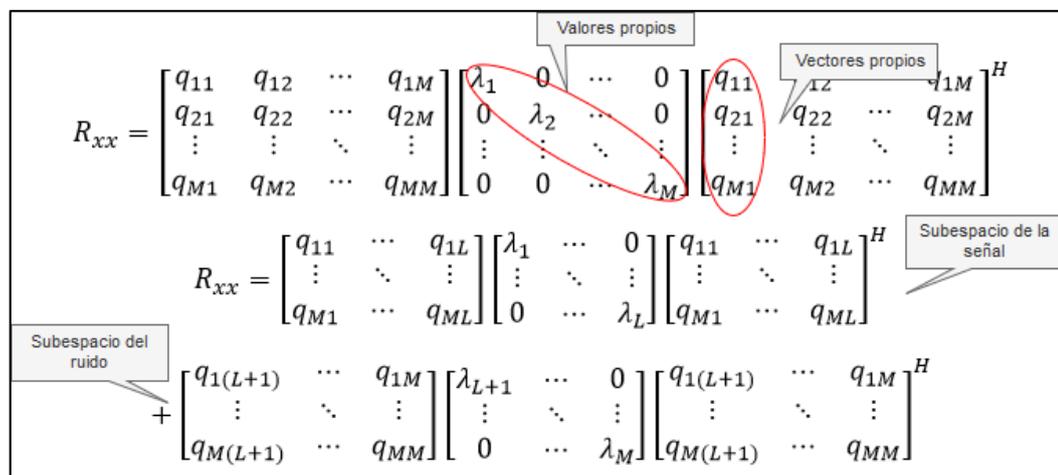
En la ecuación 20-1 se tiene la descomposición propia teórica de la matriz de correlación  $R_{xx}$  de la ecuación 12-1, donde  $Q_s$  y  $Q_n$  corresponden a los subespacios (matrices) de los vectores propios de la señal y del ruido respectivamente, mientras que  $D_n$  y  $D_s$  corresponden a matrices diagonales que contienen los valores propios de los subespacios antes mencionados respectivamente,  $Q_s^H$  es la matriz hermitiana de  $Q_s$  y  $Q_n^H$  es la matriz hermitiana de  $Q_n$  (Olmos, 2016, p. 35).

$$R_{xx} = Q_s D_s Q_s^H + Q_n D_n Q_n^H \quad \text{Ecuación 20-1}$$

Debido a que en situaciones prácticas no es posible la separación de la señal del ruido, los subespacios respectivos son obtenidos a partir de una sola matriz,  $Q_x$ , de la ecuación 21-1 que contiene los vectores propios, tanto de la señal como del ruido, y otra matriz diagonal,  $D_x$ , que va a contener los valores propios de igual forma, ambas matrices de tamaño  $M \times M$ , siendo  $M$  el número de elementos en el arreglo.

$$R_{xx} = Q_x D_x Q_x^H \quad \text{Ecuación 21-1}$$

De la matriz diagonal,  $D_x$ , se procede a estimar el número de señales, considerando que existirá un número  $L$  de valores que sobresaldrán de los demás, este número  $L$  corresponderá a cuántas señales han entrado en el sistema, y a su vez ayudarán a determinar el número de vectores propios pertenecientes al subespacio de la señal,  $Q_s$ . En cambio, los  $M-L$  valores más pequeños, serán asociados a los vectores propios relacionados al subespacio del ruido,  $Q_n$ , de dimensiones  $M \times (M-L)$ .



**Figura 14-1:** Separación de subespacios.

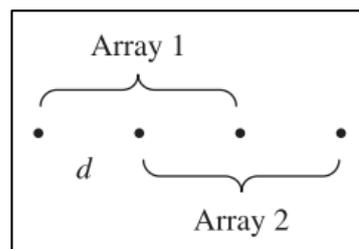
Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

También se debe tener en cuenta que el vector de direcciones,  $a(\theta_l, \varphi_l)$ , forma parte del subespacio de la señal y al ser éste ortogonal al subespacio del ruido por su incorrelación, el vector de direcciones también lo es. Por lo tanto, si  $a(\theta, \varphi)$  es un vector steering correspondiente a una de las señal entrantes, entonces  $a(\theta_l, \varphi_l)^H Q_n = 0$ . Es así que en los ángulos de arribo de las señales producen ceros y esto se representará como máximos en la siguiente ecuación (García, 2013, p. 42; Jeffrey et al., 2008, p. 20):

$$P(\theta, \varphi) = \frac{1}{a^H(\theta, \varphi) Q_n Q_n^H a(\theta, \varphi)} \quad \text{Ecuación 22-1}$$

### 1.3.3.2 Algoritmo de estimación ESPRIT

El método de Estimación de Parámetros de la Señal vía Técnicas de Invarianza Rotacional (ESPRIT, por sus siglas en inglés: Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, tiene como objetivo usar la invarianza rotacional en el subespacio que es creado por dos subarreglos idénticos que forman parte de un arreglo de antenas más grande. Los subarreglos pueden superponerse, es decir, un elemento del arreglo principal puede ser miembro de ambos subarreglos. Es importante que estos subarreglos estén desplazados traslacionalmente pero no rotacionalmente. (Chen et al., 2010, p. 82; Gross, 2005, p. 197), como se indica en la siguiente figura:



**Figura 15-1:** Arreglo de antenas compuesto por dos subarreglos idénticos desplazados.

**Fuente:** (Gross, 2005, p. 198)

A causa de la existencia de dos subarreglos, se pueden definir dos submatrices  $A_1$  y  $A_2$  mediante la eliminación de la primera y última fila de la matriz  $A$  (definida en la ecuación 10-1) respectivamente, es decir:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ \text{última fila} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{primera fila} \\ A_2 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 23-1}$$

De tal forma que, las salidas en cada uno de los subarreglos están dadas por

$$x_1(t) = A_1 s(t) + n_1(t) \quad \text{Ecuación 24-1}$$

$$x_2(t) = A_2 s(t) + n_2(t)$$

$$x_2(t) = A_1 \Phi s(t) + n_2(t) \quad \text{Ecuación 25-1}$$

Donde  $\Phi$  es una matriz diagonal de  $L \times L$ , que cuyos elementos son exponenciales complejos que representan el retardo de fase de cada una de las señales entre los dos elementos.

$$\Phi = \text{diag} [ e^{j2\pi\Delta\sin(\theta_1)} \ e^{j2\pi\Delta\sin(\theta_2)} \ \dots \ e^{j2\pi\Delta\sin(\theta_L)} ] \quad \text{Ecuación 26-1}$$

Donde,  $\Delta$  es la magnitud del desplazamiento en longitudes de onda entre los miembros de cada subarreglo y su par. La señal completa recibida considerando la distribución de ambos subarreglos está dada por la siguiente expresión:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} s(t) + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 27-1}$$

A partir de la ecuación 27-1 se puede calcular la matriz de correlación, ya sea para el arreglo completo,  $R_{xx}$ , o para cada uno de los subarreglos,  $R_{11}$  y  $R_{22}$  (A. Hernández, 2010, p. 129), partiendo de la ecuación 12-1.

$$R_{xx} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_1 \Phi \end{bmatrix} R_{ss} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_1 \Phi \end{bmatrix}^H + \sigma_n^2 I \quad \text{Ecuación 28-1}$$

Cada una de las matrices de correlación, tiene un conjunto de vectores propios correspondientes a las  $L$  señales presentes, resultando en un subespacio de señales para cada arreglo. El subespacio completo es  $E_s$  que por lógica se descompone en  $E_1$  y  $E_2$ , matrices de  $(M-1) \times L$ , para cada uno de los subarreglos. Como el segundo subarreglo 2 está desplazado del primer arreglo, los subespacios de vectores propios están relacionados por una única matriz de transformación no-singular  $\Psi$ . Entonces:

$$E_1 \Psi = E_2 \quad \text{Ecuación 29-1}$$

También debe existir una única matriz de transformación no singular  $T$  de tal manera que

$$E_1 = AT \quad \text{Ecuación 30-1}$$

$$E_2 = A\Phi T \quad \text{Ecuación 31-1}$$

Sustituyendo la ecuación 30-1 y 31-1 en la ecuación 29-1, se tiene

$$AT\Psi = A\Phi T \quad \text{Ecuación 32-1}$$

Simplificando es igual a

$$T\Psi T^{-1} = \Phi \quad \text{Ecuación 33-1}$$

La ecuación anterior implica que los valores propios de  $\Psi$  son iguales a los elementos de la diagonal de  $\Phi$ . Una vez que los valores propios,  $\lambda_l$ , de  $\Phi$  hayan sido calculados, los ángulos de arriba pueden ser estimados usando:

$$\lambda_l = e^{j2\pi\Delta\sin(\theta_l)} \quad \text{Ecuación 34-1}$$

$$\theta_l = \arcsin\left(\frac{\arg(\lambda_l)}{2\pi\Delta}\right) \quad \text{Ecuación 35-1}$$

#### **1.3.4 Técnica de Máxima Verosimilitud (ML)**

La técnica de máxima verosimilitud (Maximum Likelihood, ML) se basa en la suposición de que se tiene una señal deseada desconocida y que la señal no deseada (ruido e interferencia) tiene una distribución gaussiana de media cero. El objetivo de este método es definir una función de verosimilitud que pueda dar una estimación de la señal deseada. (Godara, 2004, p. 345; Gross, 2005, pp. 221–223)

Al tratarse de esta técnica se conoce que proporciona un rendimiento superior en comparación con las técnicas antes mencionadas, especialmente cuando existe un bajo SNR. Sin embargo no es muy popular entre las técnicas de estimación DOA a causa de su alta complejidad computacional.

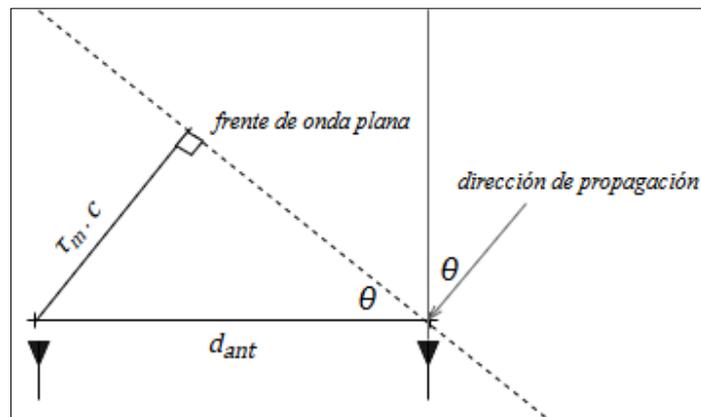
## 1.4 Estimación de Posicionamiento en 1 Dimensión

### 1.4.1 Arreglos Unidimensionales

Los arreglos unidimensionales o mejor conocidos como arreglos lineales, mencionados en la sección 1.2.2, son una herramienta para estimación del posicionamiento, pero debido a su limitada geometría lineal proporcionan una estimación en una sola dimensión. Cabe mencionar que todos los algoritmos que se mencionaron anteriormente están basados en este tipo de arreglos.

Partiendo de la figura 11-1 se puede realizar un análisis para la estimación de la DOA, donde se tiene presente que los frentes de ondas que arriban en el ULA se desplazan desde el elemento 1 (considerado referencia de fase) al elemento  $m$ , es decir, recorren una distancia  $d_{ant}(m-1)$ , siendo  $d_{ant}$  la distancia existente entre cada elemento o antena y  $1 \leq m \leq M$ . Este desplazamiento ocurre dentro de un retardo de propagación  $\tau_m$  de un elemento a otro, como se indica en la ecuación 3-1. En la ecuación 6-1 se expone que  $\tau_m$  es una función de localización determinada por la dirección de la fuente en relación a los elementos del arreglo.

Para este caso unidimensional, el retardo de propagación está en función de un solo ángulo, el azimut,  $\tau_m(\theta)$ , redefiniendo así el vector steering y el modelo de la señal.



**Figura 16-1:** Onda plana arribando en dos elementos de un ULA.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

De la figura 16-1 se tiene que

$$\tau_m(\theta) \cdot c = d_{ant} \sin(\theta) \quad \text{Ecuación 36-1}$$

$$\tau_m(\theta) = \frac{d_{ant} \sin(\theta)}{c}$$

Reemplazando en la ecuación 6-1

$$x_m(t) = s_l(t) e^{-j\omega_c \frac{d_{ant}(m-1) \sin(\theta)}{c}} \quad \text{Ecuación 37-1}$$

con  $\omega_c = 2\pi f_c$ ,  $f_c = c/\lambda$  y  $d_{ant} = d\lambda$ , donde  $d$  es el coeficiente de la longitud de onda  $\lambda$

$$x_m(t) = s_l(t) e^{-j2\pi \cdot d(m-1) \sin(\theta)} \quad \text{Ecuación 38-1}$$

De tal manera que el vector de direcciones queda:

$$a(\theta_l) = [ 1 \ e^{-j2\pi \cdot d \sin(\theta)} \ \dots \ e^{-j2\pi \cdot dM \sin(\theta)} ]^T \quad \text{Ecuación 39-1}$$

y la matriz de direcciones:

$$A = \begin{bmatrix} a_1(\theta_1) & a_1(\theta_2) & \dots & a_1(\theta_L) \\ a_2(\theta_1) & a_2(\theta_2) & \dots & a_2(\theta_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_M(\theta_1) & a_M(\theta_2) & \dots & a_M(\theta_L) \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 40-1}$$

Manteniéndose la forma matricial de la ecuación 9-1.

Para que se garantice una versión espacial del teorema de muestreo (aliasing espacial) y asegurar la recuperación unívoca de señales recibidas por el arreglo, las consideraciones referentes al espaciamiento mínimo entre elementos vecinos, deben ser aplicadas tomando valores de espaciamiento  $d$  menores o iguales que  $\lambda/2$ . Por otro lado, se debe tener en cuenta que; este espaciamiento no puede alcanzar valores mucho menores que  $\lambda/2$ , de modo de evitar la influencia de acoplamiento mutuo entre elementos, y mantener la coherencia de los resultados tal vez obtenidos. (A. Hernández, 2010, p. 109)

Una de las principales desventajas de este tipo de arreglos es que mediante el procesamiento de las señales incidentes sólo se puede estimar la dirección de llegada en un rango de  $180^\circ$ . Esto se da debido a que la función seno tiene valores diferentes solo en el rango de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$ . (Olmos, 2016, p. 25)

## 1.5 Estimación de Posicionamiento en 2 Dimensiones

### 1.5.1 Arreglos Bidimensionales

Entre estos tenemos los arreglos rectangulares uniformes (URA) y los arreglos circulares uniformes (UCA), descritos con anterioridad, cuya peculiaridad es que están dispuestos sobre un plano (E. Hernández, 2010, p. 75); ofrecen una estimación del posicionamiento en dos dimensiones gracias a su geometría con la medición del ángulo de azimut y el ángulo de elevación de las señales de interés, como se puede apreciar en los apartados 1.2.3 y 1.2.4.

En el caso de un URA conformado  $M \times N$  elementos alineados en el plano x-y, tal y como se muestra en la figura 7-1. En la misma se observa que los elementos están regularmente espaciados y separados  $dx$  y  $dy$  entre sí, según cada uno de los ejes coordenados, razón por la cual el retardo de propagación está se encuentra adecuado por dos componentes como se aprecia en la siguiente ecuación (Chen et al., 2010, pp. 41–45; Gross, 2005, pp. 91–92; E. Hernández, 2010, pp. 77–79):

$$\tau_m(\theta, \varphi) = \frac{d_x}{c} \sin(\theta) \cos(\varphi) + \frac{d_y}{c} \sin(\theta) \sin(\varphi) \quad \text{Ecuación 41-1}$$

Dando así una nueva matriz de direcciones:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a(\theta_l, \varphi_l) = \begin{bmatrix} a_{11}(\theta_1, \varphi_1) & a_{12}(\theta_2, \varphi_2) & \dots & a_{1N}(\theta_L, \varphi_L) \\ a_{21}(\theta_1, \varphi_1) & a_{22}(\theta_2, \varphi_2) & \dots & a_{2N}(\theta_L, \varphi_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1}(\theta_1, \varphi_1) & a_{M2}(\theta_2, \varphi_2) & \dots & a_{MN}(\theta_L, \varphi_L) \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 42-1}$$

con

$$a_{mn}(\theta_l, \varphi_l) = \exp\{-jk[(m-1)d_x \sin(\theta_l) \cos(\varphi_l) + (n-1)d_y \sin(\theta_l) \sin(\varphi_l)]\} \quad \text{Ecuación 43-1}$$

Siendo  $k=2\pi/\lambda$  la constante de fase. Como resultado final se tiene la ecuación 9-1.

$$x(t) = As(t) + n(t)$$

donde

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_{11}(t) & x_{12}(t) & \cdots & x_{1N}(t) \\ x_{21}(t) & x_{22}(t) & \cdots & x_{2M}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M1}(t) & x_{M2}(t) & \cdots & x_{MN}(t) \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 44-1}$$

$$A = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a(\theta_l, \varphi_l) \quad \text{Ecuación 45-1}$$

$$n(t) = \begin{bmatrix} n_{11}(t) & n_{12}(t) & \cdots & n_{1N}(t) \\ n_{21}(t) & n_{22}(t) & \cdots & n_{2M}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{M1}(t) & n_{M2}(t) & \cdots & n_{MN}(t) \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 46-1}$$

Cuando se trata de un UCA como en la figura 8-1 se tiene un modelo similar con cambios en la matriz de direcciones (E. Hernández, 2010, p. 79).

$$a_n(\theta_l, \varphi_l) = \exp\{-jkR \sin(\theta_l) \cos(\varphi_l - \varphi_m)\} \quad \text{Ecuación 47-1}$$

Donde  $(R/c) \sin(\theta_l) \cos(\varphi_l - \varphi_m)$  es el retardo de propagación, con  $R$  como el radio del arreglo y  $\varphi_m$  como la posición angular de cada elemento.

$$\varphi_m = \frac{2\pi(m-1)}{M} \quad \text{Ecuación 48-1}$$

Por tanto la matriz de dirección  $A$  para el conjunto de los  $M$  elementos y  $L$  fuentes será igual a la ecuación 10-1.

### 1.5.2 Canal MIMO

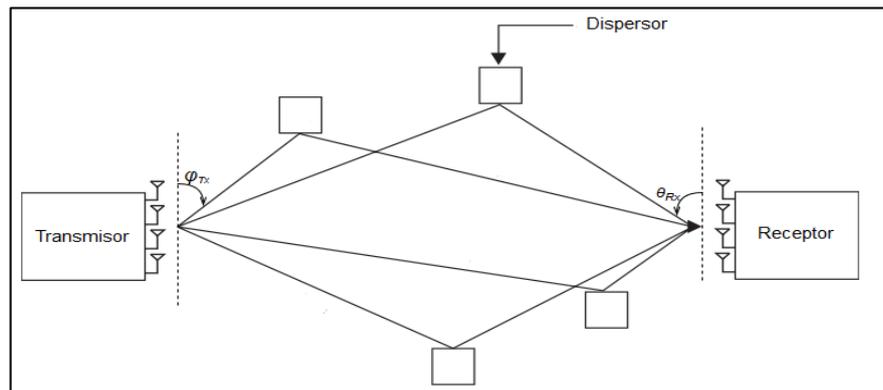
El concepto de los algoritmos de estimación DOA o DF puede ser extendido al canal MIMO de forma tal que se estimaría la potencia promedio acoplada entre un ángulo de transmisión y un ángulo de recepción dado, dando lugar a la estimación del posicionamiento en dos dimensiones.

Al referirse a ángulo de transmisión  $\varphi_{Tx}$  y ángulo de recepción  $\theta_{Rx}$  corresponde respectivamente al ángulo de apertura (AOD) y al ángulo de arribo (AOA), en consecuencia se considera un vector steering en el transmisor  $a_{Tx}(\varphi_{Tx})$  y un vector steering en el receptor  $a_{Rx}(\theta_{Rx})$ . (Costa & Haykin, 2010, p. 47)

Se asume que tanto el transmisor como el receptor están formados por  $M$  y  $N$  elementos respectivamente agrupados de manera lineal uniforme (ULA), y separados por una distancia  $d_{Tx}$

y  $d_{Rx}$  entre los elementos de cada arreglo, encontrándose lo suficientemente alejados entre sí como para considerar campo lejano, con lo que cada una de las ondas presenta un frente de onda plano y se obtienen diferentes trayectorias, la cuales componen el canal MIMO como en la figura 17-1. (Pardo, 2008, p. 17)

El propósito de la resolución de la DOA en un canal MIMO, es la localización de múltiples dispersores u objetivos que se encuentren entre el transmisor y el receptor a través de la emisión de  $L$  señales reflejadas.



**Figura 17-1:** Señales propagándose en un canal MIMO

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

El modelo de la señal para el análisis de posicionamiento sigue siendo análogo a la forma matricial de la ecuación 9-1, donde con base en los cambios de los vectores de direcciones  $a_{Tx}(\varphi_l)$  y  $a_{Rx}(\theta_l)$ , la matriz  $A$  toma dimensiones de  $NM \times L$  compuesta por  $L$  vectores steering.

$$A = [a_1, a_2, \dots, a_l] \quad \text{Ecuación 49-1}$$

$$a_l = a_{Rx}(\theta_l) \otimes a_{Tx}(\varphi_l) \quad \text{Ecuación 50-1}$$

$$A = [a_{Rx}(\theta_1) \otimes a_{Tx}(\varphi_1), \dots, a_{Rx}(\theta_l) \otimes a_{Tx}(\varphi_l)] \quad \text{Ecuación 51-1}$$

Donde  $\otimes$  denota el producto Kronecker; de igual forma las dimensiones del vector del ruido  $n(t)$  cambian a  $NM \times 1$ .

## 1.6 Resumen de ecuaciones

**Tabla 1-1:** Resumen de ecuaciones

	Posicionamiento 1D	Posicionamiento 2D	
	ángulo azimut Rx, $\theta$	ángulo azimut Rx, $\varphi$ ángulo elevación Rx, $\theta$	ángulo azimut Rx, $\theta$ ángulo azimut Tx, $\varphi$
Algoritmo Bartlett	$P(\theta) = a(\theta)^H R_{xx} a(\theta)$	$P(\theta, \varphi) = a(\theta, \varphi)^H R_{xx} a(\theta, \varphi)$	$P(\theta, \varphi) = \frac{1}{[a_{Rx}(\theta) \otimes a_{Tx}(\varphi)]^H R_{xx} [a_{Rx}(\theta) \otimes a_{Tx}(\varphi)]}$
Algoritmo Capon	$P(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta) R_{xx}^{-1} a(\theta)}$	$P(\theta, \varphi) = \frac{1}{a^H(\theta, \varphi) R_{xx}^{-1} a(\theta, \varphi)}$	$P(\theta, \varphi) = \frac{1}{[a_{Rx}(\theta) \otimes a_{Tx}(\varphi)]^H R_{xx}^{-1} [a_{Rx}(\theta) \otimes a_{Tx}(\varphi)]}$
Algoritmo MUSIC	$P(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta) Q_n Q_n^H a(\theta)}$	$P(\theta, \varphi) = \frac{1}{a^H(\theta, \varphi) Q_n Q_n^H a(\theta, \varphi)}$	$P(\theta, \varphi) = \frac{1}{[a_{Rx}(\theta) \otimes a_{Tx}(\varphi)]^H Q_n Q_n^H [a_{Rx}(\theta) \otimes a_{Tx}(\varphi)]}$
Algoritmo ESPRIT	$\theta = \arcsin\left(\frac{\arg(\lambda_l)}{2\pi\Delta}\right)$	$\theta = \arcsin\left(\frac{\arg(\lambda_l)}{2\pi\Delta}\right)$ $\varphi = \arcsin\left(\frac{\arg(\lambda_l)}{2\pi\Delta}\right)$	$\theta = \arcsin\left(\frac{\arg(\lambda_1)}{2\pi\Delta_{Rx}}\right)$ $\varphi = \arcsin\left(\frac{\arg(\lambda_2)}{2\pi\Delta_{Tx}}\right)$

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

Las ecuaciones que se presentan en la tabla 1-1 están basadas en las ecuaciones descritas en los apartados 1.3.2 y 1.3.3 reescritas según los parámetros y dimensión que se requiere.

## CAPÍTULO II

### 2 MARCO METODOLÓGICO

En el presente capítulo se indicarán los procedimientos que se llevaron a cabo para obtener una eficiente implementación de los algoritmos de estimación de la dirección de arribo (DOA) seleccionados para lograr estimar el posicionamiento en una y dos dimensiones de diferentes objetivos que arribarán en un arreglo lineal uniforme (ULA) en múltiples escenarios simulados. También se señalará como se desarrolla cada algoritmo empleado por medio de diagramas de bloque que ayudarán a entender sus correspondientes desempeños.

Los algoritmos que se seleccionaron y se analizarán, son los algoritmos estudiados dentro de las técnicas de beamforming y de las técnicas basadas en subespacios, debido a que son los más representativos dentro de cada conjunto de técnicas (Krim & Viberg, 1996, p. 67,74; Wang & Wu, 2013, p. 11168), señalando de esta forma la existencia de otros algoritmos que se derivan de los ya mencionados:

- Algoritmo Bartlett
- Algoritmo Capon
- Algoritmo MUSIC
- Algoritmo ESPRIT

En cuanto a la implementación se la realizó a través de una herramienta complementaria, como lo es el sistema algebraico computacional de Matlab, que permite el análisis de datos y el desarrollo de algoritmos bajo un entorno simulado.

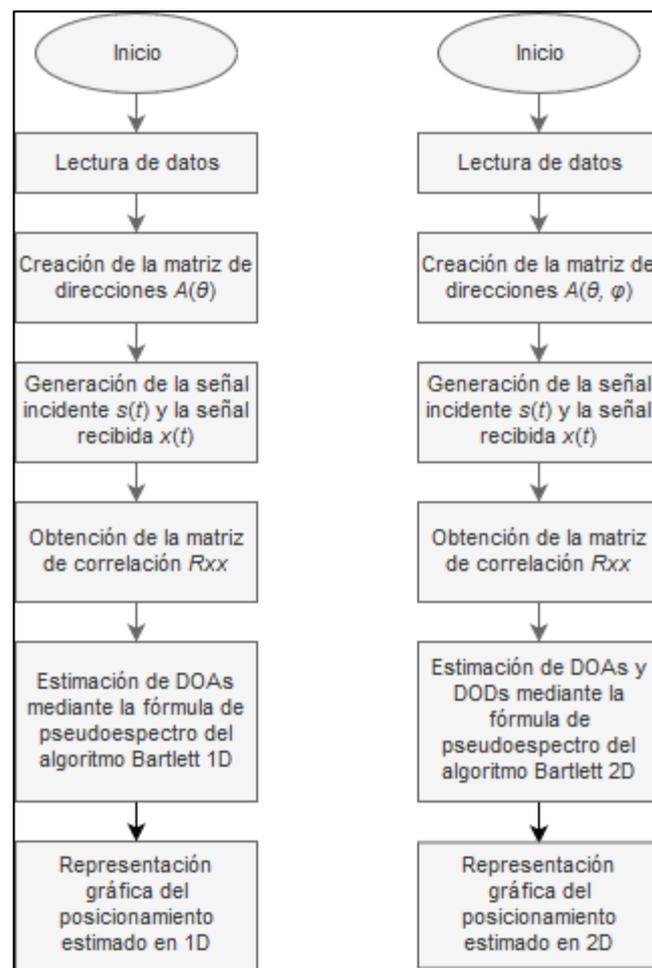
Cabe destacar que para extensión en 2D de cada uno de los algoritmos a tratarse, se lo hará por medio del canal MIMO, donde tanto el arreglo receptor como el arreglo transmisor son importantes para la estimación del posicionamiento, teniendo en cuenta que ambos arrays serán lineales uniformes y el número de elementos/antenas en cada uno será igual.

## 2.1 Desarrollo de los algoritmos

### 2.1.1 Algoritmo Bartlett

En términos generales, el algoritmo Bartlett se desempeña midiendo la potencia de la señal en cada posible ángulo de llegada y selecciona como la estimación del ángulo de llegada a la dirección de la potencia máxima (ecuación 16-1).

La metodología utilizada para permitirse tener una resolución estimada del posicionamiento en 1D y 2D de  $l$  objetivos con la ayuda del algoritmo en cuestión, es la siguiente:



**Figura 1-2:** Diagrama de bloques del algoritmo Bartlett 1D y 2D.

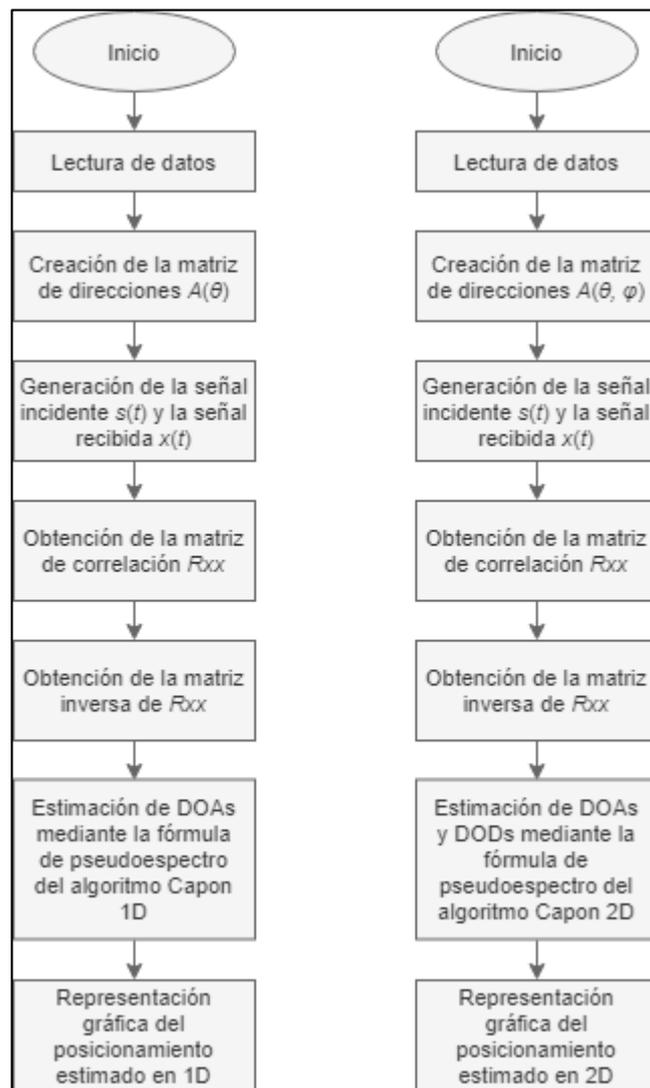
**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

El código del algoritmo se lo puede encontrar en el Anexo B y C.

### 2.1.2 Algoritmo Capon

El funcionamiento del algoritmo Capon se base en la minimización de la potencia aportada por el ruido y cualquier señal interferente, mientras mantiene una ganancia fija en la dirección de interés a través de la ecuación 19-1.

La metodología utilizada para permitirse tener una resolución estimada del posicionamiento en 1D y 2D de / objetivos del presente algoritmo, se muestra a continuación:



**Figura 2-2:** Diagrama de bloques del algoritmo Capon 1D y 2D.

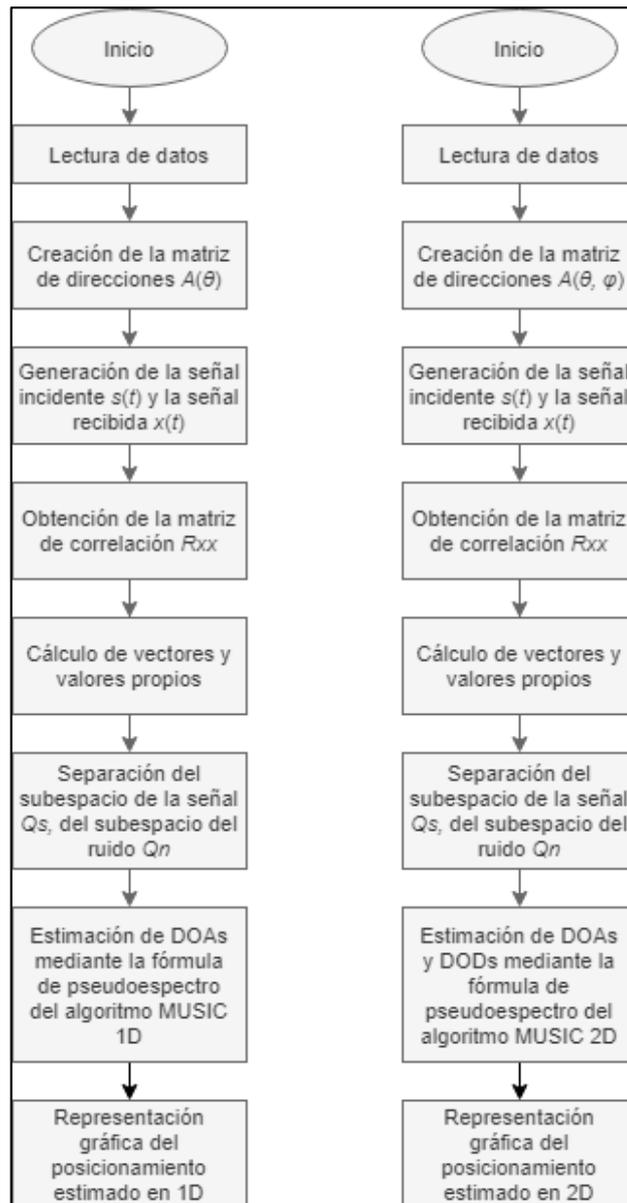
**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

El código del algoritmo se lo puede encontrar en el Anexo D y E.

### 2.1.3 Algoritmo MUSIC

El algoritmo MUSIC busca descomponer la matriz de correlación en subespacios de vectores propios pertenecientes a la señal y al ruido, éste último, debido a que es ortogonal a los vectores steering de las diferentes señales, posibilitará la construcción de un espectro espacial por medio de la ecuación 22-1, en el cual los picos más altos del espectro responderán a las DOAs de las señales entrantes.

La metodología utilizada para permitirse tener una resolución estimada del posicionamiento en 1D y 2D de  $l$  objetivos con la ayuda del algoritmo en cuestión, es la siguiente:



**Figura 3-2:** Diagrama de bloques del algoritmo MUSIC 1D y 2D.

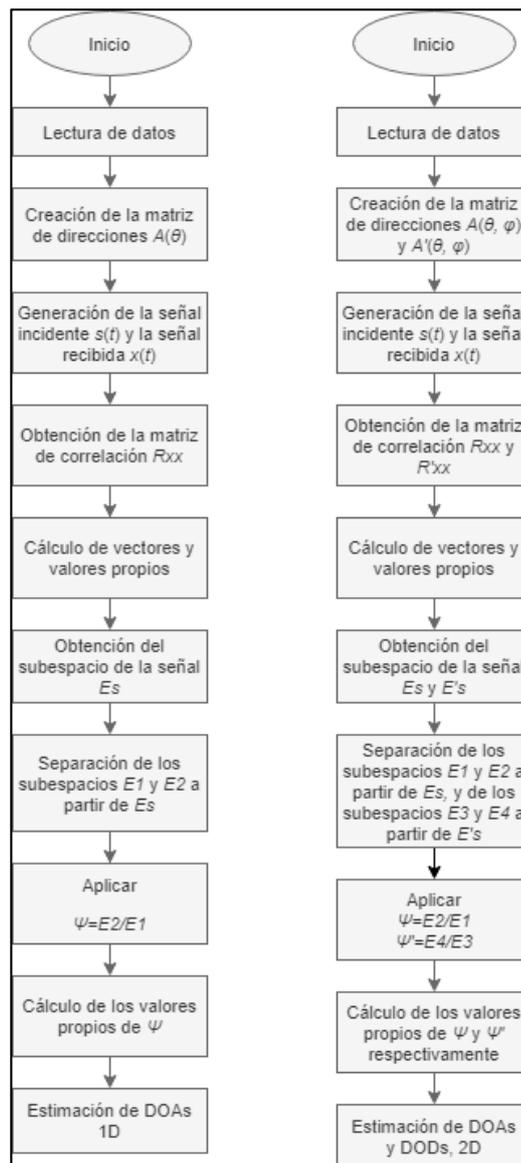
Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

El código del algoritmo se lo puede encontrar en el Anexo F y G.

### 2.1.4 Algoritmo ESPRIT

Su funcionamiento se centra en la obtención de dos subarreglos desde un arreglo principal, de los cuales cada uno contará con un subespacio de señales, partiendo de aquí se calcula la matriz diagonal  $\Psi$  con ayuda de la ecuación 27-1, cuyos elementos son exponenciales complejos que contienen las direcciones de llegada de las señales incidentes.

La metodología utilizada para permitirse tener una resolución estimada del posicionamiento en 1D y 2D de  $l$  objetivos del presente algoritmo, se muestra a continuación:



**Figura 4-2:** Diagrama de bloques del algoritmo ESPRIT 1D y 2D.

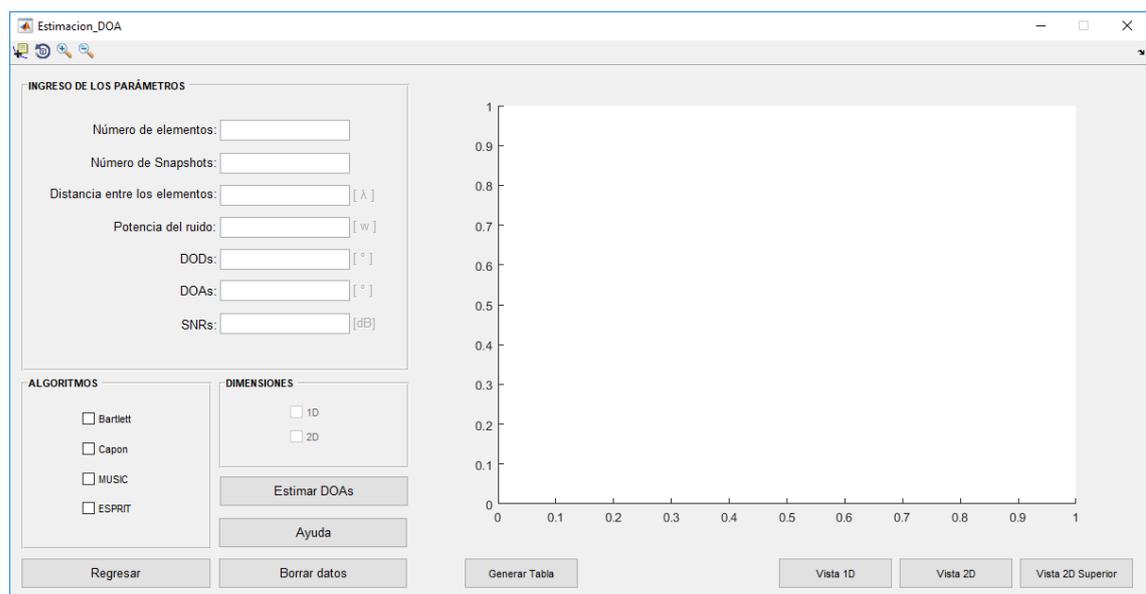
Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

El código del algoritmo se lo puede encontrar en el Anexo H e I.

## 2.2 Descripción de la interfaz gráfica del entorno de simulación

En esta sección se describirá el entorno de simulación que permitirá implementar diversos escenarios para la comparación y evaluación teórica de los algoritmos que han sido seleccionados para la resolución de la dirección de arribo en 1D y 2D. Este entorno de simulación fue creado con la herramienta de interfaces gráficas de Matlab, GUIDE, por el fácil uso del lenguaje de programación que el mismo incorpora y por su amplia variedad de opciones de representaciones gráficas que da paso a incorporar.

En la figura 5-2 se presenta la interfaz gráfica del entorno de simulación.

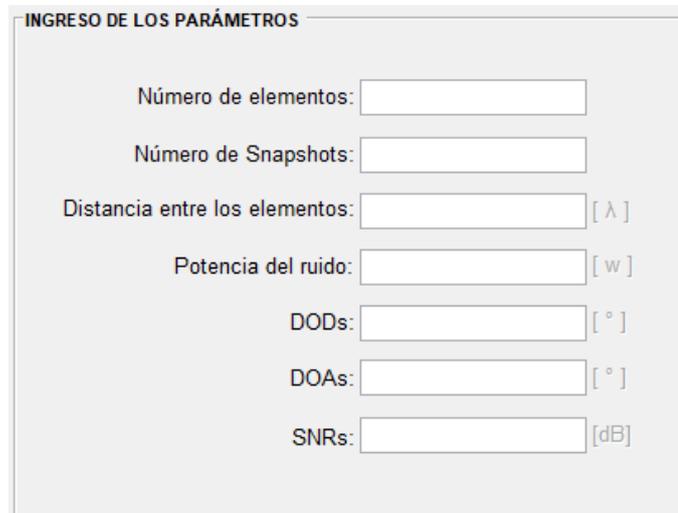


**Figura 5-2:** Interfaz gráfica del entorno de simulación.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

### 2.2.1 Ingreso de parámetros

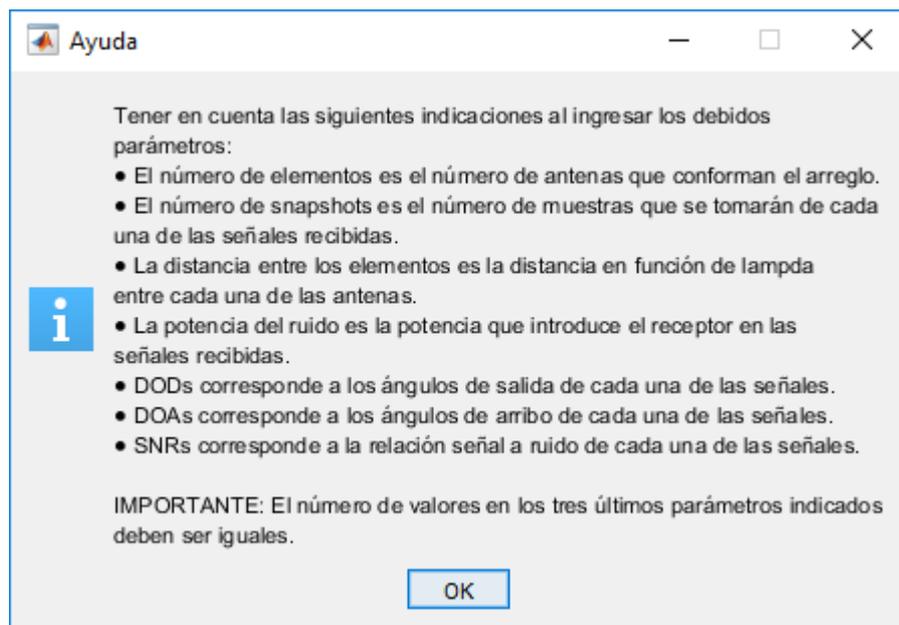
En la parte de ingreso de parámetros, se encuentran los siguientes:



**Figura 6-2:** Ingreso de parámetros

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

Con el botón *Ayuda* se puede tener indicaciones para el correcto ingreso de los datos



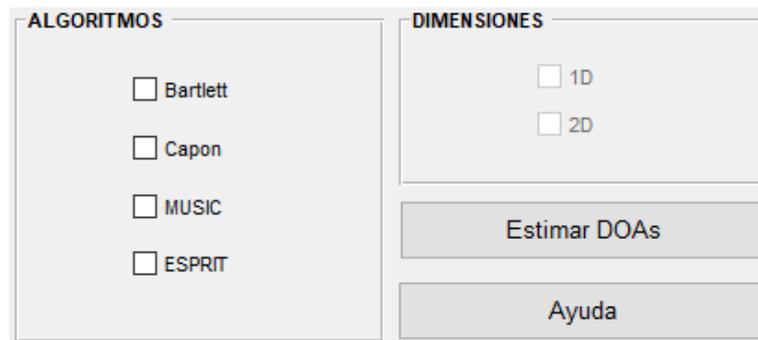
**Figura 7-2:** Ventana de indicaciones para el ingreso de parámetros.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

### 2.2.2 Selección de algoritmos y dimensión del posicionamiento

Posterior al ingreso de parámetros, se da las opciones de escoger el o los algoritmos a implementar, ya sea para la representación del posicionamiento en una o dos dimensiones, esto con las siguientes restricciones:

- Se podrán implementar más de un algoritmo a la vez solo para su representación en 1D.
- Si se selecciona un solo algoritmo, este se podrá representar en 1D y/o 2D.
- No se podrán implementar más de un algoritmo para su representación en 2D.



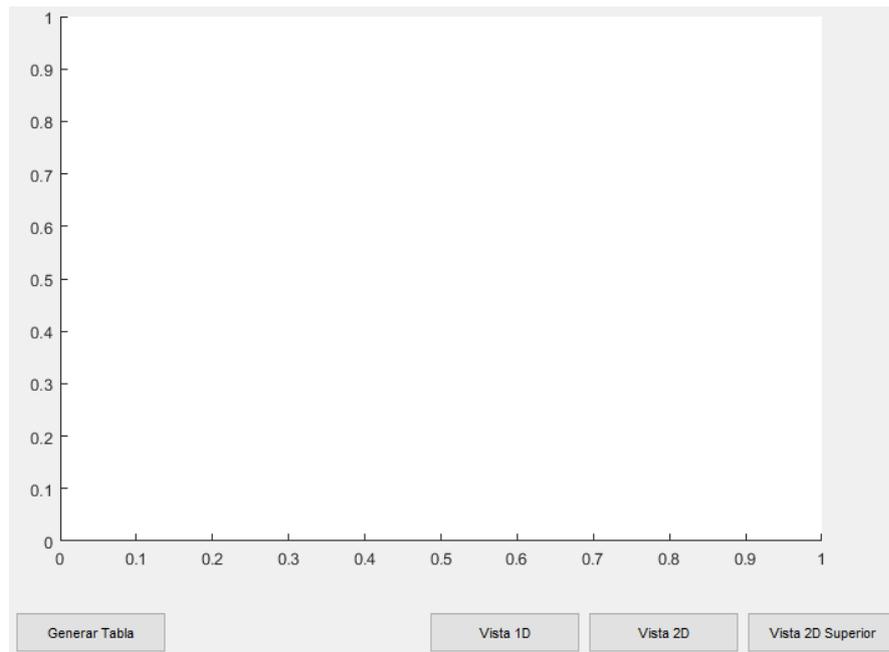
The image shows a graphical user interface with two main panels. The left panel, titled 'ALGORITMOS', contains four unchecked checkboxes labeled 'Bartlett', 'Capon', 'MUSIC', and 'ESPRIT'. The right panel, titled 'DIMENSIONES', contains two unchecked checkboxes labeled '1D' and '2D'. Below these panels are two buttons: 'Estimar DOAs' and 'Ayuda'.

**Figura 8-2:** Selección de algoritmos y dimensión del posicionamiento.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

### 2.2.3 Representación gráfica

Después de ingresados los datos y haber escogido entre las distintas opciones, se procede a ejecutar el programa al presionar el botón *Estimar DOAs*, esto brindará una representación gráfica de los resultados en la parte derecha de la interfaz (figura 9.2), cuestión que difiere para el algoritmo ESPRIT que no brinda una representación visual de sus resultados.



**Figura 9-2:** Ventana de visualización del espectro.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En esta parte también se observan cuatro botones, el primero a la izquierda genera una tabla con los resultados estimados, y los tres botones a la derecha permitirán apreciar las representaciones dimensionales gráficas de los algoritmos.

### 2.3 Simulación de los algoritmos para la resolución de la dirección de arribo

La simulación de los algoritmos se fundamentará en un escenario base, del cual derivarán siete escenarios, cada uno caracterizado por la variación de un parámetro de ingreso en particular, dicha variación se encontrarán entre valores menores y mayores respecto a los valores iniciales del escenario principal. Entre los parámetros que presentarán variaciones y permitirán llevar a cabo el objetivo general de este proyecto mientras los demás se mantienen constantes, se encuentran:

- El número de elementos
- El número de snapshots
- La distancia entre los elementos
- La relación señal a ruido (SNR)

Dentro de cada uno de los escenarios se calculará el error cuadrático medio (MSE) de las direcciones resueltas por los distintos algoritmos y las direcciones exactas de cada señal, en 1D y

2D; mismo que ayudará a analizar el desempeño propio de los sujetos de estudio (Tuncer Engin T. & Friedlander Benjamin, 2009, p. 9).

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2 \quad \text{Ecuación 1-2}$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2 + (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad \text{Ecuación 2-2}$$

Las ecuaciones 1-2 y 2-2 son propias para el cálculo del error cuadrático medio de los algoritmos en una y dos dimensiones respectivamente, donde  $x$  e  $y$  son el valor esperado,  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  son el valor estimado y  $n$  es el número de valores de los cuales se calculará el error.

### 2.3.1 Escenarios

#### 2.3.1.1 Escenario Base

Desde el escenario que se presenta en la tabla 1-2 se procederán a variar los parámetros que se mencionaron antes. Un punto clave es ver cómo se desempeñan los algoritmos ante la estimación de objetivos que se encuentran próximos, así como se muestran en los datos que se ingresaron en DODs y DOAs de la tabla.

**Tabla 1-2:** Datos iniciales de las señales para el escenario base

Parámetros	Valores
Número de elementos	8
Número de snapshots	100
Distancia entre elementos	0.5
Potencia del ruido	0.2
DODs	-30 55 45
DOAs	-5 -20 30
SNRs	1 1 1

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

2.3.1.2 *Escenario 1: Número de elementos igual a 4*

**Tabla 2-2:** Número de antenas igual a 4

<b>Parámetros</b>	<b>Valores</b>
Número de elementos	4
Número de snapshots	100
Distancia entre elementos	0.5
Potencia del ruido	0.2
DODs	-30 55 45
DOAs	-5 -20 30
SNRs	1 1 1

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

2.3.1.3 *Escenario 2: Número de elementos igual a 12*

**Tabla 3-2:** Número de antenas igual a 12

<b>Parámetros</b>	<b>Valores</b>
Número de elementos	12
Número de snapshots	100
Distancia entre elementos	0.5
Potencia del ruido	0.2
DODs	-30 55 45
DOAs	-5 -20 30
SNRs	1 1 1

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

2.3.1.4 *Escenario 3: Número de snapshots igual a 2*

**Tabla 4-2:** Número de snapshots igual a 10.

<b>Parámetros</b>	<b>Valores</b>
Número de elementos	8
Número de snapshots	2
Distancia entre elementos	0.5
Potencia del ruido	0.2
DODs	-30 55 45
DOAs	-5 -20 30
SNRs	1 1 1

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

2.3.1.5 *Escenario 4: Número de snapshots igual a 300*

**Tabla 5-2:** Número de snapshots igual a 300.

<b>Parámetros</b>	<b>Valores</b>
Número de elementos	8
Número de snapshots	300
Distancia entre elementos	0.5
Potencia del ruido	0.2
DODs	-30 55 45
DOAs	-5 -20 30
SNRs	1 1 1

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

2.3.1.6 *Escenario 5: Distancia entre elementos igual a  $0.2\lambda$*

**Tabla 6-2:** Distancia entre los elementos igual a  $0.2\lambda$ .

<b>Parámetros</b>	<b>Valores</b>
Número de elementos	8
Número de snapshots	100
Distancia entre elementos	0.2
Potencia del ruido	0.2
DODs	-30 55 45
DOAs	-5 -20 30
SNRs	1 1 1

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

2.3.1.7 *Escenario 6: Distancia entre elementos igual a  $0.7\lambda$*

**Tabla 7-2:** Distancia entre los elementos igual a  $0.7\lambda$ .

<b>Parámetros</b>	<b>Valores</b>
Número de elementos	8
Número de snapshots	100
Distancia entre elementos	0.7
Potencia del ruido	0.2
DODs	-30 55 45
DOAs	-5 -20 30
SNRs	1 1 1

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

2.3.1.8 Escenario 7: SNR igual a -10, 5 y 10

**Tabla 8-3:** Variación de las SNR de cada señal.

<b>Parámetros</b>	<b>Valores</b>
Número de elementos	8
Número de snapshots	100
Distancia entre elementos	0.5
Potencia del ruido	0.2
DODs	-30 55 45
DOAs	-5 -20 30
SNRs	-10 5 10

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

## CAPÍTULO III

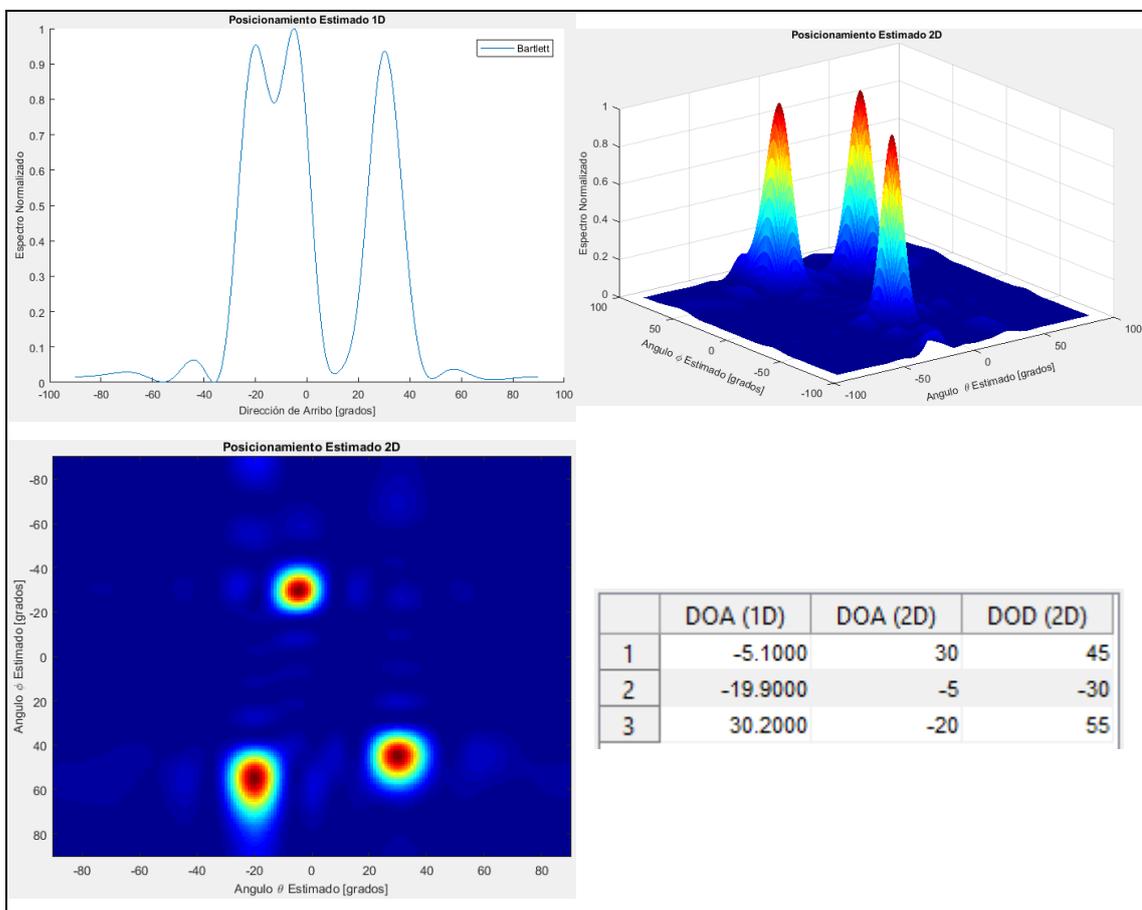
### 3 ANÁLISIS Y RESULTADOS

#### 3.1 Simulación de escenarios

En esta sección se procederá a realizar la simulación de los algoritmos de estimación DOA para el posicionamiento 1D y 2D con base en los escenarios propuestos en el capítulo anterior para una posterior evaluación y comparación de los resultados obtenidos por cada algoritmo en relación a cada escenario.

##### 3.1.1 Simulación del escenario base

- Algoritmo Bartlett



**Figura 1-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario base.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

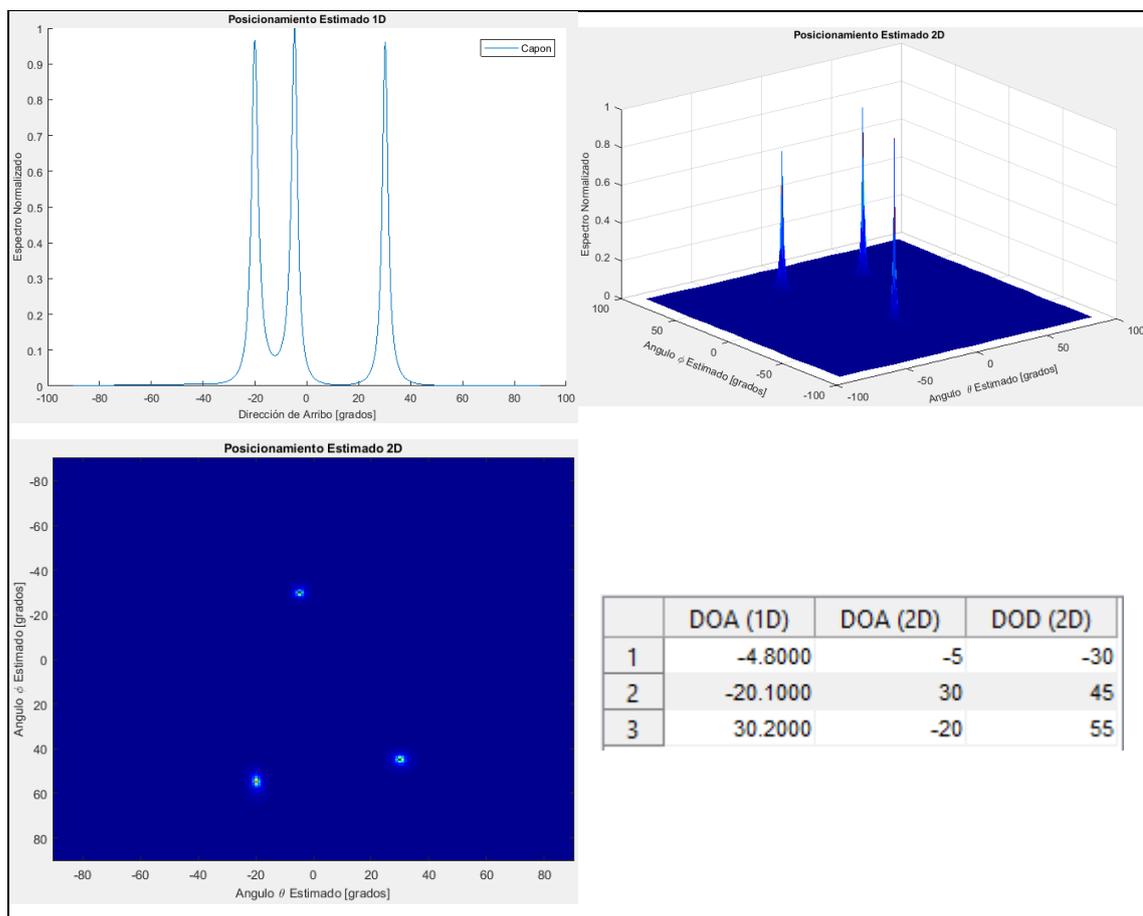
**Tabla 1-3:** Resultados del algoritmo Bartlett ante el escenario base.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5.1	0.02	-5	-30	0
-20	55	-19.9		-20	55	
30	45	30.2		30	45	

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 1-3 el algoritmo Bartlett logra estimar la dirección de las señales incidentes en ambas dimensiones bajo las condiciones iniciales del escenario base, mostrando una mayor precisión en dos dimensiones.

- Algoritmo Capon



**Figura 2-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario base.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

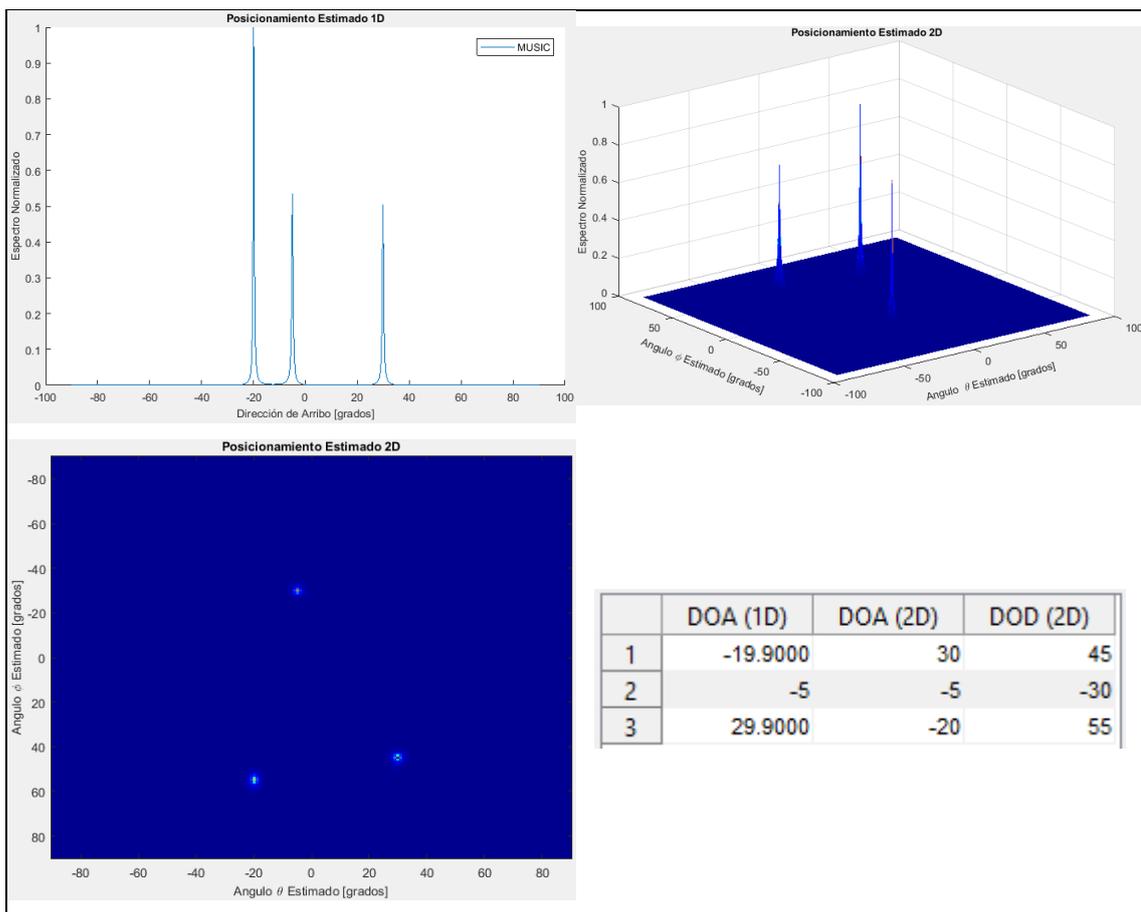
**Tabla 2-3:** Resultados del algoritmo Capon ante el escenario base.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-4.8	0.0300	-5	-30	0
-20	55	-20.1		-20	55	
30	45	30.2		30	45	

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

El algoritmo Capon muestra mayor resolución espectral en la estimación de las direcciones aun cuando su error es de 0.03 en comparación con Bartlett 1D.

- Algoritmo MUSIC



**Figura 3-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario base.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 3-3:** Resultados del algoritmo MUSIC ante el escenario base.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5	0.007	-5	-30	0
-20	55	-19.9		-20	55	
30	45	29.9		30	45	

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

Es notable la eficiencia espectral del algoritmo MUSIC frente a la estimación de las direcciones correspondientes, resaltando un MSE de 0.007 en 1D en relación a las técnicas basadas en beamforming, y equiparándose en eficiencia para la resolución en 2D.

- Algoritmo ESPRIT

	DOA (1D)	DOA (2D)	DOD (2D)
1	29.9907	-5.0878	-29.9887
2	-20.1212	-20.0049	54.8886
3	-5.2675	30.0027	45.2125

**Figura 4-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario base.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 4-3:** Resultados del algoritmo ESPRIT ante el escenario base.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5.2675	0.029	-5.0878	-29.9887	0.022
-20	55	-20.1212		-20.0049	54.888	
30	45	29.9907		30.0027	45.2125	

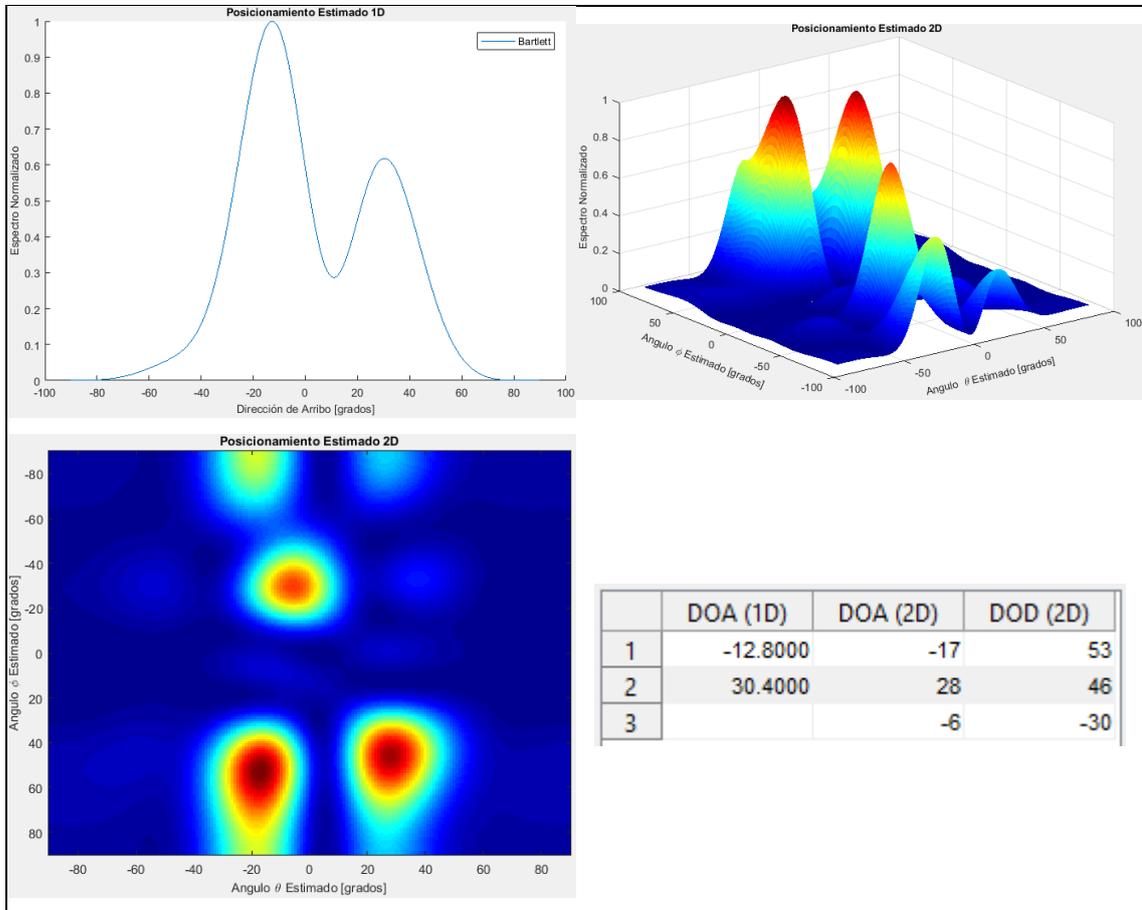
Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

El algoritmo ESPRIT a pesar de mostrar un MSE en la resolución de direcciones en ambas dimensiones, se debe destacar que este error a pesar de ser bajo, se recompensa con su baja intensidad computacional para el cálculo de los mismos.

### 3.1.2 Simulación variando el número de elementos del arreglo

#### 3.1.2.1 Escenario 1

- Algoritmo Bartlett



**Figura 5-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 1.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 5-3:** Resultados del algoritmo Bartlett con número de antenas igual a 4.

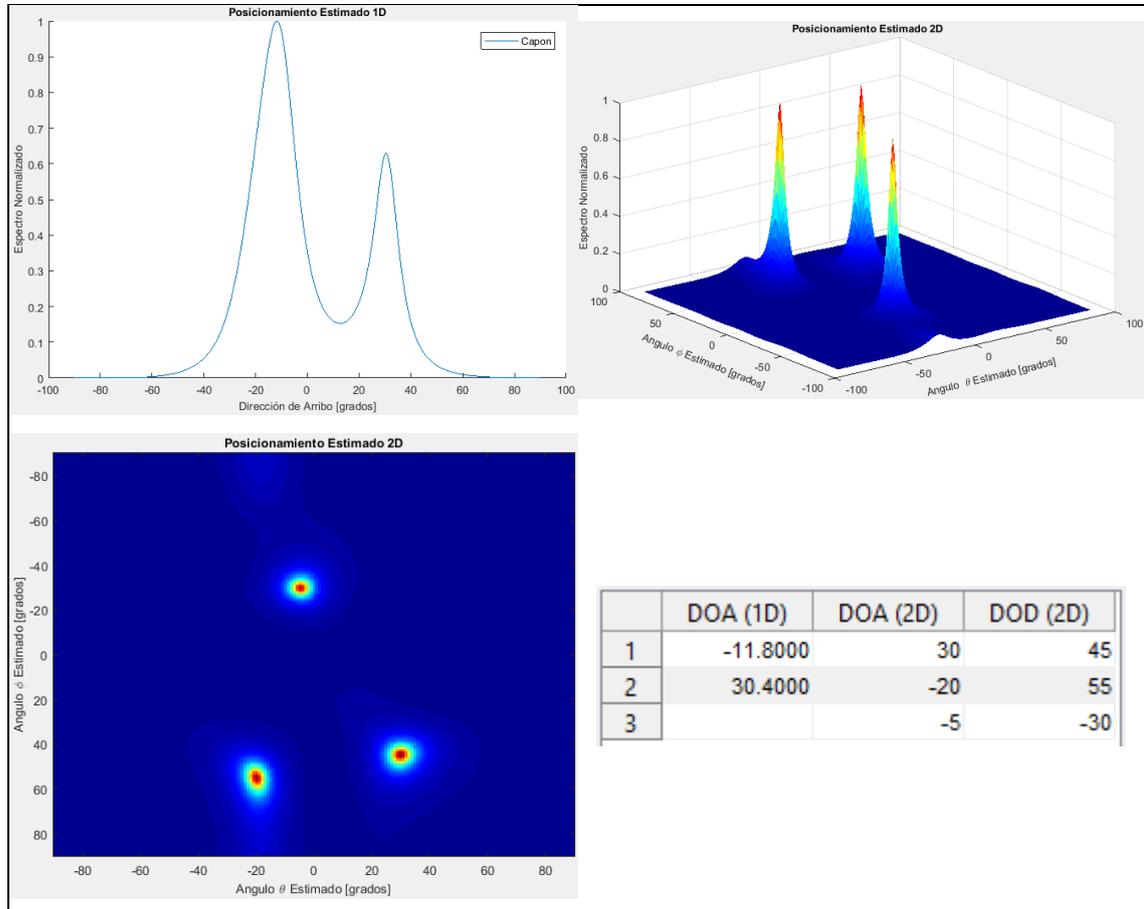
Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30			-6	-30	6.333
-20	55			-17	53	
30	45	30.4	0.160	28	46	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

Al haberse reducido el número de antenas de 8 a 4, Bartlett presenta problemas para estimar el posicionamiento de señales que proceden de direcciones próximas para su resolución en 1D, como se observa en la figura 5-3, donde solo se calculó el MSE de cuya dirección pudo ser estimada;

sin embargo para el posicionamiento en 2D a pesar de obtener una estimación de todas las direcciones, muestra un MSE de 6.333 que es considerable.

- Algoritmo Capon



**Figura 6-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 1.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

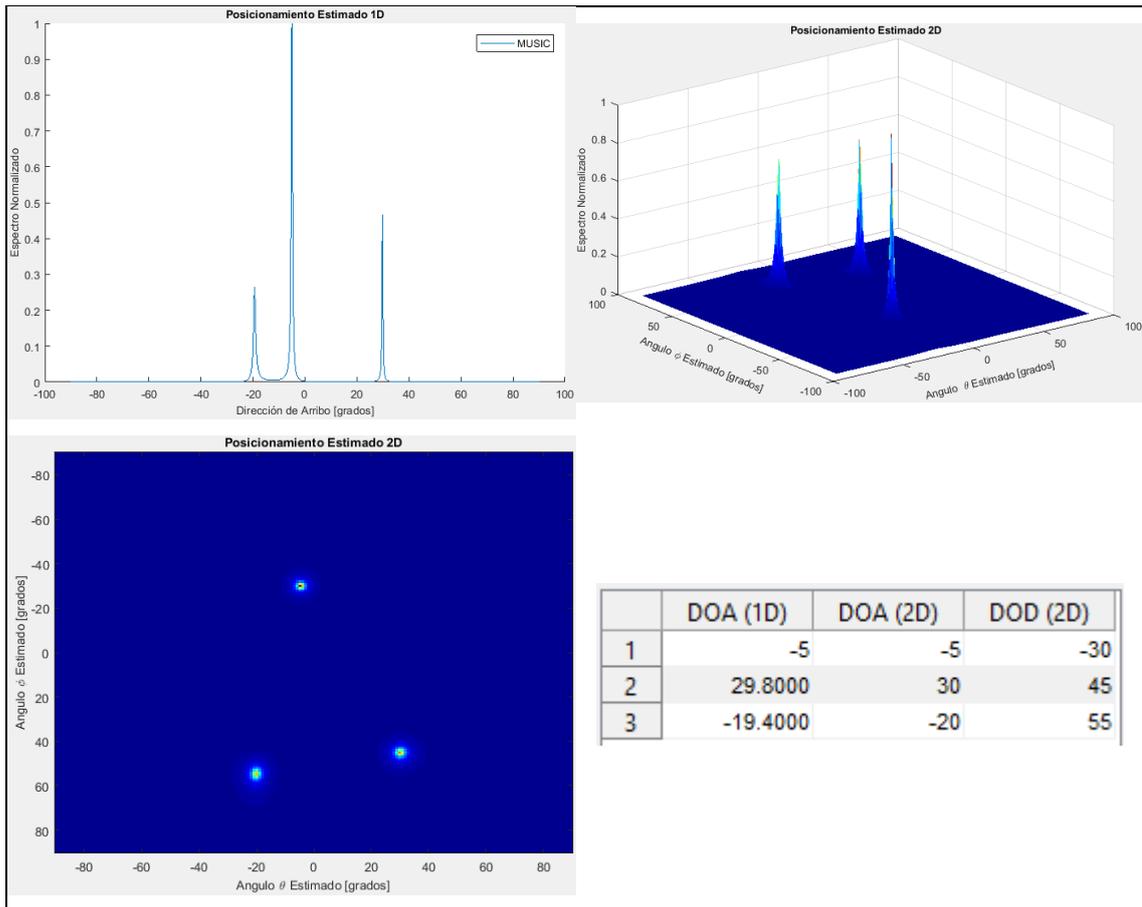
**Tabla 6-3:** Resultados del algoritmo Capon con número de antenas igual a 4.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30			-5	-30	0
-20	55			-20	55	
30	45	30.4	0.160	30	45	

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

El algoritmo Capon también muestra problemas para la estimación del posicionamiento en 1D frente a direcciones próximas entre sí al haberse reducido el número de antenas, cuestión que difiere con la estimación en 2D.

- Algoritmo MUSIC



**Figura 7-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 1.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 7-3:** Resultados del algoritmo MUSIC con número de antenas igual a 4.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5	0.133	-5	-30	0
-20	55	-19.4		-20	55	
30	45	29.8		30	45	

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 7-3 se observa que el algoritmo MUSIC para el posicionamiento en 1D y 2D no se ve afectado en gran medida por el cambio a un menor número de antenas, reflejando solo un aumento en su MSE que no resulta significativo comparado con la falta de capacidad de resolución de las técnicas de Beamforming.

- Algoritmo ESPRIT

	DOA (1D)	DOA (2D)	DOD (2D)
1	30.1078	-4.9271	-29.6625
2	-19.4178	-19.6706	55.2749
3	-5.8589	30.0541	44.8414

**Figura 8-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 1.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 8-3:** Resultados del algoritmo ESPRIT con número de antenas igual a 4.

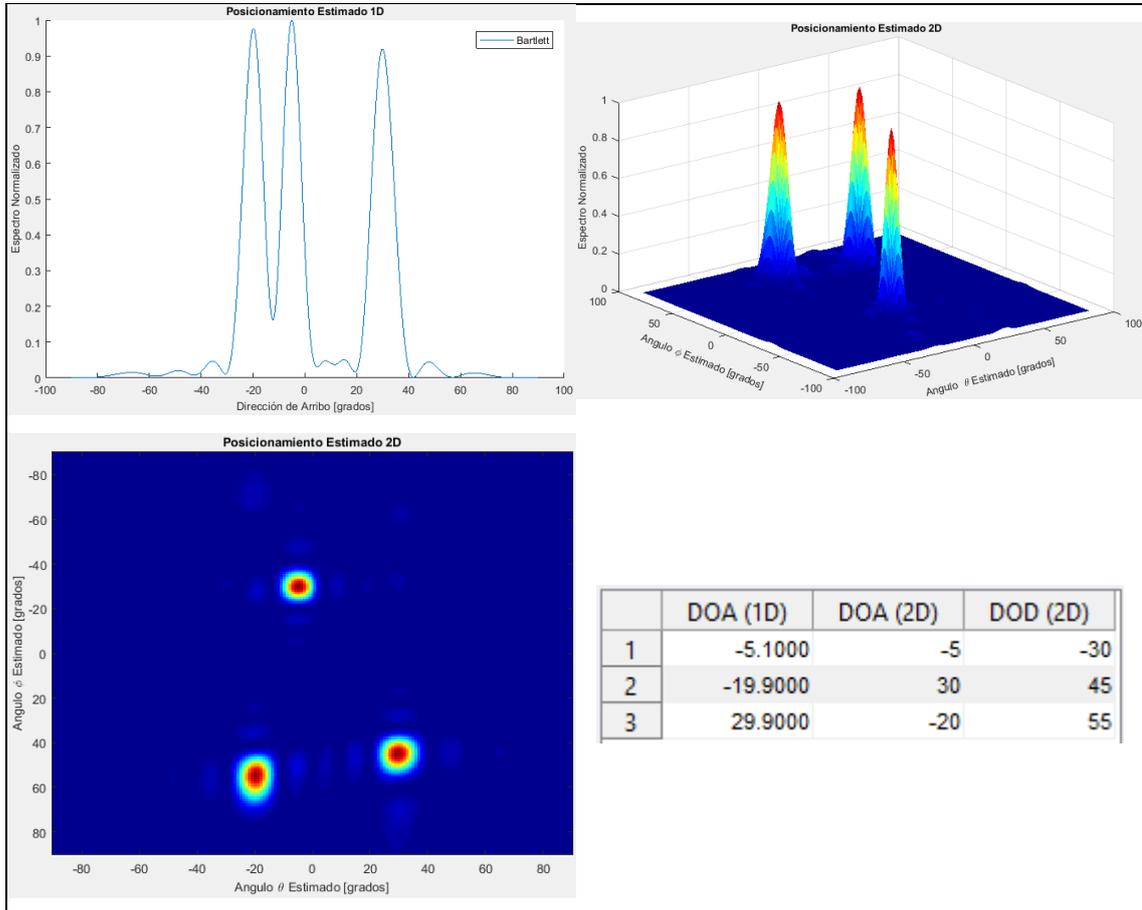
Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5.8589	0.3658	-4.9271	-29.6625	0.1105
-20	55	-19.41		-19.6706	55.2749	
30	45	30.1078		30.0541	44.8414	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

Con base en la figura 8-3, el algoritmo ESPRIT logra la estimación del posicionamiento en 1D y 2D sin importar la disminución en el número de antenas.

### 3.1.2.2 Escenario 2

- Algoritmo Bartlett



**Figura 9-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 2.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

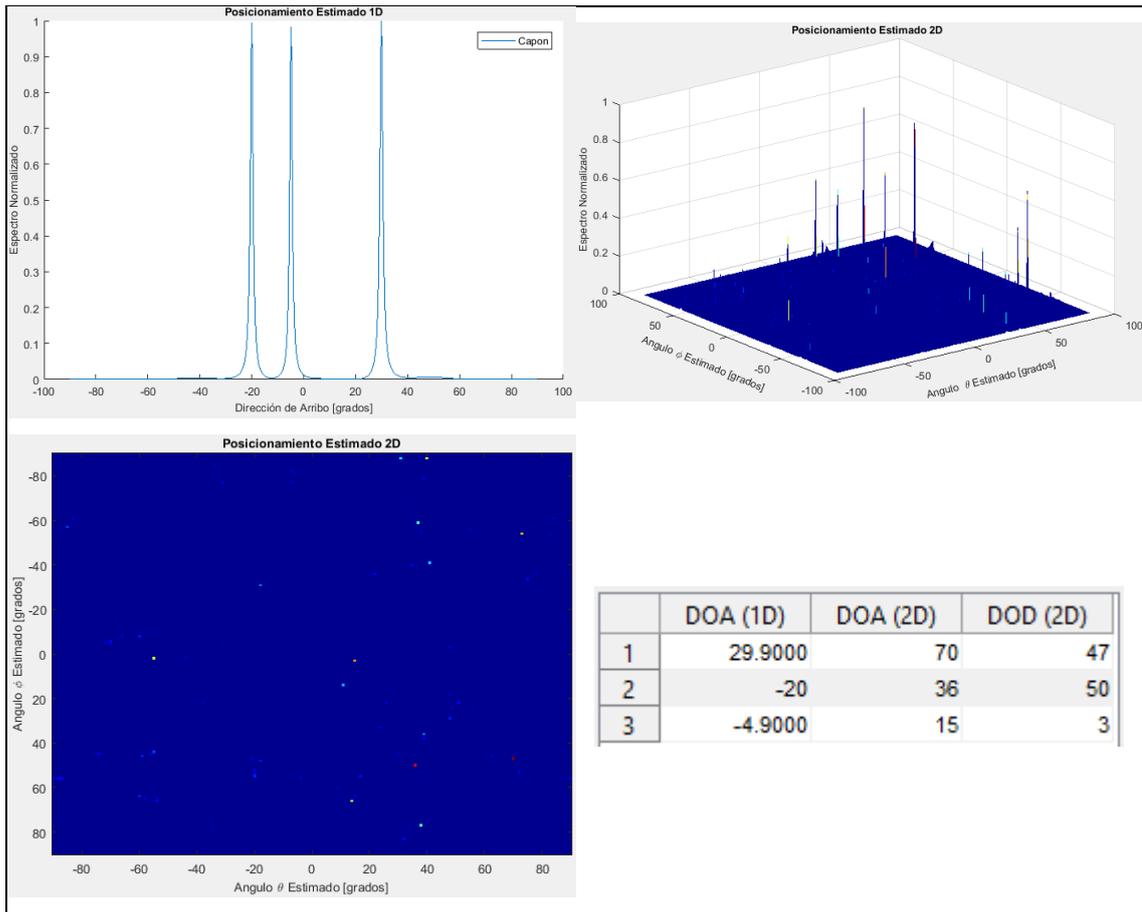
**Tabla 9-3:** Resultados del algoritmo Bartlett con número de antenas igual a 12.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5.1	0.010	-5	-30	0
-20	55	-19.9		-20	55	
30	45	29.9		30	45	

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 9-3 se aprecia como al aumentar el número de antenas, el algoritmo Bartlett muestra menos perturbación por el ruido en su espectro a su vez que se ve mayor definición en sus puntos máximos que son propios de las direcciones estimadas en 1D y 2D.

- Algoritmo Capon



**Figura 10-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 2.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

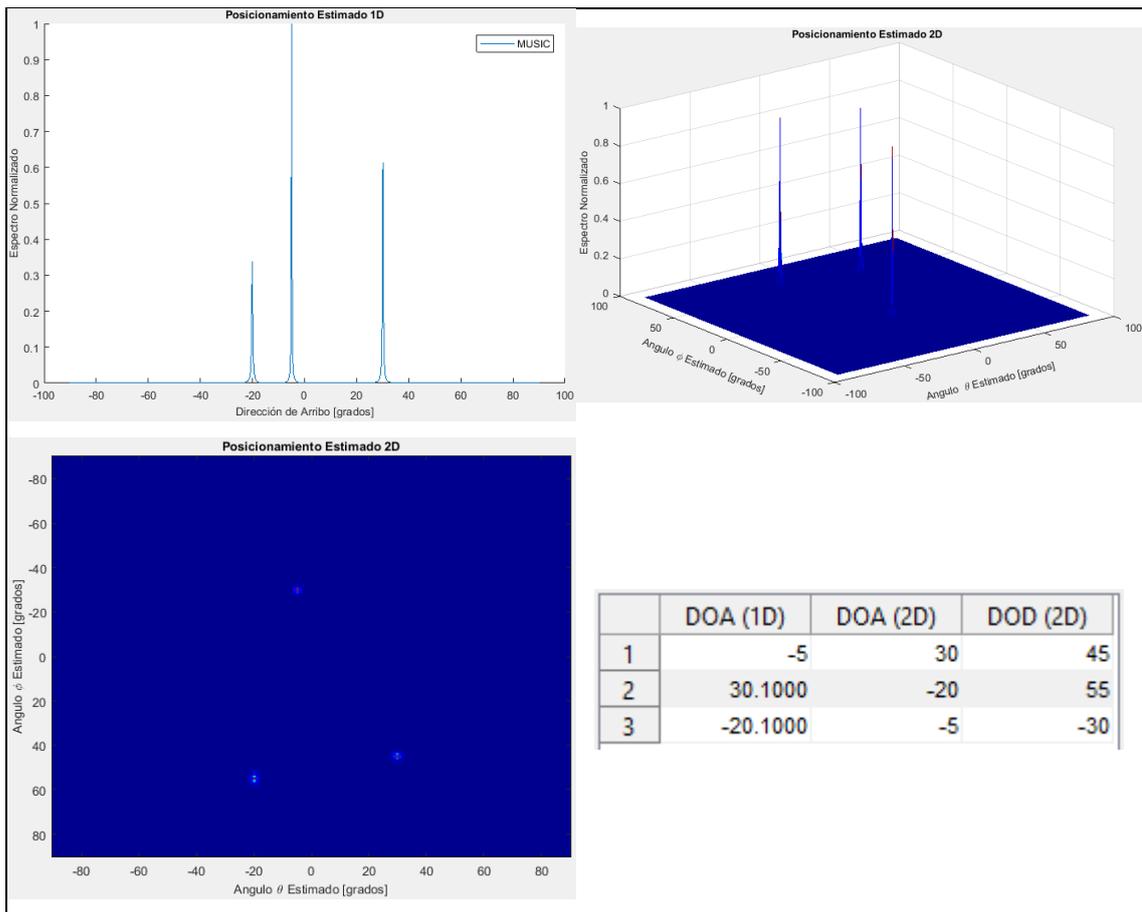
**Tabla 10-3:** Resultados del algoritmo Capon con número de antenas igual a 12.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-4.9	0.0067			
-20	55	-20				
30	45	29.9				

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 10-3 el espectro de Capon en 1D indica gran capacidad de resolución con un aumento del número de elementos en el arreglo, mientras que su capacidad en 2D se ve distorsionada al no poder distinguir los objetivos del ruido interferente, probablemente debido al no tener una variación conjunto con otro parámetro del escenario.

- Algoritmo MUSIC



**Figura 11-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 2.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 11-3:** Resultados del algoritmo MUSIC con número de antenas igual a 12.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5	0.007	-5	-30	0
-20	55	-20.1		-20	55	
30	45	30.1		30	45	

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 11-3 se debe destacar que el piso de ruido entre las direcciones correspondientes a cada señal incidente se ve totalmente reducido en relación a los casos anteriores dejando apreciar mayor agudeza en el espectro de cada señal.

- Algoritmo ESPRIT

	DOA (1D)	DOA (2D)	DOD (2D)
1	30.0466	-5.0570	-29.9698
2	-4.9440	-20.0031	54.9747
3	-19.9919	30.0560	45.0942

**Figura 12-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 2.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 12-3:** Resultados del algoritmo ESPRIT con número de antenas igual a 12.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-4.9440	0.0018	-5.0570	-29.9698	0.0056
-20	55	-19.9919		-20.003	54.9747	
30	45	30.0466		30.0560	45.0942	

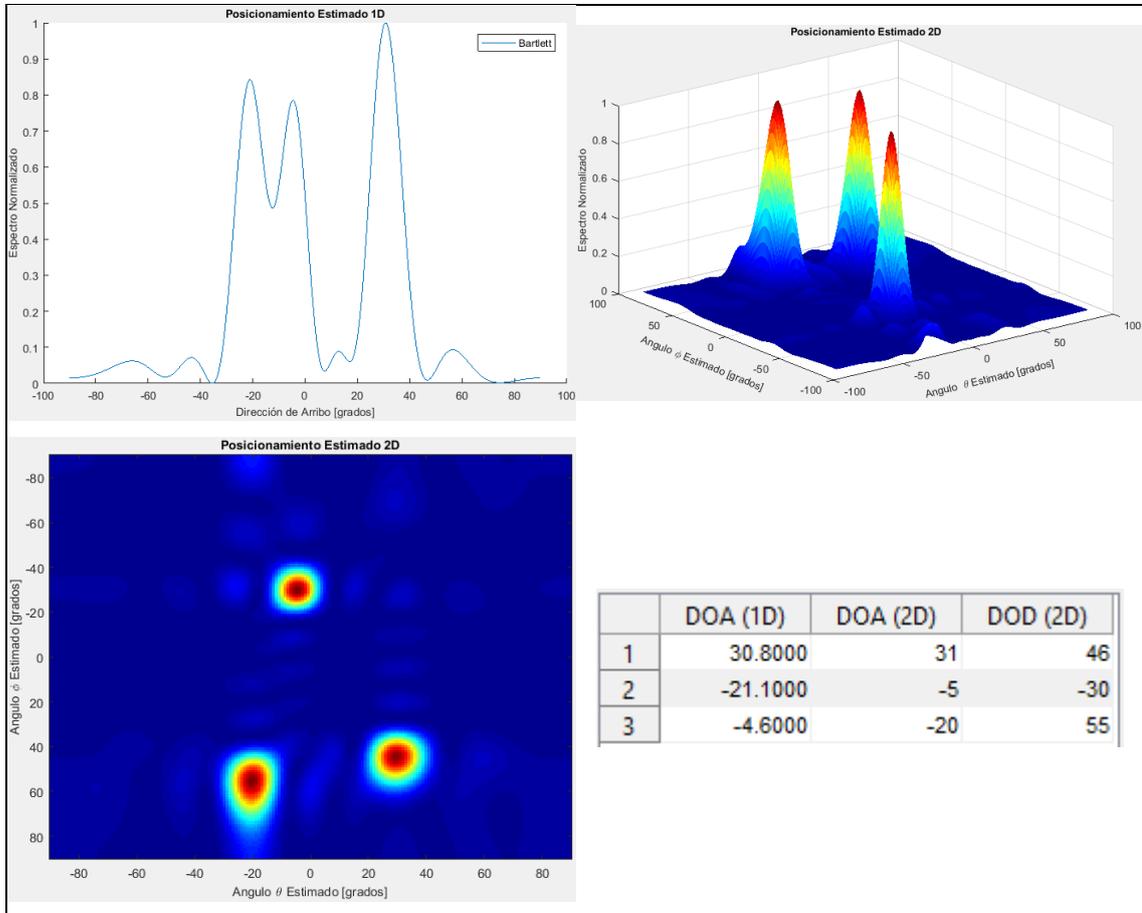
**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

La figura 12-3 muestra las estimaciones del algoritmo ESPRIT como respuesta al aumento de elementos en el arreglo, que reflejan un menor error en la resolución del posicionamiento en comparación al escenario 1.

### 3.1.3 Simulación variando el número de snapshots

#### 3.1.3.1 Escenario 3

- Algoritmo Bartlett



**Figura 13-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 3.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

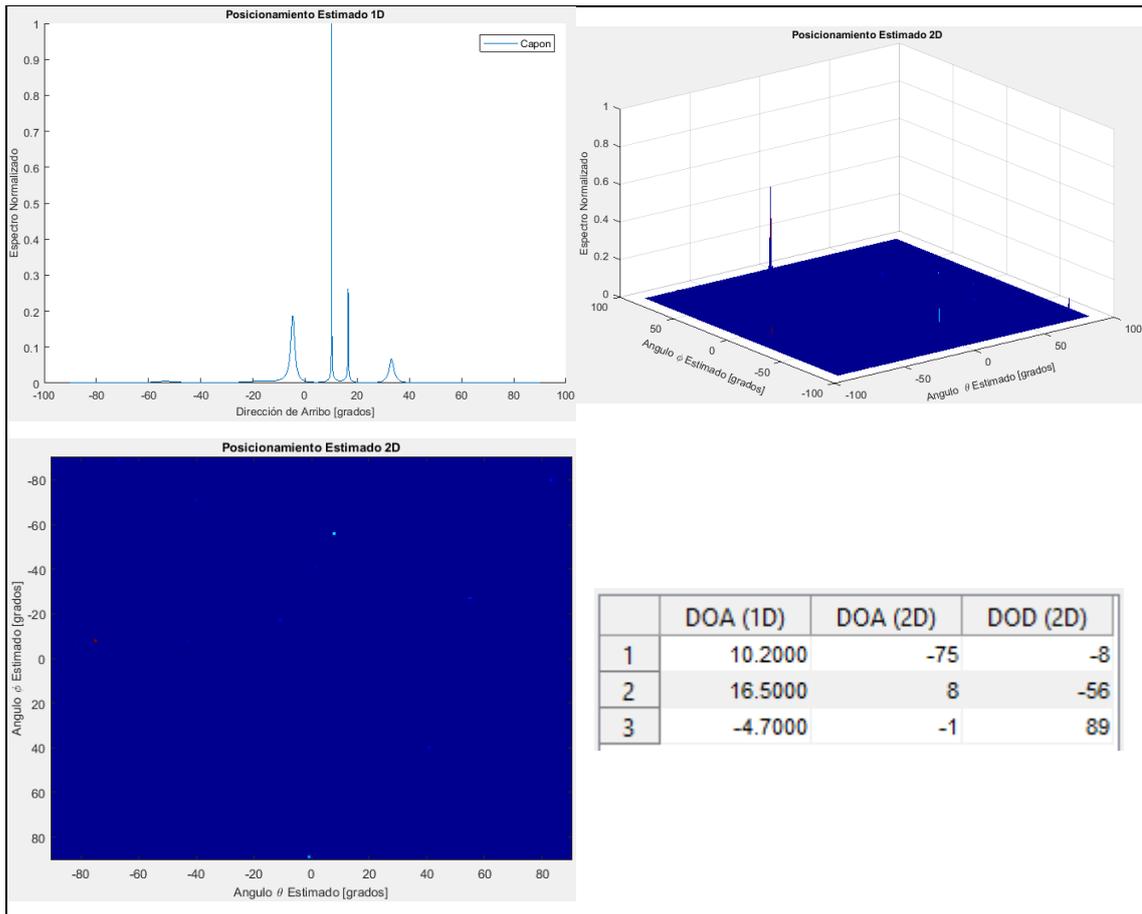
**Tabla 13-3:** Resultados del algoritmo Bartlett con número de snapshots igual a 10.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-4.6	0.6700	-5	-30	0.6667
-20	55	-21.1		-20	55	
30	45	30.8		31	46	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 13-3 se indica la capacidad de resolución del algoritmo Bartlett ante una notable disminución del número de snapshots logrando una estimación aproximada de los objetivos para 1D y una estimación casi exacta para 2D.

- Algoritmo Capon



**Figura 14-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 3.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

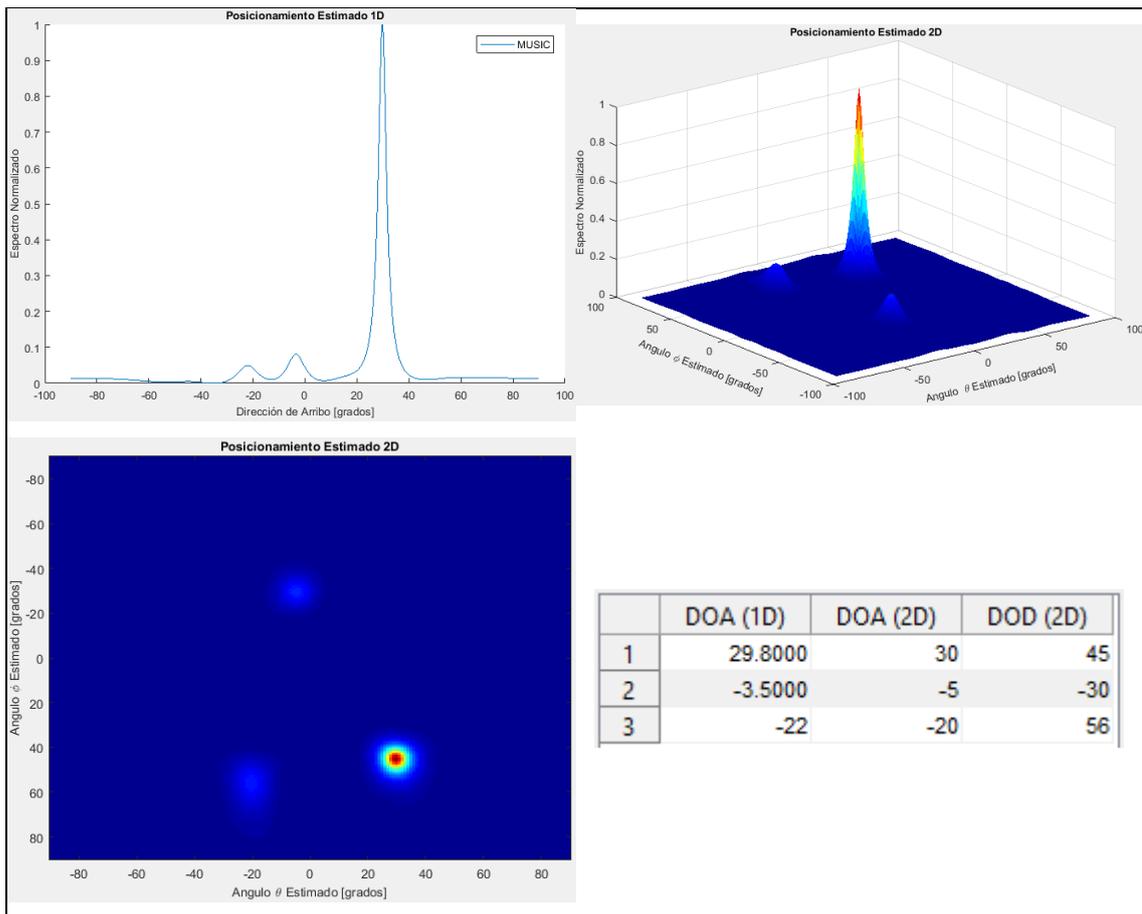
**Tabla 14-3:** Resultados del algoritmo Capon con número de snapshots igual a 10.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-4.7	0.0900			
-20	55					
30	45					

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 14-3 el algoritmo Capon presenta problemas para la resolución del posicionamiento en 1D y 2D de los objetivos debido a la reducción en el número de snapshots.

- Algoritmo MUSIC



**Figura 15-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 3.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 15-3:** Resultados del algoritmo MUSIC con número de snapshots igual a 10.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-3.5	2.0967	-5	-30	0.3333
-20	55	-22		-20	56	
30	45	29.8		30	45	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

La figura 15-3 muestra como el algoritmo MUSIC no pierde su capacidad de estimación del posicionamiento a pesar de contar con un menor número de snapshots pero presenta un aumento en su MSE comparados con otros escenarios.

- Algoritmo ESPRIT

	DOA (1D)	DOA (2D)	DOD (2D)
1	71.5089	-1.0900	71.7430
2	-8.2219	-19.1881	-39.1274
3	32.1099	-19.1881	-17.8778

**Figura 16-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 3.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 16-3:** Resultados del algoritmo ESPRIT con número de snapshots igual a 10.

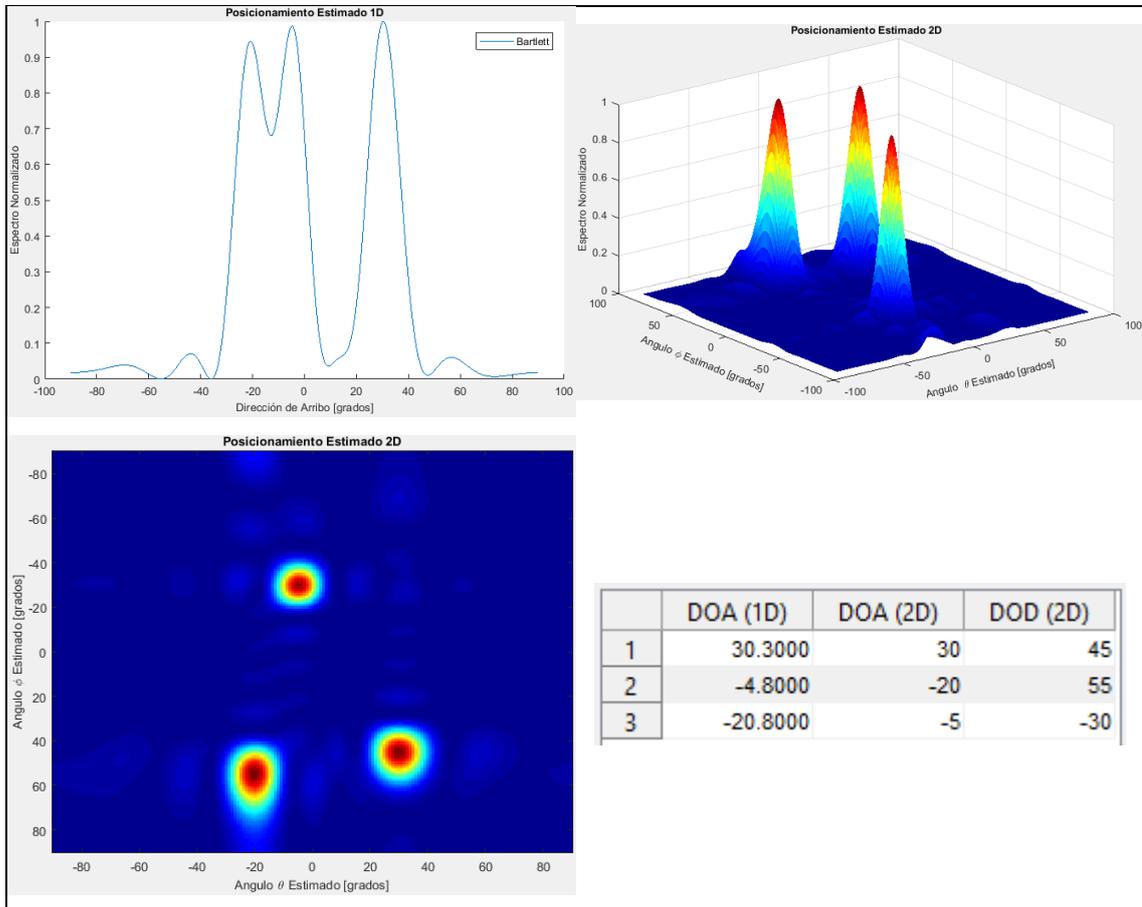
Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-8.2219	10.3806			
-20	55					
30	45	32.1099	4.4517			

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 16-3 el algoritmo ESPRIT no logra el objetivo de estimar el posicionamiento de las señales a causa de un menor número de snapshots.

### 3.1.3.2 Escenario 4

- Algoritmo Bartlett



**Figura 17-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 4.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

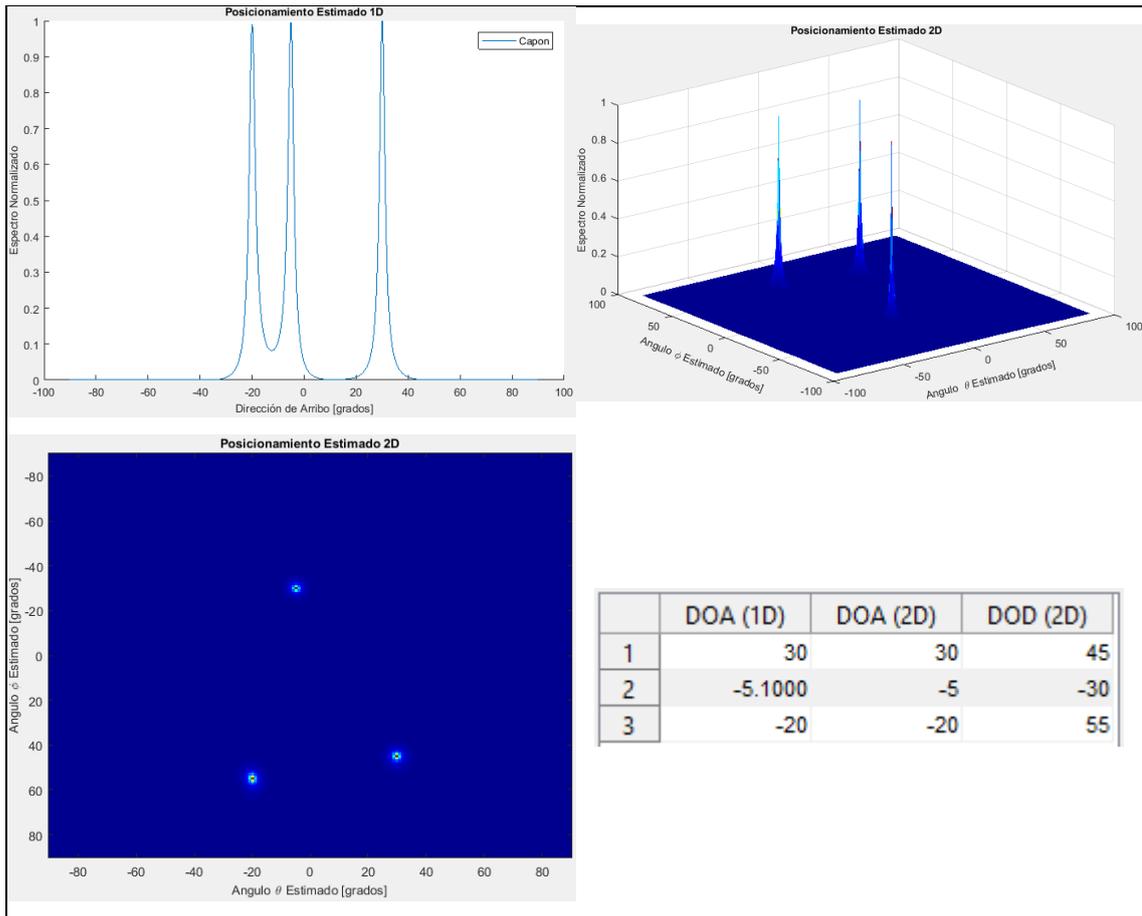
**Tabla 17-3:** Resultados del algoritmo Bartlett con número de snapshots igual a 300.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-4.8	0.2567	-5	-30	0
-20	55	-20.8		-20	55	
30	45	30.3		30	45	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 17-3 el algoritmo Bartlett a pesar de lograr una resolución en el posicionamiento en 1D y 2D con mayor número de snapshots, su espectro no muestra mucha diferencia en comparación al escenario previo, lo cual indicaría que no es dependiente de este parámetro.

- Algoritmo Capon



**Figura 18-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 4.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

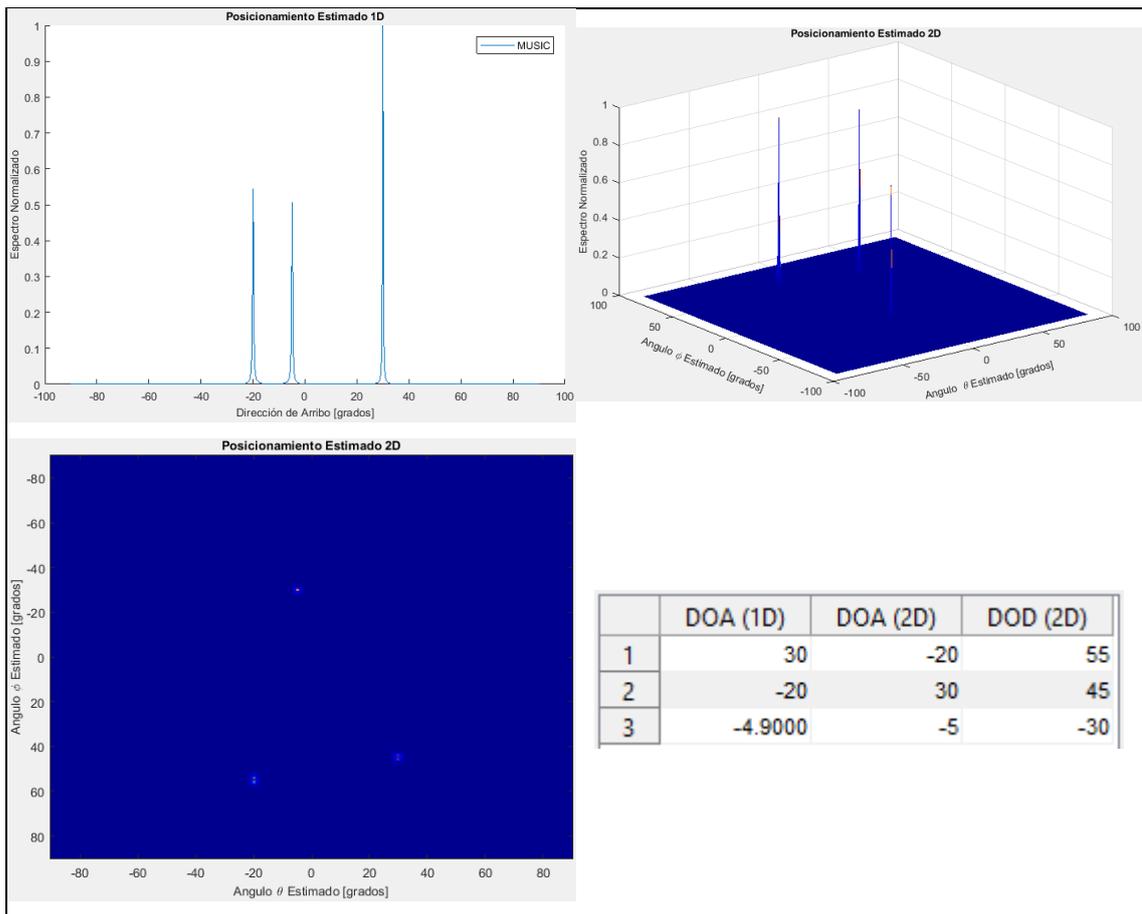
**Tabla 18-3:** Resultados del algoritmo Capon con número de snapshots igual a 300.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5.1	0.0033	-5	-30	0
-20	55	-20		-20	55	
30	45	30		30	45	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 18-3 se observa una gran resolución en las estimaciones de las direcciones al haber aumentado el número de snapshots.

- Algoritmo MUSIC



**Figura 19-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 4.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 19-3:** Resultados del algoritmo MUSIC con número de snapshots igual a 300.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-4.9	0.0033	-5	-30	0
-20	55	-20		-20	55	
30	45	30		30	45	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

La figura 19-3 muestra al algoritmo MUSIC con un desempeño similar al algoritmo Capon bajo las mismas condiciones, destacándose el primero en su espectro espacial al mostrar picos más agudos en las estimaciones de posicionamiento de los objetivos.

- Algoritmo ESPRIT

	DOA (1D)	DOA (2D)	DOD (2D)
1	30.1049	-5.1219	-30.0398
2	-20.0000	-20.0316	54.9023
3	-4.8535	30.0205	44.9086

**Figura 20-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 4.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 20-3:** Resultados del algoritmo ESPRIT con número de snapshots igual a 300.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-4.8535	0.0108	-5.1219	-30.0398	0.0119
-20	55	-20		-20.0316	54.9023	
30	45	30.1049		30.0205	44.9086	

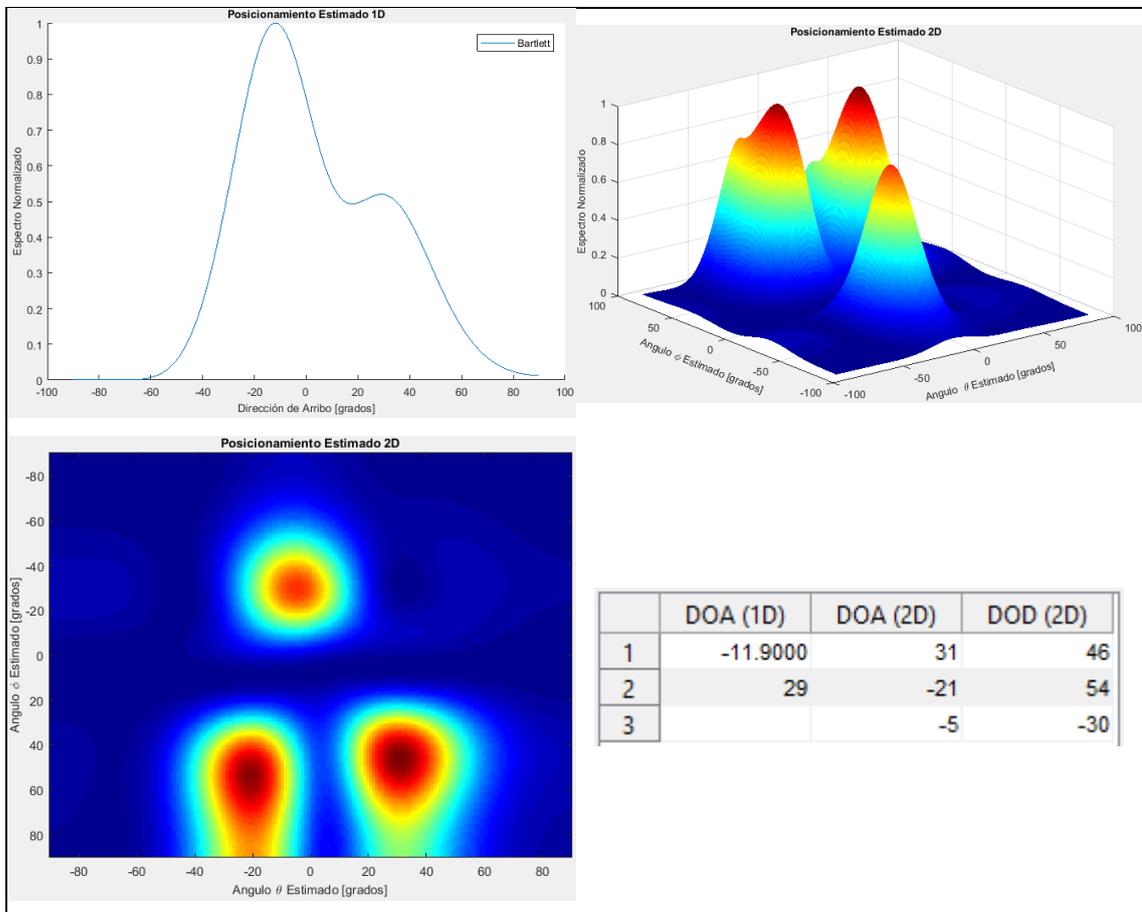
**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 20-3 ESPRIT demuestra que sigue teniendo gran capacidad de resolución en la estimación del posicionamiento más aun cuando cuenta con un mayor número de snapshots.

### 3.1.4 Simulación variando la distancia entre los elementos del arreglo

#### 3.1.4.1 Escenario 5

- Algoritmo Bartlett



**Figura 21-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 5.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 21-3:** Resultados del algoritmo Bartlett con distancia entre los elementos igual a  $0.2\lambda$ .

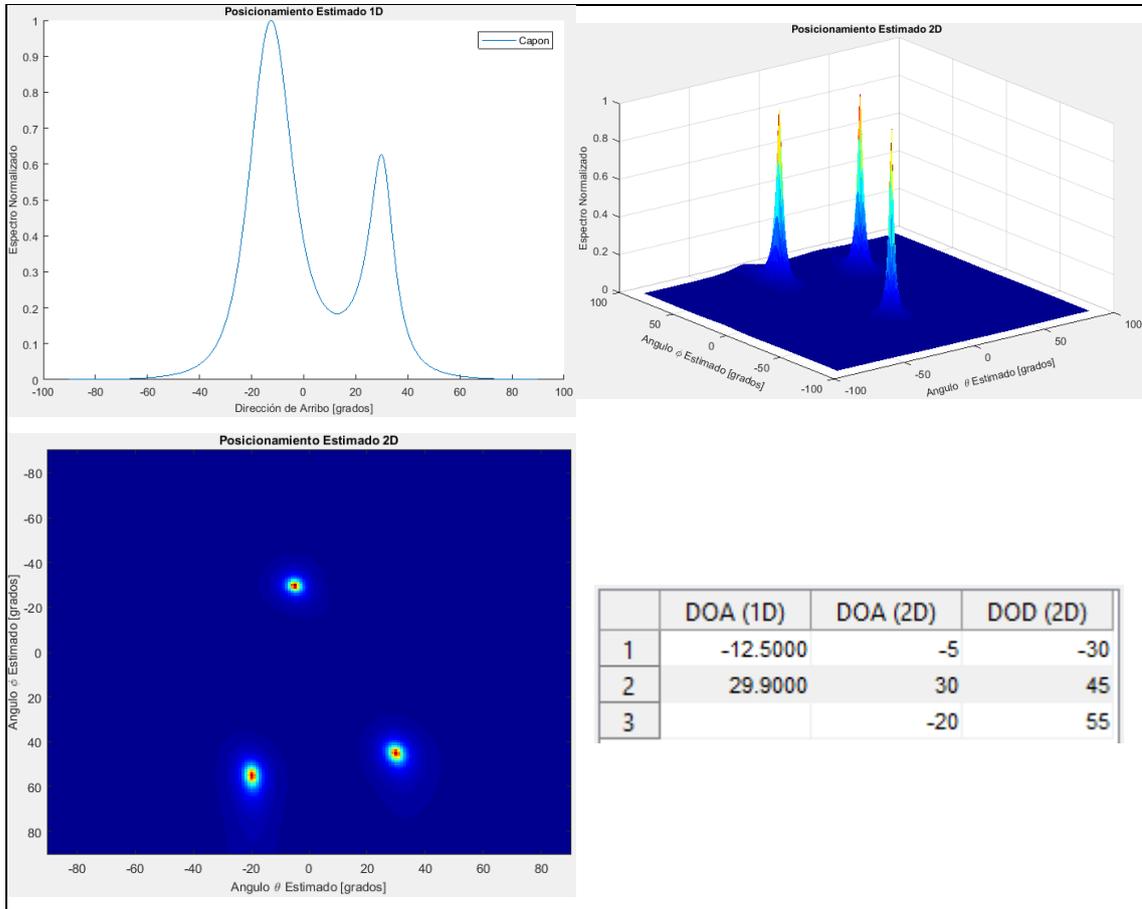
Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30			-5	-30	1.3333
-20	55			-21	54	
30	45	29	1	31	46	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

Como se observa en la figura 21-3, Bartlett 1D presenta problemas de resolución de la DOAs cuando la distancia entre los elementos se ve disminuida considerablemente, pues la dirección de los dos objetivos que se encuentran más próximos entre sí no logran ser estimados; en el caso de

la resolución en 2D, a pesar de alcanzar una estimación de las DOAs y DODs, con un aumento en su MSE se puede notar una diferencia en su espectro en relación a los casos anteriores.

- Algoritmo Capon



**Figura 22-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 5.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

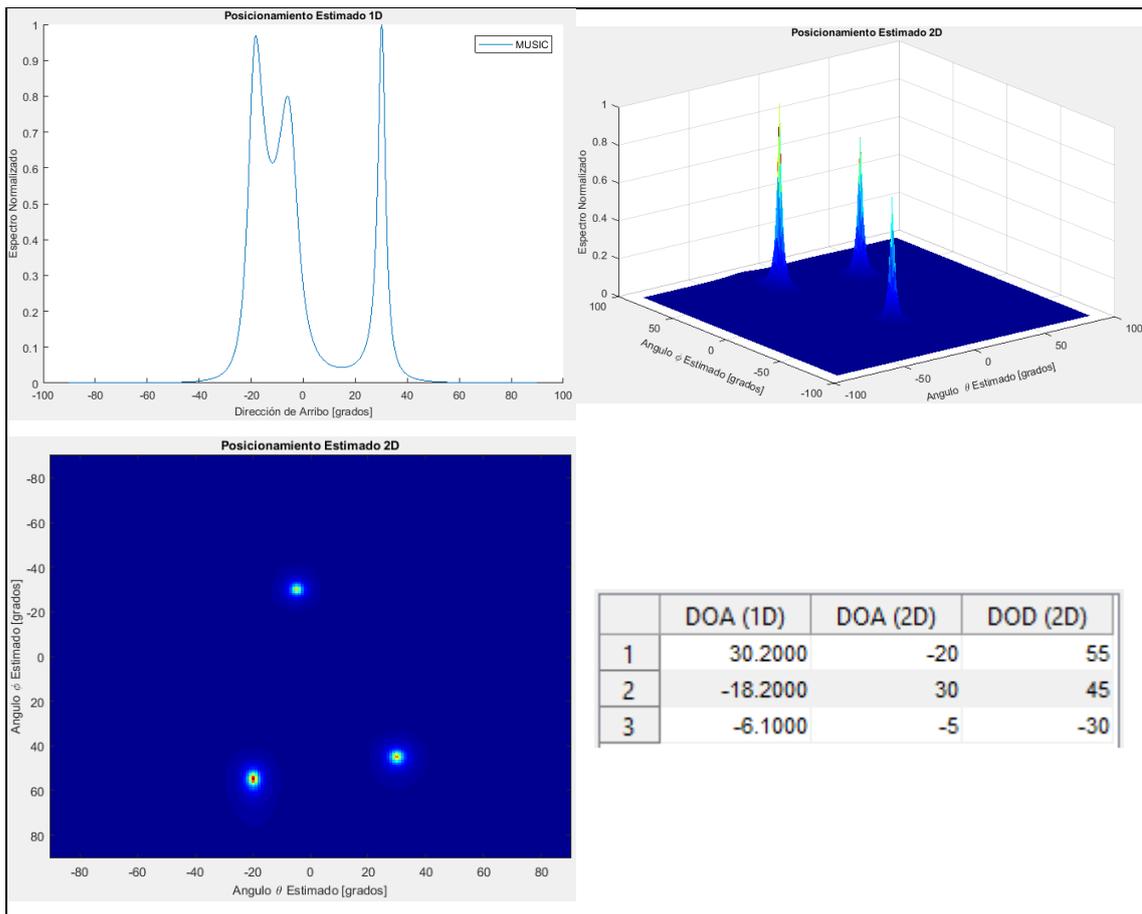
**Tabla 22-3:** Resultados del algoritmo Capon con distancia entre los elementos igual a  $0.2\lambda$ .

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30			-5	-30	0
-20	55			-20	55	
30	45	29.9	0.01	30	45	

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 22-3 se aprecia que Capon presenta los mismo problemas que el algoritmo Bartlett para la estimación de la DOA en 1D, pero esto difiere en su capacidad en la estimación en 2D, donde cuyos picos máximos son acordes al posicionamiento real de la incidencia de los objetivos.

- Algoritmo MUSIC



**Figura 23-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 5.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 23-3:** Resultados del algoritmo MUSIC con distancia entre los elementos igual a  $0.2\lambda$ .

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-6.1	1.4967	-5	-30	0
-20	55	-18.2		-20	55	
30	45	30.2		30	45	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

La forma del espectro en 1D de la figura 23-3 indica como el algoritmo MUSIC se ve afectado por la disminución en el espaciado entre los elementos del arreglo, donde a pesar de obtener una estimación de la dirección de incidencia de las señales, refleja un aumento notable en su MSE. La capacidad del algoritmo en su estimación 2D no se ve afectado por la variación del parámetro en cuestión.

- Algoritmo ESPRIT

	DOA (1D)	DOA (2D)	DOD (2D)
1	-23.1575	-4.7161	-30.2597
2	-5.2540	-20.3413	54.6216
3	28.3573	30.1780	45.5016

**Figura 24-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 5.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 24-3:** Resultados del algoritmo ESPRIT con distancia entre los elementos igual a  $0.2\lambda$ .

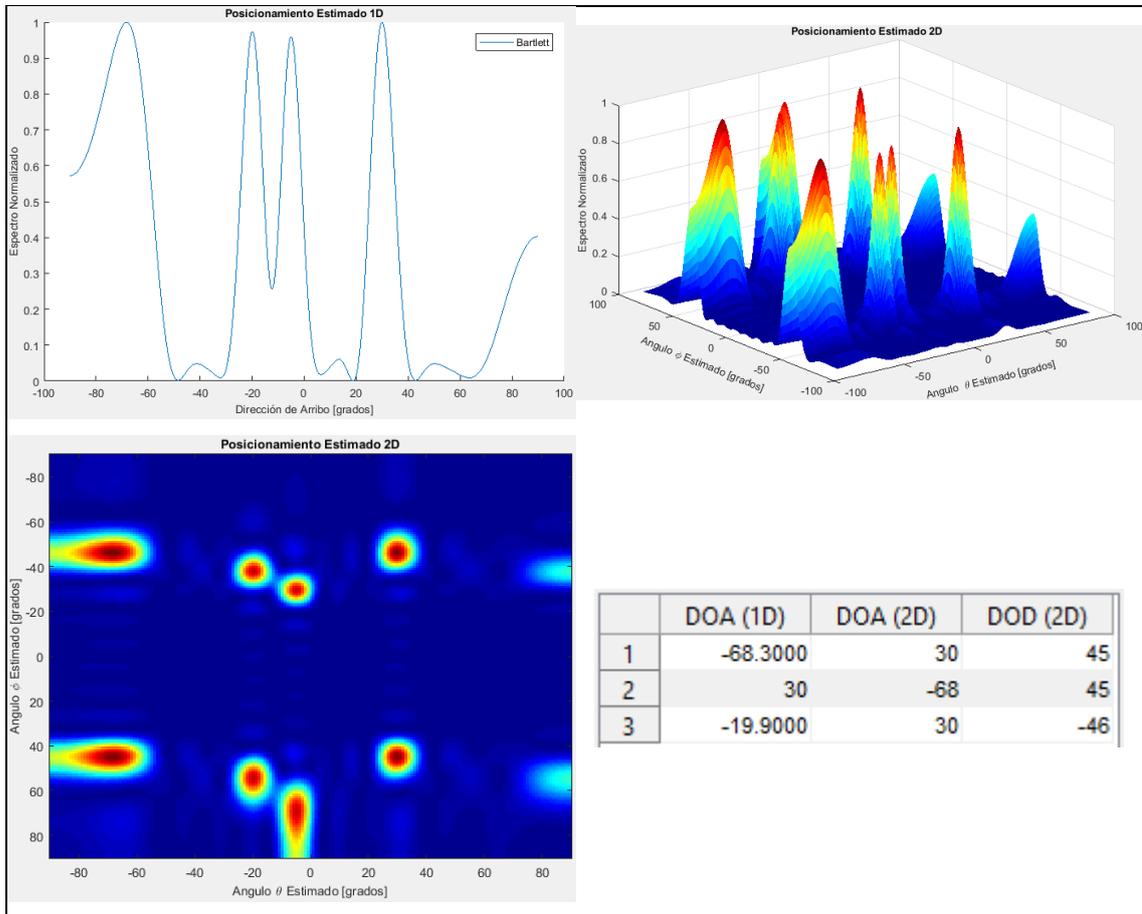
Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5.254	4.2443	-4.7161	-30.2597	0.2303
-20	55	-23.1575		-20.3413	54.6216	
30	45	28.3573		30.178	45.5016	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 24-3 se observa que el algoritmo ESPRIT se ve afectado por el cambio propuesto en el escenario sin perder su capacidad de resolución aunque presente un incremento en su MSE para el caso de estimación 1D, mientras que en el segundo caso presenta un MSE mucho menor al primero.

### 3.1.4.2 Escenario 6

- Algoritmo Bartlett



**Figura 25-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 6.

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

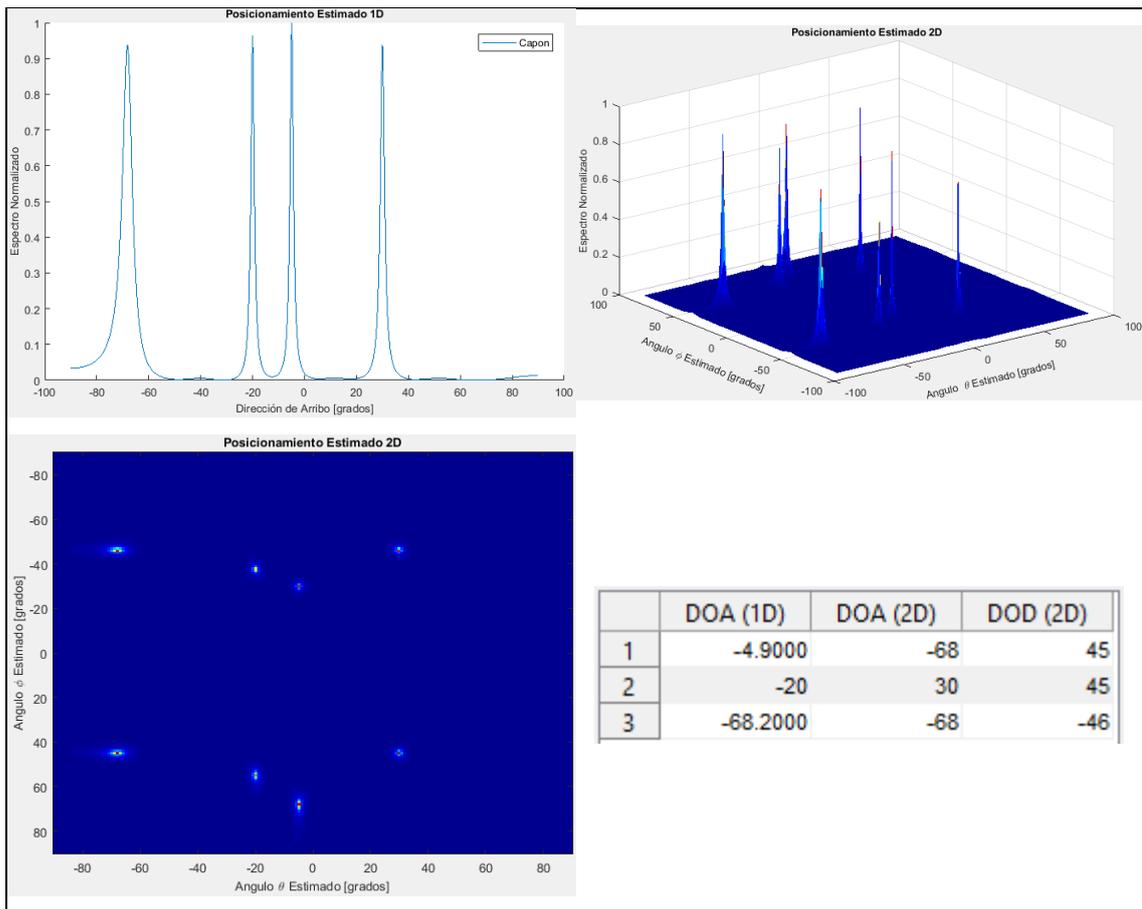
**Tabla 25-3:** Resultados del algoritmo Bartlett con distancia entre los elementos igual a  $0.7\lambda$ .

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30					
-20	55	-19.9	0.01			
30	45	30	0	30	45	0

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 25-3 se observa como al aumentar el espaciado entre los elementos del arreglo surgen nuevos picos en el espectro de Bartlett que imposibilitan la estimación del número de señales que arriban en el arreglo y su posicionamiento. La estimación en 2D es aún más complicada puesto que aparecen picos máximos con una misma DOA pero diferente DOD.

- Algoritmo Capon



**Figura 26-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 6.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

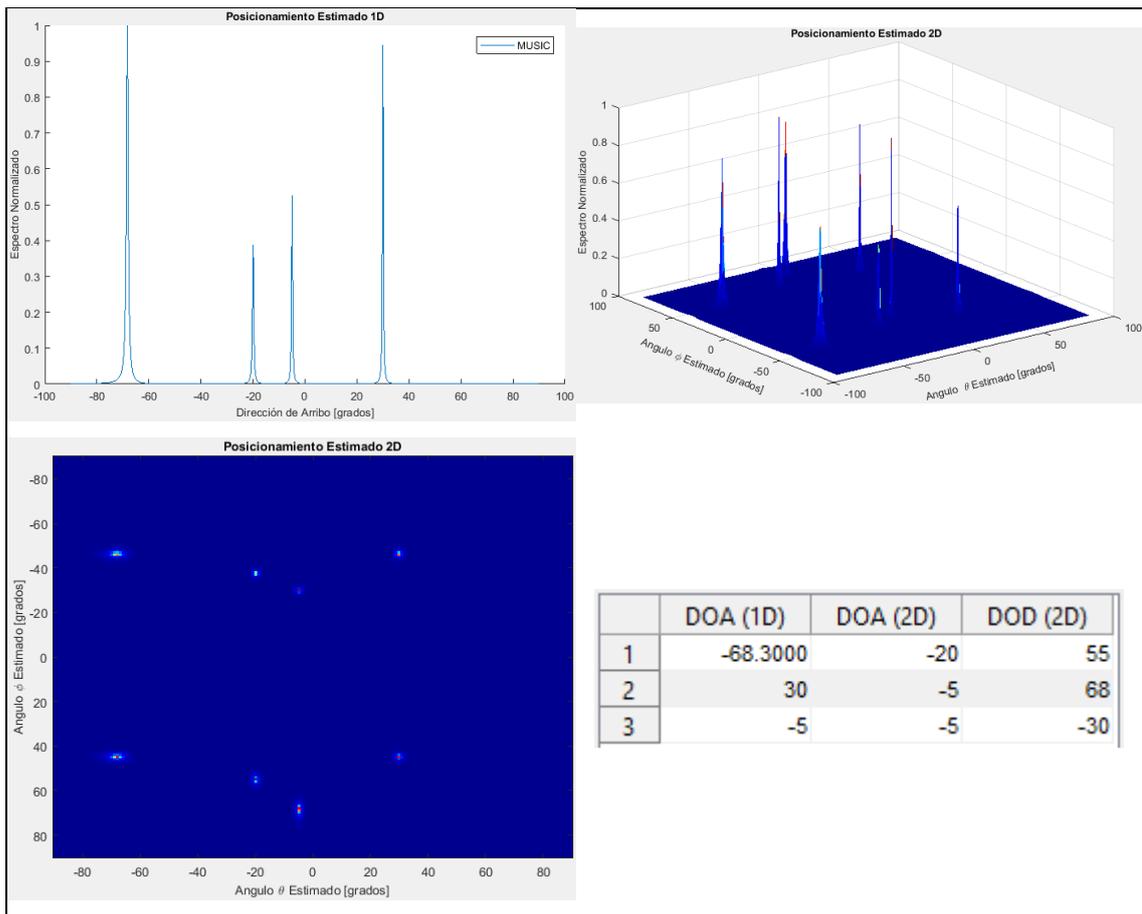
**Tabla 26-3:** Resultados del algoritmo Capon con distancia entre los elementos igual a  $0.7\lambda$ .

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-4.9	0.01			
-20	55	-20	0			
30	45			30	45	0

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

El algoritmo Capon presenta las mismas dificultades de resolución que Bartlett ante las condiciones del escenario, impidiendo identificar las señales de interés con la aparición de nuevos picos en el espectro espacial tanto para la estimación en 1D como en 2D.

- Algoritmo MUSIC



**Figura 27-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 6.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 27-3:** Resultados del algoritmo MUSIC con distancia entre los elementos igual a  $0.7\lambda$ .

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5	0	-5	-30	0
-20	55			-20	55	0
30	45	30	0			

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 27-3 el espectro del algoritmo MUSIC 1D y 2D muestra que no puede resolver el posicionamiento de todos los objetivos. Esto debido a que existen más picos espectrales que pueden ser confundidos con el arribo de otras supuestas señales.

- Algoritmo ESPRIT

	DOA (1D)	DOA (2D)	DOD (2D)
1	29.9808	-5.0447	-30.0631
2	-5.0812	-20.0036	-37.5861
3	-19.9223	30.0197	45.0546

**Figura 28-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 6.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 28-3:** Resultados del algoritmo ESPRIT con distancia entre los elementos igual a  $0.7\lambda$ .

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5.0812	0.0043	-5.0447	-30.0631	0.0060
-20	55	-19.9223				
30	45	29.9808		30.0197	45.0546	0.0034

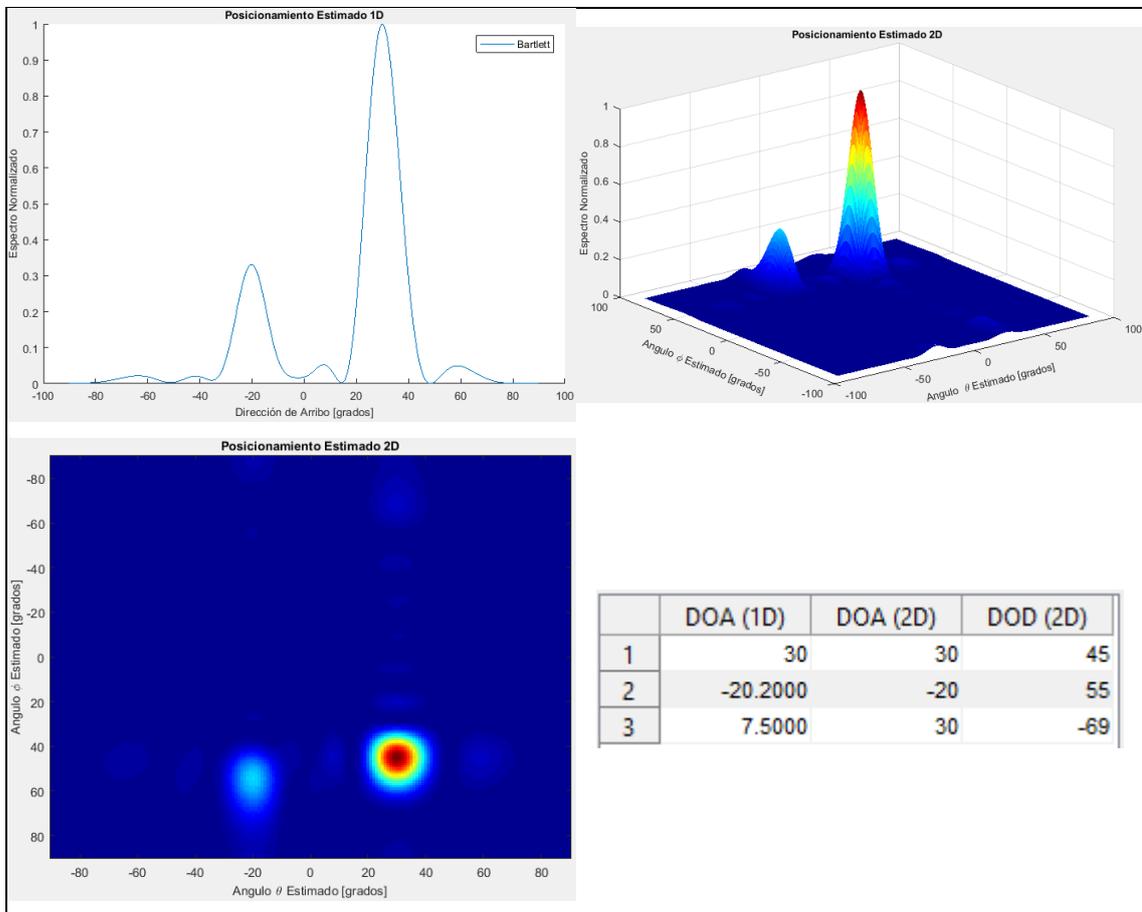
**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 28-3 el algoritmo ESPRIT logra una estimación de las señales incidentes en 1D pero en la estimación 2D se ve afectado por el distanciamiento de las antenas, evitando que una de las señales incidentes sea estimada.

### 3.1.5 Simulación variando la relación señal a ruido (SNR)

#### 3.1.5.1 Escenario 7

- Algoritmo Bartlett



**Figura 29-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Bartlett, escenario 7.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

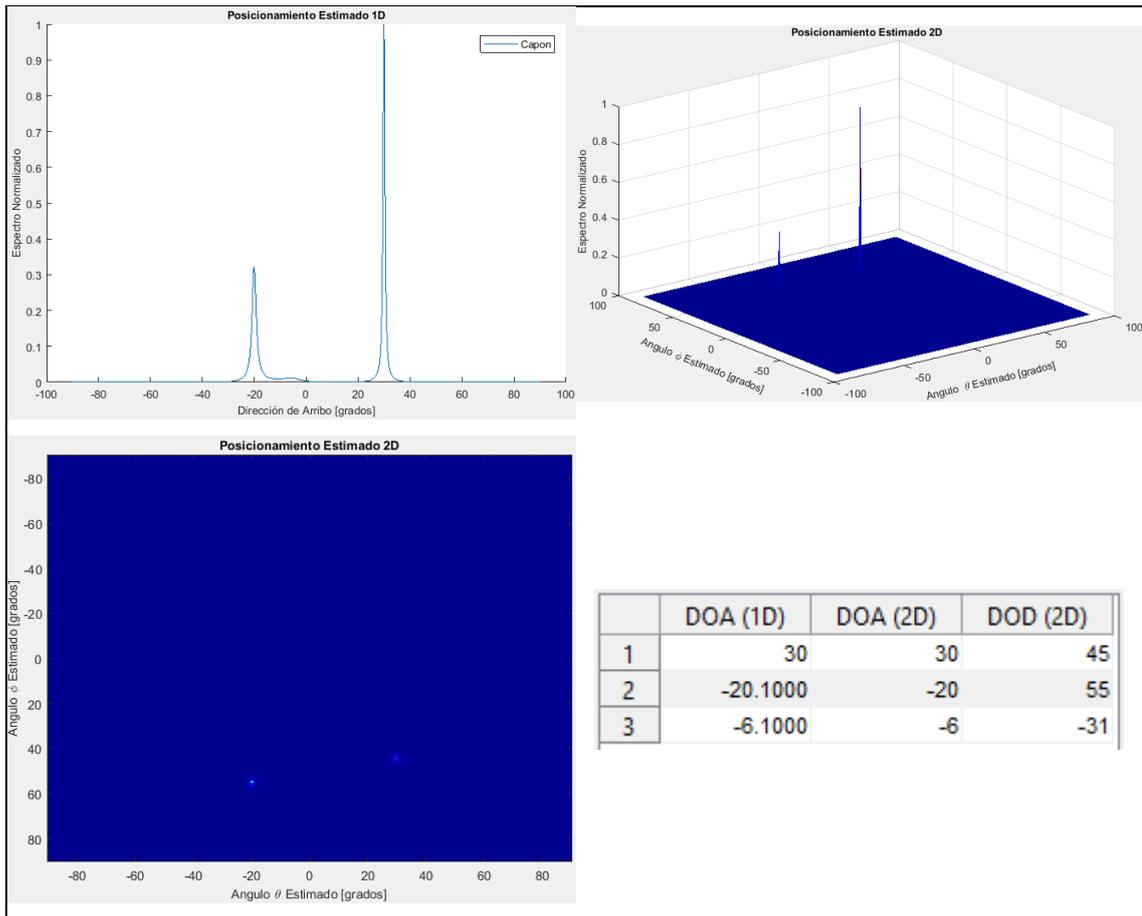
**Tabla 29-3:** Resultados del algoritmo Bartlett ante variación de SNRs.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30					
-20	55	-20.2	0.04	-20	55	0
30	45	30	0	30	45	0

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 29-3 se observa un nuevo resultado frente a los cambios de SNR de cada señal, donde la señal con menos relación señal a ruido no logra ser detectada mientras que el espectro de las otras dos señales sobresalen en relación a su SNR respectivo.

- Algoritmo Capon



**Figura 30-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo Capon, escenario 7.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

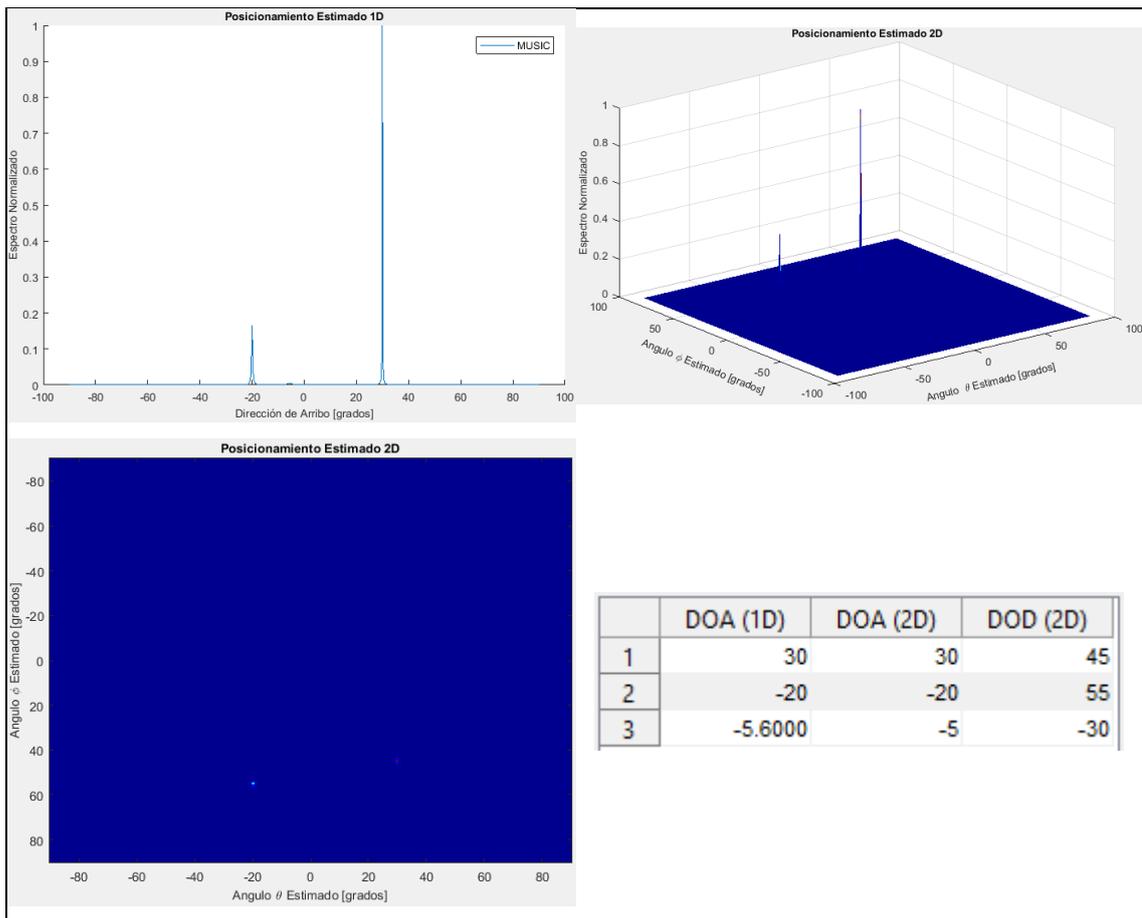
**Tabla 30-3:** Resultados del algoritmo Capon ante variación de SNRs.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-6.1	0.4067	-6	-31	0.6667
-20	55	-20.1		-20	55	
30	45	30		30	45	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 30-3 el algoritmo Capon permite una estimación de las DOAs en 1D y de las DOAs y DOD en 2D incluso cuando el espectro de la señal con menor SNR es notablemente reducido.

- Algoritmo MUSIC



**Figura 31-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo MUSIC, escenario 7.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 31-3:** Resultados del algoritmo MUSIC ante variación de SNRs.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5.6	0.1200	-5	-30	0
-20	55	-20		-20	55	
30	45	30		30	45	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 31-3 el espectro de la señal con menor SNR no logra ser apreciada, pues al parecer se acerca al piso de ruido, sin embargo sobresale del mismo que logra ser detectado y permite una estimación de su posicionamiento.

- Algoritmo ESPRIT

	DOA (1D)	DOA (2D)	DOD (2D)
1	30.0195	-4.6491	-28.9762
2	-20.0561	-19.9395	55.0573
3	-5.1845	29.9708	44.9637

**Figura 32-3:** Estimación del posicionamiento 1D y 2D, algoritmo ESPRIT, escenario 7.

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

**Tabla 32-3:** Resultados del algoritmo ESPRIT ante variación de SNRs.

Posición real DOAs / DODs		Posicionamiento 1D estimado	Error 1D	Posicionamiento 2D estimado		Error 2D
-5	-30	-5.1845	0.0125	-4.6491	-28.9762	0.3935
-20	55	-20.0561		-19.9395	55.0573	
30	45	30.0195		29.9708	44.9637	

**Realizado por:** Cabrera, Alfonso; 2019

En la figura 32-3 se observa que el algoritmo ESPRIT obtiene la estimación de las direcciones correspondientes a cada señal incidente, notando que existe una amplia variación de los valores calculados respecto a los valores esperados de la señal con menor SNR.

### 3.2 Evaluación y comparación de los algoritmos para la resolución de la dirección de arribo

Con base en los resultados obtenidos de los escenarios propuestos la siguiente tabla resume la capacidad de resolución para el posicionamiento en 1D y 2D de cada algoritmo a través del cálculo de su error cuadrático medio (MSE) extraído de las tablas previas.

Aquellas casillas que se muestran vacías indican que el algoritmo en cuestión no pudo ser concluyente con su objetivo de estimación del posicionamiento en 1D y/o 2D de todas las señales incidentes en el arreglo ya sea porque una o dos de las tres señales no pudieron ser estimadas.

**Tabla 33-3:** Resumen MSE de los algoritmos de estimación de posicionamiento.

Algoritmos/ Posicionamiento		Escenarios							
		Escenario Base	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3	Escenario 4	Escenario 5	Escenario 6	Escenario 7
Bartlett	1D	0.0200		0.0100	0.6700	0.2567			
	2D	0	6.3300	0	0.6667	0	1.3333		
Capon	1D	0.0300		0.0067		0.0033			0.4067
	2D	0	0			0	0		0.6667
MUSIC	1D	0.0070	0.1330	0.0067	2.0967	0.0033	1.4967		0.1200
	2D	0	0	0	0.3333	0	0		0
ESPRIT	1D	0.0290	0.3658	0.0018		0.0108	4.2443	0.0043	0.0125
	2D	0.0220	0.1105	0.0056		0.0119	0.2303		0.3935

Realizado por: Cabrera, Alfonso; 2019

El análisis se realizará a partir del escenario base en el cual todos los algoritmos mostraron una buena capacidad de resolución de la estimación de la DOA para el posicionamiento 1D y de la DOA y DOD para el posicionamiento en 2D, como lo indica la tabla 33-3; con base en el MSE que presentan los algoritmos en este escenario se evaluará como su capacidad se ve afectada en los escenarios siguientes con la variación de los parámetros.

El algoritmo Bartlett 1D y 2D demuestra una dependencia del número de elementos en el arreglo, entre mayor sea este número mejor será su funcionamiento así lo marcan sus resultados con respecto a los escenarios 1 y 2, donde cuando el número de elementos disminuyó se vio afectado de manera negativa en ambas dimensiones; incluso para la estimación en 1D no pudo resolver las direcciones de todas las señales y en 2D incrementó su error cuadrático medio considerablemente. Además se debe también enfatizar que este algoritmo otorga un buen funcionamiento incluso cuando cuenta con un número muy limitado de muestras de la señal (snapshots) como fue el caso en el escenario 3.

En los últimos 3 escenarios correspondientes a las variaciones de distanciamiento entre los elementos del arreglo y variaciones en las SNRs de las señales, Bartlett 1D y 2D muestra deficiencia ante estos cambios pero su dependencia al número de elementos podría contrarrestar este aspecto.

El algoritmo Capon 1D demuestra una mejor respuesta de estimación del posicionamiento en los escenarios 2 y 4 donde existe un incremento del número de elementos en el arreglo y del número de snapshots respectivamente con respecto al escenario principal mientras que se ve afectado gravemente por las variaciones en los demás escenarios ya que no existe una estimación total de todos los objetivos, excepto en el escenario 7 donde a pesar de obtener una estimación, refleja un aumento en su MSE.

En el caso del algoritmo Capon 2D se ve afectado en 3 de los 7 escenarios donde no existe una estimación dimensional de los objetivos, y hay que destacar que en el escenario 2 siendo que este corresponde a un aumento en los elementos del array no lo afecta de manera positiva en la estimación, lo que indicaría que también depende de la variación de otro factor.

El algoritmo MUSIC 1D y 2D destaca por su capacidad de estimación en casi todos escenarios, en especial cuando depende de un mayor número de snapshots mismos que lo benefician en su desempeño. En cambio en el escenario 3, cuando este algoritmo depende de un bajo número de snapshots, revela que es perjudicado por este parámetro con una subida en su MSE. Así mismo, una ampliación en el espacio entre los elementos del arreglo desfavorece al desempeño del algoritmo impidiendo la detección de los debidos frentes de onda.

El algoritmo ESPRIT 1D y 2D se ve beneficiado cuando el array tiene un mayor número de elementos respecto al escenario base y es perjudicado cuando no cuenta con muchos snapshots, así lo demuestran los escenarios 2 y 3; en cambio en el escenario 6, el posicionamiento 2D es afectado adversamente a causa de la variación del espaciado que existe en este escenario.

Es importante mencionar que el algoritmo ESPRIT compensa sus errores de estimación con su baja intensidad computacional, menor requerimiento de almacenamiento y que no involucra una exhaustiva búsqueda a través de todos los posibles vectores de direcciones, como lo hacen los demás algoritmos.

En general se tiene que el posicionamiento en 2D evidencia un menor error cuadrático medio en la mayoría de algoritmos y escenarios.

## CONCLUSIONES

- Entre las técnicas más sobresalientes que se analizaron para la estimación del posicionamiento en una y dos dimensiones, se encuentran las técnicas convencionales o de beamforming y las técnicas basadas en subespacios, cada una con sus peculiaridades y resaltantes características, la principal de ellas está en el uso de la matriz de correlación, donde la primera de las técnicas trabaja directamente con la matriz sin someterla a algún procedimiento previo para efectuar una estimación del posicionamiento; este punto difiere para el caso de las técnicas basadas en subespacios, donde es necesaria una descomposición de la matriz de correlación en valores y vectores propios que permitan conseguir la estimación del posicionamiento. Estas técnicas son óptimas tanto para el posicionamiento 1D como 2D.
- Dentro de las técnicas mencionadas se hallan algoritmos de resolución de la dirección de arribo que se fundamentan en las características propias de cada una. Estos algoritmos son lo que permitieron evaluar el desempeño de las técnicas en los diferentes escenarios.
- La implementación de los algoritmos de estimación DOA se efectuó por medio de un entorno de simulación gráfico que facilitó la creación de los escenarios que se usaron para la evaluación y comparación de las debidas técnicas de posicionamiento en 1D y 2D mediante la alternancia en el cambio de valores de los parámetros de interés, que fueron: el número de elementos en el arreglo, el número de snapshots, el espaciado entre los elementos y la relación señal a ruido de cada señal incidente.
- La evaluación sobre la precisión de las técnica se la realizó una vez que cada algoritmo fue sometido a los distintos escenarios propuestos, posterior a eso se calculó el error cuadrático medio (MSE) en relación a cada escenario según la capacidad del algoritmo para conseguir la estimación DOA de todos los objetivos; de haber fallado en la estimación de uno de ellos se consideró que el algoritmo no es en lo absoluto el apropiado bajo las condiciones impuestas.
- Al final se tiene, que el algoritmo Bartlett mostró mayor capacidad de estimación del posicionamiento en 1D frente a un bajo número de snapshots (escenario3) con un MSE de 0.67, y para el posicionamiento 2D, cuando el arreglo contaba con un mayor número de elementos (escenario 2) o el número de snapshots era incrementado (escenario 4) también demostró buen desempeño con un MSE nulo en ambos escenarios. En cambio el algoritmo

Capon sobresale en el escenario 4 para el posicionamiento en 1D con un MSE de 0.0033, así como para la resolución en 2D en los escenarios 1, 4 y 5, este último involucra una disminución en el espaciamiento entre los elementos del arreglo. Se tiene que el algoritmo MUSIC destaca en gran parte los de escenarios, como en el ámbito 1D en los escenarios 1, 4 y 5 con un MSE de 0.133, 0.0033 y 1.4967 respectivamente, y en el ámbito 2D, a excepción de cuando el espacio entre los elementos sobrepasa los  $0.5\lambda$  (escenario 6), en el resto de escenarios es uno de los más aptos, en su mayoría con un MSE igual a cero. Por último se tiene al algoritmo ESPRIT que predomina en los escenarios 2, 6 y 7 con un MSE igual 0.0018, 0.0043 y 0.0125 respectivamente, para el posicionamiento en 1D, y en el escenario 1 cuando su MSE es de 0.1105 para el posicionamiento en 2D.

- Con base en una observación general de los resultados obtenidos en la tabla 36-3, se puede apreciar que las técnicas basadas en subespacios son las que mejor capacidad de resolución de la dirección de arribo ofrecen frente a las técnicas de beamforming, sin desmerecer a estas últimas.

## RECOMENDACIONES

- El análisis de las técnicas de posicionamiento puede ser extendido a otros algoritmos que derivan de los estudiados en este proyecto, que podrían posibilitar una mayor precisión en la estimación de los objetivos o a su vez darles otro enfoque, como por ejemplo, un análisis estadístico de las señales incidentes no estimadas cuando un algoritmo no puede ser concluyente con la resolución de las direcciones de arribo esperadas, con el fin de intentar recuperar esta información.
- El tipo de arreglo de antenas que se usaron en el entorno simulado, fueron arreglos lineales uniformes, mismos que pueden ser sustituidos por arreglos bidimensionales que permiten obtener otro clase de datos angulares, como lo son los ángulos de elevación de los objetivos incidentes, permitiendo que tan solo desde el receptor se tenga una estimación en dos dimensiones.
- Si se desea conocer más sobre la precisión de las técnicas presentadas en este proyecto, se recomienda trabajar con los valores de todos los parámetros de ingreso conjuntamente, es decir, variar más de un parámetro a la vez.
- No se debe dar por hecho que cada técnica se centra en un solo tipo de caso/escenario en base a los resultados que se obtuvieron aquí, sino que como se mencionó antes, el variar datos conjuntos en los parámetros puede ocasionar que los resultados se vean afectados y tener nuevas apreciaciones.
- Como punto final, se debe ser cauto con las cantidades que se ingresan en los parámetros del entorno de simulación, pues esto involucra una mayor carga computacional para el cálculo de los datos, lo cual se traduce a un considerable uso de recursos y tiempo de ejecución.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aboutanios, E., et.al.** "Advances in DOA Estimation and Source Localization". *International Journal of Antennas and Propagation* [en línea], 2017. vol. 2017, pp. 1–3. [Consulta: 28 marzo 2018]. ISSN 1687-5869. Disponible en: <https://doi.org/10.1155/2017/1352598>
- Balanis, C. A.**, *Antenna theory; analysis and design*. 3era ed. New Jersey-USA: John Wiley y Sons Inc., 2005. [Consulta: 15 noviembre 2018]. Disponible en <https://doi.org/10.1109/PROC.1984.12959>
- Caisapanta, A. V.**, *OPTIMIZACIÓN DE LAS SEÑALES ACÚSTICAS EN UN ARREGLO SEMIESFÉRICO DE MICRÓFONOS UTILIZANDO LA METODOLOGÍA BEAMFORMING DE BANDA ANCHA* [en línea]. Tesis Pregrado. ESPE. 2015. [Consulta: 20 noviembre 2018]. Disponible en: <http://repositorio.espe.edu.ec/xmlui/bitstream/handle/21000/9911/T-ESPE-048672.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Chandran, S.**, *Advances in Direction-of-Arrival Estimation* [en línea]. Nortwood-USA: Artech House. 2005. [Consulta: 3 marzo 2018]. Disponible en: <https://b-ok.cc/dl/868717/075a7c>.
- Chen, Z., Gokeda, G., y Yu, Y.**, *Introduction to Direction-of-Arrival Estimation* [en línea]. Nortwood-USA: Artech House. 2010. [Consulta: 3 marzo 2018]. Disponible en: <https://b-ok.cc/dl/831623/1f096e>
- Costa, N., y Haykin, S.**, *Multiple-input, multiple-output channel models: Theory and practice* [en línea]. New Jersey-USA: John Wiley y Sons, Inc. 2010. [Consulta: 1 noviembre 2018]. Disponible en: <https://b-ok.cc/dl/961876/1be453>
- Gabino, C., et.al.** "Performance of Linear Prediction Method and Pisarenko Harmonic Decomposition with Rectangular Dipole Antenna Arrays for Satellite Applications". *Journal de Ciencia e Ingeniería Jou.Cie.Ing* [en línea], 2013, (Col. Lindavista-Mexico D.F) 5(51), pp. 66–72. [Consulta: 28 marzo 2018]. ISSN 2145-2628. Disponible en: <https://jci.uniautonoma.edu.co/2013/2013-10.pdf>

- García, M. Á.**, *Estimación de la Dirección de Arribo de Señales a Arreglos de Antenas de Fase* [en línea]. Tesis Pregrado. Instituto Politécnico Nacional. 2013. [Consulta: 28 marzo 2018]. Disponible en: <http://tesis.ipn.mx/jspui/bitstream/123456789/12050/1/ESTIMACIONDIREC.pdf>
- Godara, L. C.**, *SMART ANTENNAS* [en línea]. 1era ed. USA: CRC Press, 2004. [Consulta: 20 abril 2018]. Disponible en: <https://b-ok.cc/dl/495285/16d5f1>
- Gross, F. B.**, *Smart Antennas for Wireless Communications whit Matlab* [en línea]. New York-USA: McGraw-Hill, 2005. [Consulta: 14 noviembre 2018]. Disponible en: <https://b-ok.cc/dl/633868/d3efa0>
- Hernández, A.**, *ANÁLISIS COMPARATIVO DE ALGORITMOS DE DIRECCIÓN DE LLEGADA BASADOS EN SUBESPACIOS PARA ANTENAS INTELIGENTES MUSIC Y ESPRIT, ORIENTADOS A REDES MÓVILES 3G* [en línea]. Tesis Pregrado. Universidad Austral de Chile. 2010. Disponible en: <http://cybertesis.uach.cl/tesis/uach/2010/bmfcih557a/doc/bmfcih557a.pdf>
- Hernández, E.**, *Nuevos algoritmos de localización, seguimiento e identificación de fuentes en escenarios con agrupaciones de sensores concentradas y distribuidas* [en línea]. Tesis Doctoral. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. 2010. Disponible en: [https://acceda.ulpgc.es:8443/bitstream/10553/4536/4/0613436\\_00000\\_0000.pdf](https://acceda.ulpgc.es:8443/bitstream/10553/4536/4/0613436_00000_0000.pdf)
- Jeffrey, F., Andreas, S., y Mahesh, K. B.**, *Narrowband Direction of Arrival Estimation for Antenna Arrays* [en línea]. California-USA: Morgan and Claypool Publishers, 2008. [Consulta: 16 abril 2018]. Disponible en: <https://vntelecom.org/diendan/attachment.php?attachmentid=530yd=1233982901>
- Kennedy, H. D., y Woolsey, R. B.**, *Direction-Finding Antennas and Systems, Antenna engineering handbook* [en línea]. 3era ed. New York-USA: McGraw-Hill, 1993. [Consulta: 11 noviembre 2018]. Disponible en: <https://b-ok.cc/dl/602589/2173e7>
- Krim, H., y Viberg, M.**, *Two decades of array signal processing research: the parametric approach. IEEE Signal Processing Magazine* [en línea], 1996. 13(4), pp. 67–94. [Consulta: 10 octubre 2018]. ISSN 1558-0792 <https://doi.org/10.1109/79.526899>

**Krishnaveni, V., Kesavamurthy, T., y Aparna, B.,** Beamforming for Direction-of-Arrival (DOA) Estimation-A Survey. *International Journal of Computer Applications* [en línea], 2013. 61(11), pp. 4–11. [Consulta: 30 marzo 2018]. DOI 10.5120/9970-4758 Disponible en: <http://research.ijcaonline.org/volume61/number11/pxc3884758.pdf>

**Mosquera C, V., Valencia M., H. R., y Botero S., H. C.,** Estudio y Simulación del Beamforming de un Arreglo de Antenas Inteligentes Aplicado en el Sistema de Comunicación Satelital de la Estación Terrena Universidad Surcolombiana. *Revista Ingeniería y Región* [en línea], 2010, 6(1), pp. 101–111. [Consulta: 26 noviembre 2018]. DOI 10.25054/22161325.817. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5432203.pdf>

**Olmos, B. D.,** *DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN MODELO HEURÍSTICO PARA DETERMINAR LA ZONA DE CONCENTRACIÓN DE EQUIPOS DE USUARIO USANDO ARREGLOS DE ANTENAS* [en línea]. Tesis Pregrado. Escuela Politécnica Nacional. 2016. [Consulta: 6 septiembre 2018]. Disponible en: <http://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/16840/1/CD-7419.pdf>

**Pardo, R. M.,** *Desarrollo de Algoritmos para la Extracción de Parámetros del Canal MIMO y Aplicación con Medidas* [en línea]. Tesis Pregrado. Universidad Politécnica de Cartagena. 2008. [Consulta: 26 septiembre 2018]. Disponible en: <http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/568/pfc2717.pdf?sequence=1>

**Pellejero Ibáñez, I.,** *Radiogoniometría Adcock/Watson-Watt* [en línea]. 2012. [Consulta: 11 noviembre 2018]. Disponible en: <http://www.ipellejero.es/tecnico/adcock/index.php>

**Rohde, y Schwarz.,** Direction Finders. *Radiomonitoring y Radiolocation Catalog 2016* [en línea]. 2016, Munich-Alemania. [Consulta: 28 marzo 2018]. Disponible en: [https://cdn.rohde-schwarz.com/ru/downloads\\_45/common\\_library\\_45/Radiomonitoring\\_and\\_Radiolocation\\_Catalog.pdf](https://cdn.rohde-schwarz.com/ru/downloads_45/common_library_45/Radiomonitoring_and_Radiolocation_Catalog.pdf)

**Schantz, H. G.,** On the origins of RF-based location. In *2011 IEEE Topical Conference on Wireless Sensors and Sensor Networks* [en línea]. 2011. Phoenix-USA. pp. 21–24. [Consulta: 10 noviembre 2018]. Disponible en: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5725029/>

**Tuncer Engin T., y Friedlander Benjamin.,** *Classical and Modern Direction of Arrival Estimation* [en línea]. 1era ed. Burlington-USA: Academic Press, 2009. [Consulta: 27 marzo 2018]. Disponible en: <https://b-ok.cc/dl/609675/a44d85>

**Wang, W., & Wu, R.,** High resolution direction of arrival (DOA) estimation based on improved orthogonal matching pursuit (OMP) algorithm by iterative local searching. *Sensors (Basel, Switzerland)* [en línea]. 2013, *13*(9), pp. 11167–11183. [Consulta: 28 marzo 2018]. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/s130911167>