



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE
CHIMBORAZO
DIRECCIÓN DE BIBLIOTECAS Y RECURSOS
PARA EL APRENDIZAJE Y LA
INVESTIGACIÓN**



**UNIDAD DE PROCESOS TÉCNICOS
REVISIÓN DE NORMAS TÉCNICAS, RESUMEN Y BIBLIOGRAFÍA**

Fecha de entrega: 26/ 1 / 2022

INFORMACIÓN DEL AUTOR/A (S)

Nombres – Apellidos: JOSELYN ESTEFANIA GALLO MORALES
ANGEL WILLIAMS MOROCHO HIPO

INFORMACIÓN INSTITUCIONAL

Facultad: ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS

Carrera: GESTIÓN DEL TRANSPORTE

Título a optar: INGENIERO EN GESTIÓN DE TRANSPORTE

f. Analista de Biblioteca responsable: Ing. CPA. Jhonatan Rodrigo Parreño Uquillas. MBA.



Firmado electrónicamente por:
**JHONATAN RODRIGO
PARREÑO UQUILLAS**



26-1-2022
0087-DBRA-UTP-2022



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
CARRERA GESTIÓN DEL TRANSPORTE

**DISEÑO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA UN SISTEMA
DE TRANSPORTE EN LAS PARROQUIAS RURALES DE
RIOBAMBA.**

Trabajo de titulación

Tipo: Proyecto de Investigación

Presentado para optar al grado académico de:

INGENIERA/O EN GESTIÓN DE TRANSPORTE

AUTORES: JOSELYN ESTEFANIA GALLO MORALES

ANGEL WILLIAMS MOROCHO HIPO

DIRECTOR: ING. JOSÉ LUIS LLAMUCA LLAMUCA

Riobamba – Ecuador

2021

©2021, Joselyn Estefania Gallo Morales, Angel Williams Morocho Hipo

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.

Nosotros, Joselyn Estefania Gallo Morales y Angel Williams Morocho Hipo, declaramos que el presente trabajo de titulación es de mi autoría y los resultados obtenidos del mismo son auténticos. Los textos en el documento que provienen de otras fuentes están debidamente citados y referenciados.

Como autores asumimos la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación. El patrimonio intelectual pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo

Riobamba, 23 de diciembre de 2021.



Joselyn Estefania Gallo Morales
C.I.025000805-9



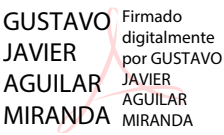


Angel Williams Morocho Hipo
C.I. 060548163-9

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS

CARRERA GESTIÓN DEL TRANSPORTE

El tribunal del trabajo de titulación certifica que: El trabajo de titulación: Tipo: Trabajo de Investigación, “**DISEÑO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA UN SISTEMA DE TRANSPORTE EN LAS PARROQUIAS RURALES DE RIOBAMBA**”, realizado por los señores: **JOSELYN ESTEFANIA GALLO MORALES Y ANGEL WILLIAMS MOROCHO HIPO**, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros de Tribunal del trabajo de titulación, el mismo que cumple con los requisitos científicos, técnicos, legales, en tal virtud el Tribunal Autoriza su presentación.

	FIRMA	FECHA
Ing. Gustavo Javier Aguilar Miranda PRESIDENTE DEL TRIBUNAL	 Firmado digitalmente por GUSTAVO JAVIER AGUILAR MIRANDA	23/12/2021
Ing. Jorge Luis Llamuca Llamuca DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN	 Firmado electrónicamente por: JOSE LUIS LLAMUCA	23/12/2021
Dra. Jenny Margoth Villamarin Padilla MIEMBRO DE TRIBUNAL	 Firmado electrónicamente por: JENNY MARGOTH VILLAMARIN PADILLA	23/12/2021

DEDICATORIA

El presente trabajo de titulación está dedicado a Dios quien siempre me guío por un el buen camino. A mis queridos padres por todo su amor y esfuerzos. A mi madre Bertha que ha sido el pilar de mi vida, mi ejemplo a seguir quien me supo apoyar, aconsejar y nunca me dejo sola en esta gran etapa de mi vida, A mi padre Carlos, por su amor, enseñanzas y apoyo incondicional en mi formación académica. A mis hermanos Carlos y Vanesa por todo el cariño y apoyo incondicional quienes siempre me alentaron a seguir adelante.

Joselyn

El presente trabajo de titulación está dedicado a Dios, por ser el inspirador para seguir adelante en este proceso de obtener el anhelo más deseado de mis padres Juan y María, quienes con su amor, paciencia y esfuerzo me han permitido llegar a cumplir hoy un sueño más, gracias por sembrar en mi el esfuerzo y valentía, de no temer las adversidades y siempre enfrentar los sucesos cotidianos de la vida con valor, honradez y honestidad. Gracias por sus oraciones, consejos y palabras de aliento.

A mis hermanos Edison, Daysi, Lourdes por su cariño, apoyo y compañía incondicional, durante todo este proceso.

Angel

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradezco a Dios por haberme llenado de fortaleza y sabiduría durante mi carrera universitaria, a mi familia por su apoyo incondicional.

Al Ing. José Luis Llamuca y a la Dra. Jenny Villamarin por su valiosa enseñanza y asesoría en el desarrollo del presente trabajo de titulación.

A los catedráticos de la Escuela de Gestión de Transportes de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, por brindarme los conocimientos necesarios para mi formación académica.

Joselyn

Mi profundo agradecimiento a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, a la Escuela de Ingeniería en Gestión de Transporte, a mis profesores en especial al Dr. César Villa Maura, MDE, Ing. Xavier Guerra y Ing. Ruffo Villa quienes con la enseñanza de sus valiosos conocimientos hicieron que pueda crecer día a día como profesional, gracias a cada una de ustedes por su paciencia, dedicación, apoyo incondicional y amistad.

Finalmente quiero expresar mi más grande y sincero agradecimiento al Ing. José Luis Llamuca y Dra. Jenny Villamarín, principales colaboradores durante todo este proceso, quienes con su dirección, conocimiento, enseñanza y paciencia permitieron el desarrollo de este trabajo.

Angel

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS.....	xi
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xiii
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	xiv
ÍNDICE DE ANEXOS	xv
RESUMEN	xvi
ABSTRACT.....	xvii
INTRODUCCIÓN	1

CAPÍTULO I

1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL.....	5
1.1. Antecedentes de Investigación.....	5
<i>1.1.1. Investigación a nivel internacional.....</i>	<i>5</i>
<i>1.1.1.1. Cali.....</i>	<i>5</i>
<i>1.1.2. Investigación a nivel nacional.....</i>	<i>6</i>
<i>1.1.2.1. Guayaquil.....</i>	<i>6</i>
1.2. Marco Teórico.....	6
<i>1.2.1. Investigación de operaciones.....</i>	<i>6</i>
<i>1.2.1.1. Naturaleza de la Investigación Operativa.....</i>	<i>6</i>
<i>1.2.2. Movilidad.....</i>	<i>7</i>
<i>1.2.3. Transporte terrestre.....</i>	<i>7</i>
<i>1.2.4. Tipos de transporte terrestre.....</i>	<i>8</i>
<i>1.2.4.1. Transporte terrestre comercial.....</i>	<i>8</i>
<i>1.2.4.2. Transporte terrestre particular.....</i>	<i>8</i>
<i>1.2.4.3. Transporte terrestre por cuenta propia.....</i>	<i>8</i>
<i>1.2.4.4. Transporte terrestre público.....</i>	<i>8</i>
<i>1.2.5. Elementos del transporte público.....</i>	<i>8</i>
<i>1.2.5.1. Ruta.....</i>	<i>8</i>
<i>1.2.5.2. Paradas.....</i>	<i>9</i>
<i>1.2.5.3. Horario.....</i>	<i>9</i>
<i>1.2.5.4. Usuarios.....</i>	<i>9</i>
<i>1.2.5.5. Tarifa y forma de pago.....</i>	<i>10</i>
<i>1.2.5.6. Conductor.....</i>	<i>10</i>
<i>1.2.5.7. Vehículo.....</i>	<i>10</i>

1.2.6.	Programación lineal	10
1.2.6.1.	Naturaleza de la Programación Lineal	11
1.2.7.	Soluciones en Programación Lineal.....	11
1.2.7.1.	Algoritmo de ahorro.....	11
1.2.7.2.	Algoritmo de ramificación y acotamiento.....	12
1.2.8.	Problema del agente viajero.....	13
1.2.9.	Problema de Ruteo de Vehículos (VRP).....	13
1.2.9.1.	Tipos de VRP.....	15
1.2.10.	Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW).	17
1.2.11.	Problema con entregas y Recogidas (VRPDP).....	20
1.2.11.1.	Problemas many to many	21
1.2.11.2.	Problemas one to many to one	21
1.2.11.3.	Problemas one to one	21
1.2.12.	Heurísticas de optimización	25
1.2.12.1.	Tipos de heurísticas.....	25
1.2.13.	Clarke Y Wright	25
1.3.	Marco Conceptual.....	26
1.4.	Hipótesis	27
1.5.	Variables.....	28
1.5.1.	Variable independiente	28
1.5.2.	Variable dependiente.....	28

CAPÍTULO II

2.	MARCO METODOLÓGICO.....	29
2.1.	Enfoque de Investigación.....	29
2.2.	Nivel de Investigación	29
2.3.	Diseño de Investigación	29
2.4.	Tipo de Investigación	30
2.5.	Métodos, técnicas e instrumentos.....	30
2.5.1.	Métodos	30
2.5.2.	Instrumentos	31
2.6.	Población y Muestra	31
2.6.1.	Población.....	31
2.6.2.	Muestra	32

CAPÍTULO III

3.	MARCO DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.....	33
3.1.	Análisis e interpretación de resultados.	33
3.2.	Ubicación del Proyecto	33
3.3.	Levantamiento de información.....	33
3.3.1.	<i>Situación Actual.....</i>	35
3.4.	Propuesta.....	40
3.4.1.	<i>Estructura del modelo Pickup y delivery utilizando la metodología de Clarke & Wright</i>	40
3.4.1.1.	<i>Desarrollo de la propuesta</i>	44
3.4.2.	<i>Validación del modelo mediante la utilización de LocalSolver.....</i>	80
	CONCLUSIONES.....	92
	RECOMENDACIONES.....	93
	BIBLIOGRAFÍA	
	ANEXOS	

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-3 Flota vehicular de la Coop. de transporte Shiry Cacha.....	37
Tabla 2-3 Tipos de VRP y metodologías de solución.....	37
Tabla 3-3 Tiempo y coordenadas de los lugares de servicio de la operadora.	42
Tabla 4-3 Matriz de tiempos	44
Tabla 5-3 Matriz de Ahorros	47
Tabla 6-3 Rutas posibles con sus respectivos ahorros	49
Tabla 7-3 Máximo valor de ahorro de la matriz	54
Tabla 8-3 Rutas resultantes de la iteración	55
Tabla 9-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 1	56
Tabla 10-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 2.....	57
Tabla 11-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 3.....	57
Tabla 12-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 4.....	57
Tabla 13-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 5.....	57
Tabla 14-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 6.....	57
Tabla 15-3 Tiempo de servicio de los nodos	58
Tabla 16-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 1	60
Tabla 17-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 2	60
Tabla 18-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 3	60
Tabla 19-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 4	60
Tabla 20-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 5	61
Tabla 21-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 6	61
Tabla 22-3 Demanda de los nodos	61
Tabla 23-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 1	63
Tabla 24-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 2.....	63
Tabla 25-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 3.....	63
Tabla 26-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 4.....	63
Tabla 27-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 5.....	64
Tabla 28-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 6.....	64
Tabla 29-3 Tiempos de servicio de los nodos.....	65
Tabla 30-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 1	66
Tabla 31-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 2	66
Tabla 32-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 3	66
Tabla 33-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 4	67

Tabla 34-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 5	67
Tabla 35-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 6	67
Tabla 36-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 1	68
Tabla 37-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 2	68
Tabla 38-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 3	68
Tabla 39-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 4	68
Tabla 40-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 5	68
Tabla 41-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 6	68
Tabla 42-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 1	69
Tabla 43-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 2	69
Tabla 44-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 3	69
Tabla 45-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 4	70
Tabla 46-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 5	70
Tabla 47-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 6	70
Tabla 48-3 Demanda de entregas y recogidas	71
Tabla 49-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 1.....	72
Tabla 50-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 2.....	73
Tabla 51-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 3.....	73
Tabla 52-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 4.....	73
Tabla 53-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 6.....	73
Tabla 54-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 6.....	74
Tabla 55-3 Resultados obtenidos entre el modelo manual y el programa.....	91

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Conceptualización Algoritmo de Ahorros	11
Figura 2-3 Ubicación de las comunidades de la Parroquia Cacha	33
Figura 3-3 Localización del nodo inicial y final.....	36
Figura 4-3 Vista panorámica de la ubicación de los clientes	36
Figura 5-3 Unidad de la Compañía	37
Figura 6-3 Proceso de cálculo de matriz de ahorros	46
Figura 7-3 Grafo de la Ruta 1.....	77
Figura 8-3 Grafo de la Ruta 2.....	78
Figura 9-3 Grafo de la Ruta 3.....	78
Figura 10-3 Grafo de la Ruta 4.....	79
Figura 11-3 Grafo de la Ruta 5.....	79
Figura 12-3 Grafo de la Ruta 6.....	80
Figura 13-3 Ventana del programa LocalSolver	81

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1-3 Origen de viajes Parroquia Cacha	34
Gráfico 2-3 Puntos de destino de la Parroquia Cacha.....	35

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO A: MODELO DE ENCUESTA

ANEXO B: BASE DE DATOS

ANEXO C: MATRIZ DE TIEMPOS

ANEXO D: LEVANTAMIENTO DE INFORMACIÓN

RESUMEN

El trabajo de titulación tuvo como objetivo diseñar un modelo matemático para un sistema transporte para las parroquias rurales del cantón Riobamba, provincia de Chimborazo mediante la utilización de la metodología VRP, con la finalidad de establecer rutas óptimas a un costo mínimo. Esta metodología comprende múltiples variaciones dependiendo del enfoque del problema, la característica principal que los diferencia es su objetivo de optimización enfocado en la minimización de los costos de viaje, distancia de ruta, tamaño de la flota, entre otros; dentro de los algoritmos de solución podemos mencionar las heurísticas, metaheurísticas, las técnicas exactas y los problemas NP, cada uno de estos algoritmos nos permiten diseñar rutas de transporte para varios vehículos, que atienden a varios clientes que se encuentran dispersos en diferentes puntos geográficos. Para el levantamiento de información se utilizó encuestas, que ayudaron a conocer la percepción de los pobladores que utilizan el servicio de transporte de carga mixta. Se diseñará un modelo matemático que permita resolver el problema de ruteo vehicular, respetando las restricciones como ventanas de tiempo, capacidad del vehículo, la demanda. Obteniendo como resultado la creación de rutas que abarquen todos los clientes a visitar, minimizando el tiempo de recorrido y por ende los costos.

Palabras clave: <ENTREGAS Y RECOGIDAS>, <RUTEO>, <VENTANAS DE TIEMPO>, <RUTEO DE VEHÍCULOS>, <RIOBAMBA (CANTÓN)>



Firmado electrónicamente por:
JHONATAN RODRIGO
PARREÑO UQUILLAS

20-01-2022

0087-DBRA-UTP-2022

ABSTRACT

The objective of the degree work was to design a mathematical model for a transportation system for the rural parishes of the Riobamba canton, Chimborazo province through the use of the VRP methodology, in order to establish optimal routes at a minimum cost. This methodology comprises multiple variations depending on the approach to the problem. The main characteristic that differentiates them is their optimization objective focused on minimizing travel costs, route distance, fleet size, among others; within the solution algorithms we can mention heuristics, metaheuristics, exact techniques and NP problems, each of these algorithms allow us to design transport routes for several vehicles, serving several clients that are scattered in different geographical points. For the collection of information, surveys were used, which helped to know the perception of the residents who use the mixed cargo transport service. A mathematical model will be designed to solve the vehicle routing problem, respecting restrictions such as time windows, vehicle capacity, and demand. Obtaining as a result the creation of routes that cover all the clients to visit, minimizing the travel time and therefore the costs.

Keywords: <DELIVERY AND PICKUP>, <ROUTING>, <TIME WINDOWS>,<VEHICLE ROUTING>, <RIOBAMBA (CANTON)>

VIVIANA
VANESSA
YANEZ VALLE
Lic. Viviana Yanez Mcs.

VIVIANA
VANESSA
YANEZ VALLE



Firmado electrónicamente por:
JHONATAN RODRIGO
PARREÑO UQUILLAS



20-01-2022

0087-DBRA-UTP-2022

INTRODUCCIÓN

La presente investigación realizada en la provincia de Chimborazo, Cantón Riobamba, tiene como objetivo proponer un modelo matemático que permita mejorar las condiciones de movilidad de las personas pertenecientes a la parroquia Cacha.

El principal problema en la parroquia es la dificultad de trasladarse desde las diversas comunidades hacia el centro del cantón Riobamba, debido a que la infraestructura vial existente es deficiente por lo tanto impide conectar a todas las comunidades mediante el uso del transporte público, por lo cual los pobladores se han visto en la necesidad de movilizarse mediante el uso de camionetas.

En virtud de lo antes mencionado, se desarrolla el proyecto de titulación denominado “DISEÑO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA UN SISTEMA DE TRANSPORTE EN LAS PARROQUIAS RURALES DE RIOBAMBA”, estructurado de la siguiente manera:

Capítulo I, denominado marco teórico referencial, que contiene los antecedentes investigativos referente a estudios de proyectos similares aplicados en otras ciudades o países; el marco teórico y marco conceptual, donde se desarrollan descripciones y conceptualizaciones del tema de estudio, además de detalla la fundamentación teórica que permite tener un mejor entendimiento del tema de investigación, por último, se presenta las interrogantes de estudio.

Capítulo II, denominado Marco Metodológico lo forma los tipos de investigación, los métodos, técnicas e instrumentos, que son elementos primordiales para el levantamiento de información.

Capítulo III denominado Marco de resultados y discusión de resultados, en este capítulo se expone la situación actual del transporte de la parroquia Cacha, además se presenta la propuesta de solución al problema

En la parte final del proyecto de titulación se encuesta las conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos.

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Planteamiento del Problema

El cantón Riobamba se encuentra ubicado en la región Sierra centro del Ecuador, provincia de Chimborazo; consta de cinco parroquias urbanas: Lizarzaburu, Maldonado, Velasco, Veloz, Yaruquíes y once parroquias rurales: Cacha, Calpi, Cubijíes, Flores, Licán, Licto, Pungalá, Punín, Quimiag, San Juan, San Luis. Según el Censo del 2010 el cantón tiene una población de 225.741 habitantes con una tasa de crecimiento anual promedio del 1,78 %, y para el 2020 resulta una población de 264.048 habitantes. (GADMR, 2018)

El cantón posee 1.877,09 Kilómetros de vías distribuidas en sus diferentes parroquias, compuestas por vías de asfalto, adoquín, lastra, con pavimento rígido y de tierra, con una señalética básica en la mayoría de los casos.

La alta concentración de servicios y equipamiento en el centro urbano es un gran problema debido a que no existe una buena conectividad entre las áreas urbanas y rurales, lo que dificulta la movilidad entre estas dos áreas, sea por trabajo, educación, salud, entre otros; por esta razón es importante conectar las dos áreas con un sistema de transporte eficiente que puede brindar una mayor cobertura y un servicio de buena calidad, lo que no brindan las compañías de transporte existentes debido a la ubicación geográfica de las comunidades y a la falta de operatividad de terminales de transporte intercantonal e interparroquial.

Este otro inconveniente hace que las vías colapsen y no presten servicios adecuados, produciendo caos, congestión a nivel cantonal, conllevando en gran medida que se produzcan siniestros viales y la inseguridad de quienes hacen uso del sistema para moverse.

Algunas de las comunidades parroquiales rurales no cuentan con un servicio de transporte de pasajeros, por lo que es difícil que los residentes puedan moverse para realizar sus actividades como la educación, compras, entre otros, debido a que los pobladores deben caminar grandes distancias para poder llegar a los diferentes destinos, porque la red vial que conecta a estas comunidades en su mayoría son de lastre o tierra y es difícil moverse por ellas cuando llueve. Tras esta realidad, la única opción para estas personas es moverse por medio de camionetas.

El servicio de transporte que se brinda al sector rural del cantón es de mala calidad, ineficiente por sus retrasos en los tiempos de viaje. Las cooperativas que brindan este servicio son: Alianza San Juan, 2 de Octubre, Shiry Cacha, Quimiag, Unidos, Licto y Pungalá. Las cooperativas

Bayushig y Penipe también brindan servicio a algunas parroquias rurales de Riobamba, pero su constitución jurídica no pertenece al cantón.

Formulación del Problema

¿El modelo matemático para un sistema de transporte en las parroquias rurales de Riobamba permitirá mejorar la calidad del servicio a los usuarios y potenciar el sistema para tener una mayor cobertura sobre la demanda insatisfecha?

Delimitación

El presente trabajo de titulación se desarrollará en la Provincia de Chimborazo, Cantón Riobamba, parroquias rurales y más específicamente en la Parroquia Cacha, tomando en cuenta los siguientes parámetros:

- **Área:** Transporte Público Rural.
- **Campo de acción:** Gestión de Transporte Terrestre
- **Delimitación espacial:** Parroquia Cacha, Cantón Riobamba, Provincia Chimborazo.
- **Delimitación temporal:** 2020- 2021

Justificación

El transporte público es un eje fundamental que permite dinamizar las actividades cotidianas que realizan los ciudadanos de la Ciudad de Riobamba. Existen tres cooperativas y cuatro compañías de transporte urbano en la ciudad de Riobamba. El 90% de sus rutas pasan por la zona central y pericentral de la ciudad, lo que conlleva a la dificultad de movilización hacia los sectores rurales.

De acuerdo con las proyecciones establecidas por el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC) para el año 2020 se estima una población rural de 300.078 habitantes, los mismos que necesitan moverse al sector urbano para realizar diversas actividades, por lo que se ha visto la necesidad de realizar un modelo matemático que permita determinar las rutas y frecuencias óptimas, con el fin de que las personas residentes en el sector rural cuenten con un sistema de transporte seguro, eficiente, con costos accesibles.

La implementación de un nuevo sistema de transporte debe contemplar la capacidad operativa de la red vial actual versus la cantidad de vehículos que por ella circulan y las predicciones de aumento del parque automotor, así como la posibilidad real de ampliar la capacidad operativa de las vías. (GADMR, 2018)

Por lo que se ha tomado a la parroquia Cacha para la demostración del funcionamiento del modelo.

Objetivos

Objetivo General

Diseñar un modelo matemático para un sistema de transporte rural mediante la utilización de la metodología VRP, en términos de cobertura y densidad, estableciendo rutas óptimas a un costo mínimo.

Objetivos específicos

- Recopilar información mediante una revisión literaria de los tipos de VRP y las metodologías de solución para la identificación de variables de estudio
- Estructurar el modelo matemático mediante la utilización de los problemas de pickup y delivery con la finalidad de dar solución a los problemas de ruteo.
- Validar el modelo mediante la utilización de un software que nos permita optimizar un grupo de rutas.

CAPÍTULO I

1. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

1.1. Antecedentes de Investigación

1.1.1. Investigación a nivel internacional

1.1.1.1. Cali

Tema: “Propuesta de ruteo de vehículos con flota heterogénea y ventanas de tiempo (HFVRPTW) aplicada a una comercializadora PYME de la ciudad de Cali” (Arboleda Zúñiga, Gaviria-Gómez, & Álvarez-Romero, 2018)

Autores: Arboleda Zuñiga Jairo; Gaviria John Alexander; Álvarez John Alexander

Origen y fecha: Cali – 2018

Este artículo propone optimizar el tiempo y el costo que se demora un vehículo en brindar el servicio en una ruta, mediante la aplicación de la heurística de Clarke & Wright, se pretende resolver el problema HFVRPTW con ventanas de tiempo y una flota heterogénea, esta heurística tiene como objetivo mejorar la actividad de ruteo de la empresa mediante la disminución de la distancia total recorrida por el vehículo.

Para desarrollar el modelo se lo dividió en tres fases: la primera es la caracterización del proceso actual de programación de ruta y distribución, en donde se identifican las características principales del problema como son las rutas (distancia y vehículos asignados), los clientes (número de clientes, demanda, ubicación, ventanas de tiempo), y medio de transporte (tipo de transporte, capacidad, costos, velocidad promedio). La fase 2 es la adaptación del modelo matemático, en donde se establece el modelo a utilizar por medio de una búsqueda literaria y la fase 3 comprende la solución del modelo por medio del método heurístico de ahorros se empieza a la elaboración de las rutas entre los diversos puntos o nodos existentes, y se busca la ruta más factible, teniendo en cuenta la capacidad de cada vehículo y sus respectivas ventanas de tiempo (Arboleda Zúñiga, Gaviria-Gómez, & Álvarez-Romero, 2018)

1.1.2. Investigación a nivel nacional

1.1.2.1. Guayaquil

Tema: “Diseño de un modelo matemático para resolver problemas de ruteo vehicular capacitado con ventanas de tiempo, con la aplicación del algoritmo de Clarke & Wright. Caso de estudio: Empresa de servicios de Courier de la ciudad de Guayaquil” (Ocaña & Ramirez, 2012)

Autor: Ocaña Mayorga Rodrigo Alexander; Ramírez Basantes Carlos Andrés

Origen y Fecha: Guayaquil - 2012

En la investigación se pretende minimizar la distancia que recorre cada vehículo, y los costos que influyen en cada uno de los recorridos realizados desde la bodega principal hasta el cliente, además busca maximizar el servicio al cliente.

El problema más complejo del modelo es la planificación de rutas, por lo que es necesario la aplicación de la heurística de Clarke & Wright porque en su ejecución se generan matrices de ahorro de distancias las cuales permiten obtener mejores soluciones, además se establece sus respectivas restricciones (ventanas de tiempo, capacidad del vehículo y tamaño de la flota vehicular). El modelo busca encontrar un conjunto de rutas óptimas en donde se establezca que cliente es el primero y último, cumpliendo las ventanas de tiempo establecidas. (Ocaña & Ramirez, 2012)

1.2. Marco Teórico

1.2.1. Investigación de operaciones

Para poder elaborar un modelo matemático de transporte es necesario la utilización de la investigación operativa. La IO es una ciencia interdisciplinaria que forma parte de la rama de optimización matemática caracterizada por la utilización de métodos, técnicas y teorías matemáticas que permiten obtener soluciones óptimas, que facilitaran la toma de decisiones frente a los diversos problemas existentes dentro de una organización. (Toapanta, 2019, p.25)

1.2.1.1. Naturaleza de la Investigación Operativa

La finalidad de la IO implica la investigación sobre las operaciones aplicada en diversas problemáticas existentes dentro de una organización, la Investigación de Operativa se usa ampliamente en diversos campos “como manufactura, transporte, construcción,

telecomunicaciones, planeación financiera, cuidado de la salud, fuerzas armadas y servicios públicos, por nombrar sólo unas cuantas.” (Toapanta, 2019, p.29)

La Investigación de Operativa posee el término “investigación” debido a que maneja un enfoque similar a los utilizados en diversos campos científicos. Este método es utilizado para resolver los diversos problemas encontrados. El proceso comienza con una exploración minuciosa de la información o datos existentes que ayudan en la formulación del problema, luego se procede a la construcción del modelo en términos matemático el mismo que debe contener la esencia del problema original, además se formula la hipótesis del modelo dando a conocer las características principales del problema y su precisión de cálculo, además de determinar que las soluciones que se obtengan logren solucionar el problema original. Por último, se realizan experimentos para probar la validez de la hipótesis y de ser necesario modificarla. (Toapanta, 2019, p.30)

La Investigación operativa implica la investigación científica de las propiedades de las operaciones, además se ocupa de la administración y coordinación de las actividades dentro de una organización. Por lo que para tener éxito es necesario establecer soluciones claras y precisas a los problemas existentes, para que el tomador de decisiones las utilice cuando sea requerido.

Otra característica de la investigación operativa es que pretende hallar una solución, conocida como solución óptima la misma que permita resolver un problema existente. Esta solución óptima generalmente no es una sola, debido a que pueden existir varias soluciones consideradas optimas que se adapten al problema original. (Hillier, F. S., Lieberman, G. J., & Osuna, M. A. G., 1997)

1.2.2. Movilidad.

“La movilidad es la práctica social de desplazarse de un lugar a otro con el fin de concretar actividades cotidianas. Involucra el desplazamiento de las personas y sus bienes, y conjuga deseos y/o necesidades de viaje o requerimientos de movilidad y capacidades objetivas y subjetivas de satisfacerlos, de cuya interacción resultan las condiciones de acceso de grupos sociales a la vida cotidiana.” (Gutiérrez, 2013)

1.2.3. Transporte terrestre.

El transporte terrestre automotor es un servicio público esencial y una actividad económica estratégica del Estado, que consiste en la movilización libre y segura de personas o de bienes de un lugar a otro, haciendo uso del sistema vial nacional, terminales terrestres y centros de transferencia de pasajeros y carga en el territorio ecuatoriano. Su organización es un elemento fundamental contra la informalidad, mejorar la competitividad y lograr el desarrollo productivo,

económico y social del país, interconectado con la red vial internacional. (Asamblea Nacional Constituyente, 2008, p.15)

1.2.4. Tipos de transporte terrestre

1.2.4.1. Transporte terrestre comercial.

“El servicio de transporte terrestre comercial consiste en trasladar a terceras personas y/o bienes, de un lugar a otro, dentro del ámbito señalado en la LOTTTSV. La prestación de este servicio estará a cargo de las compañías o cooperativas legalmente constituidas y habilitadas para este fin. Esta clase de servicio será autorizado a través de permisos de operación.” (Asamblea General Constituyente, 2012)

1.2.4.2. Transporte terrestre particular.

“El transporte particular es aquel que satisface las necesidades propias de transporte de sus propietarios, y se realiza sin fines de lucro. No requerirá de ningún título habilitante, pero sí de los documentos necesarios para circular.” (Asamblea General Constituyente, 2012)

1.2.4.3. Transporte terrestre por cuenta propia.

“El servicio por cuenta propia consiste en el traslado de personas o bienes dentro y fuera del territorio nacional realizado en el ejercicio de las actividades comerciales propias, para lo cual se deberá obtener una autorización”. (Asamblea General Constituyente, 2012)

1.2.4.4. Transporte terrestre público.

El servicio de transporte terrestre público consiste en el traslado de personas, con o sin sus efectos personales, de un lugar a otro dentro de los ámbitos definidos en este reglamento, cuya prestación estará a cargo del Estado. En el ejercicio de esta facultad, el Estado decidirá si en vista de las necesidades del usuario, la prestación de dichos servicios podrá delegarse, mediante contrato de operación, a las compañías o cooperativas legalmente constituidas para este fin. (Asamblea General Constituyente, 2012).

1.2.5. Elementos del transporte público.

1.2.5.1. Ruta.

La ruta puede ser fija, parcialmente flexible o completamente flexible. Cuando la ruta es fija suele compensarse con amplia flexibilidad horaria. Las rutas parcialmente flexibles se conocen como Route-deviation y se basan en permitir una cierta cantidad de desviaciones respecto a una ruta

preestablecida. Estas desviaciones pueden medirse en distancia o tiempo y suelen estar sujetas a otras restricciones. Las rutas completamente flexibles son aquellas en las que no existe ninguna ruta predefinida, sino que se crea cuando aparece la demanda. En su caso canónico, el Transporte a Demanda tiene rutas completamente flexibles, pero en la práctica suele operar con un abanico de rutas predefinidas y realizando desviaciones a petición de los usuarios. (Cantero, 2018, p.30)

1.2.5.2. Paradas.

Las paradas se encuentran ligadas a las rutas, el servicio a demanda puede operar entre dos paradas, siendo multi-origen. Multi-destino u operar entre varias paradas. Conocidas como operativa one to one, es la que opera estrictamente entre dos paradas, posibilitando el acceso y salida en puntos intermedios de la ruta; one to many es la que recoge usuarios en un único punto de origen y los deja en sus destinos; many to one, es la que realiza el proceso inverso y por último many to many que es la que moviliza a pasajeros entre paradas dentro de su área de servicio.

Las paradas pueden ser fijas o eventuales. Las paradas fijas son aquellos lugares dentro del área de servicios conocido como lugar de subida o bajada de pasajeros. Suelen estar materializados en el territorio con algún tipo de señal y su localización es de conocimiento general. En cambio, las paradas eventuales no son lugares reconocidos como puntos concretos de subida/bajada de pasajeros, sino que son simplemente lugares donde el vehículo puede parar para que un usuario, suba o baje del mismo. Por tanto, este tipo de paradas dependen de la necesidad del usuario. (Cantero, 2018, p.30-31)

1.2.5.3. Horario.

“Así como la ruta es la dimensión espacial del Transporte a Demanda, el horario es la dimensión temporal. Es decir, así como un usuario quiere ir desde un lugar A hasta un lugar B, quiere también hacerlo saliendo a una hora A’ y llegando a una hora B’. Entonces, siguiendo el patrón de las rutas, los horarios pueden ser también fijos con horas de salida programadas, semiflexibles y completamente flexibles”. (Cantero, 2018, p.31)

1.2.5.4. Usuarios.

Los usuarios son el foco más importante del transporte, tradicionalmente el transporte a demanda ha prestado servicio a usuarios y colectivos concretos, pero la tendencia avanza a abrir el servicio a toda la población en general y reducir de esta forma modos de transporte redundantes y costes. También los usuarios pueden distinguirse entre cautivos, cuando no tienen otra alternativa que recurrir al servicio para desplazarse, o de elección, cuando eligen este modo en lugar de otro. (Cantero, 2018, p.31)

1.2.5.5. Tarifa y forma de pago.

La tarifa que paga el usuario puede ser gratuita, tener un descuento respecto al coste estándar del resto de modos de transporte público, tener el mismo coste estándar o ser más elevada. Es gratuita cuando el servicio lo costea un tercero al que le interesa el desplazamiento de los usuarios para un fin mayor. Tiene descuento cuando hay un interés en el desplazamiento. La tarifa puede ser la estándar simplemente porque se quiere prestar un servicio a la población que de otra forma no tendría, o bien este otro servicio sería menos eficiente. Asimismo, la tarifa también puede ser mayor ya que el Transporte a Demanda es de mayor calidad que un modo fijo convencional, y el precio debe reflejarlo. En tal caso se dice que se paga un premium por el servicio.

1.2.5.6. Conductor.

El conductor puede ser un empleado de la empresa operadora o ser el dueño del vehículo, su papel es únicamente el de conducir el vehículo entre los diferentes puntos de recogida y bajada de pasajeros y, de ser necesario, ayudarles a acceder al vehículo. Esto sería necesario con usuarios con necesidades especiales como gente mayor o personas discapacitadas. Es por ello que los conductores de estos servicios deben tener una formación adicional que les permita realizar tales tareas de apoyo de forma correcta. (Cantero, 2018, p.33)

1.2.5.7. Vehículo

El vehículo es el elemento visual y funcional del transporte. Por un lado, el vehículo representa la imagen del servicio y por el otro es el medio de transporte mediante el cual se presta el servicio a los usuarios. Puede ser de diversos tipos y se debe escoger dependiendo de las características de los pasajeros, el volumen de usuarios, el capital disponible y las características de las rutas como: longitudes, pendientes, clima, entre otros.

“Los vehículos pueden ser desde turismos y monovolúmenes que reúnan los requisitos de confort y capacidad hasta minibuses y autobuses de tamaño medio. Por ende, el vehículo dependerá del tipo y características del servicio”. (Cantero, 2018, p.34)

1.2.6. Programación lineal

La programación lineal es considerada como una de las técnicas más utilizadas en la investigación operativa debido a que ayuda en la asignación, selección y planeación de actividades. La PL busca asignar recursos de la manera más óptima posible, esta asignación puede ser simple o compleja dependiendo del problema a resolver, por otro lado, también ayuda a la selección de soluciones. (Toapanta, 2019, p.31)

1.2.6.1. Naturaleza de la Programación Lineal

La programación lineal, contiene el término programación que hace referencia a la planeación, por lo que la PL tiene como objetivo minimizar/optimizar recursos mediante la utilización de modelos científicos generalmente matemáticos que utilicen expresiones lineales, en otras palabras, tanto la función objetivo como las restricciones a las que está sujeta el problema deben ser de tipo lineal. (Toapanta, 2019, p.35)

1.2.7. Soluciones en Programación Lineal

Para resolver problemas en programación lineal no existe una forma única de dar solución a estos problemas, debido a que depende del tipo de modelo y la complejidad del mismo, por lo que existen algunos métodos de solución. Actualmente existen tres conjuntos de algoritmos que pueden aportar soluciones de PL siendo estos: exactos, heurísticos y metaheurísticos. (Toapanta, 2019, p.42)

1.2.7.1. Algoritmo de ahorro

“El algoritmo de ahorros propuesto por Clarke y Wright, es quizá una de las técnicas heurísticas más conocidas para resolver problemas de PL. Este es un método constructivo que incorpora una solución factible gradualmente mediante una exploración, tomando en cuenta la noción de ahorro de costos mediante la unión de dos rutas en una sola, cuando haya la posibilidad.” (Toapanta, 2019, p.43)

“Si se denota al costo de transporte entre los nodos i y j como c_{ij} se tiene que cuando estos son visitados en rutas separadas, se genera un costo total de transporte dado por $c_a = c_{0i} + c_{i0} + c_{0j} + c_{j0}$; sin embargo, si se visitan a los dos nodos en la misma ruta, se genera un costo total de transporte dado por $c_b = c_{0i} + c_{ij} + c_{j0}$. Por lo tanto, se genera un ahorro de $s_{ij} = c_a - c_b = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$.” El algoritmo de ahorros se aplica en problemas dirigidos y no dirigidos, y lo podemos conceptualizar tal y como se presenta en la Figura 1-1. (Toapanta, 2019, p.43-44).



Figura 1-1 Conceptualización Algoritmo de Ahorros
Realizado por: (Toapanta, 2019)

Este algoritmo puede desarrollarse de la siguiente manera:

1. Cálculo del ahorro.

Calcular los ahorros $s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$, para $i, j = 1, \dots, n$ y $i \neq j$. Crear n rutas vehiculares $(0, i, 0)$ para $i = 1, \dots, n$. Se debe ordenar los ahorros de forma descendiente.

2. Mejor unión factible

Se debe iniciar desde el primer valor de la lista de ahorros y ejecutar lo siguiente. Dado un ahorro s_{ij} , determinar si existen dos rutas, una que contenga arcos $(0, j)$ y otra que contenga arcos $(i, 0)$, que factiblemente se puedan unir. Si es así, combinar estas dos rutas eliminando $(0, j)$ y $(i, 0)$ e introduciendo (i, j) .

3. Extensión de ruta.

Se debe considerar cada ruta $(0, i, \dots, j, 0)$. Determinar el primer ahorro s_{ki} o s_{jl} que se puede utilizar para combinar la ruta actual con otra ruta que contenga el arco $k, 0$ o el arco $(0, l)$. Implementar la combinación y repetir esta operación en la ruta actual. Si no existe una unión factible, se debe considerar la siguiente ruta y repetir las operaciones. Detener el proceso cuando no sea posible combinar más rutas. (TOTH, P. and VIGO, D., 2002)

1.2.7.2. Algoritmo de ramificación y acotamiento

Land y Doig propusieron el algoritmo de ramificación y acotamiento y en el año de 1963 fue reformado por Little, actualmente es el algoritmo que más se utiliza para resolver problemas de programación lineal.

El método básico consiste en dividir el conjunto de todos los recorridos en un subconjunto cada vez más pequeño y calcular para cada uno de ellos una cota inferior en el costo del mejor recorrido del mismo. Los límites guían la partición del subconjunto y, eventualmente, identifican un recorrido óptimo. Cuando se encuentra un subconjunto que contiene un recorrido único cuyo costo es menor o igual que los límites inferiores para todos los demás subconjuntos, ese recorrido es óptimo. Los subconjuntos de recorridos se representan como los nodos de un árbol y el proceso de partición como ramificación del árbol. (Toapanta, 2019, p.45)

1.2.8. Problema del agente viajero

El problema del vendedor ambulante (TSP) tiene como objetivo encontrar la ruta más corta (circuito Hamiltoniano) para que se pase una sola vez por todos los nodos requeridos y posteriormente regresen al punto de partida. Estos problemas son muy complejos por ende deben ser resueltos de forma computacional debido a que son problemas tipo NP-Completo, es decir que pertenece a los problemas NP para los cuales resulta difícil encontrar un algoritmo de solución. No obstante, a los problemas NP se le puede transformar a TSP en tiempo polinomial. (Toapanta, 2019, p.37)

Un problema del agente viajero se define por medio del número de nodos n y las distancias entre nodos d_{ij} , definiéndolo matemáticamente de la siguiente manera.

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} = (0,1) \quad (4)$$

La solución forma un circuito por los nodos (5)

En la función objetivo (1), las restricciones (2), (3) y (4) representan el modelo de asignación, en el cual la variable de decisión x_{ij} es igual a 1 siempre que el nodo i está conectado con el nodo j , y si x_{ij} es igual a cero cuando no se encuentra conectado el nodo i con el nodo j . Si el recorrido resultante satisface la restricción (5) se puede decir que se encontró una ruta óptima para el TSP

Cuando $d_{ij}=d_{ji}$ nos encontramos con un TSP simétrico, que significa que la distancia de un nodo i a un nodo j va a ser igual a la distancia del nodo j al nodo i . Caso contrario representa un TSP asimétrico. Además, si el nodo i es igual al nodo j se establecerá que $d_{ij} = \infty$.

1.2.9. Problema de Ruteo de Vehículos (VRP).

Dentro de la investigación de operaciones encontramos el problema de ruteo de vehículos considerado como uno de los problemas clásicos debido a su complejidad matemática y a la importancia en la práctica, el primero hace referencia a que es un problema de optimización

combinatoria y el segundo a que siempre estará inmerso dentro de las empresas que deben prestar un servicio o producto a la sociedad.

El conjunto de problemas dentro del VRP presta atención primordial a la solicitud de la demanda tanto de servicios como de productos, esta demanda se encuentra ubicada en diferentes puntos geográficos, los cuales serán servidos a través de una flota vehicular con iguales o distintas características las mismas que partirán de uno o más depósitos con opciones de retornar a su origen u otro deposito dependiendo de las características del problema. Al finalizar el problema la solución encontrada detalla los clientes que serán atendidos por cada vehículo y un orden en los viajes, se debe prestar atención a la capacidad, los tiempos de viaje y a las demás restricciones del problema para llegar a encontrar el costo mínimo de transporte. (Mediorreal, 2014)

El VRP se formula matemáticamente mediante la utilización de la teoría de grafos. Sea un grafo $G = (V, A)$, donde $V = 0, 1, \dots, n$ es un conjunto de nodos con el depósito localizado en el vértice 0 y A representa un conjunto de arcos. Para cada arco (i, j) , donde $i \neq j$, se asocia una matriz de distancias no negativas $C = (c_{ij})$. Dependiendo del contexto, c_{ij} puede ser considerado como costo de viaje o tiempo de viaje. Cuando C es simétrica, es conveniente definir el problema mediante un grafo no dirigido $G = (V, E)$. (Toapanta, 2019, p.40)

Según Toapanta (2019) El VRP consiste en diseñar un conjunto de rutas vehiculares con el menor costo posible, considerando las siguientes hipótesis:

- Cada ciudad en $V \setminus 0$ es visitada una sola vez por un vehículo.
- Todas las rutas empiezan y terminan en el depósito.
- Se satisfacen algunas condiciones secundarias (capacidad, tiempo, intervalos, entre otras). (pag.40)

Para la modelización del Problema de Ruteo Vehicular se debe considerar:

- $R = i, \dots, n$ número de nodos a visitar.
- $V = R \cup 0$ número total de nodos.
- $C = (c_{ij}), i, j \in V, i \neq j$ matriz de costos de viajes (peso asignado a cada uno de los arcos correspondientes a las distancias recorridas).
- $X = (x_{ij}), i, j \in V, i \neq j$ variables de decisión, donde $x_{ij} = 1$ si y sólo si un vehículo viaja del nodo i al nodo j , caso contrario $x_{ij} = 0$.

En la ecuación 6 se describe el modelo matemático del VRP, el cual tiene por objeto principal minimizar la función z , sujeta a las variables de decisión y restricciones que se encuentran

establecidas dentro del problema, y además tomando en cuenta el valor de los costos que genere el recorrido entre los nodos.

$$\min z = \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad (6)$$

$$\sum_{j \in V - i} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in R \quad (7)$$

$$\sum_{j \in V - i} x_{ji} = 1 \quad \forall i \in R \quad (8)$$

$$\sum_{i \in R} x_{0i} = m \quad (9)$$

$$\sum_{i \in R} x_{i0} = m \quad (10)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in V - S} x_{ij} \geq 1 \quad \forall S \subset R, 2 \leq |S| \leq R - 2 \quad (11)$$

$$x_{ji} \in 0, 1, \quad i, j \in V, i \neq j \quad (12)$$

De acuerdo con las restricciones impuestas al problema tratado, el VRP se puede dividir en varios subproblemas. Por ejemplo, se pueden adoptar las siguientes restricciones: tiempo de entrega, estación intermedia de carga, capacidad del vehículo, número de entregas por vehículo, entre otras.

1.2.9.1. Tipos de VRP

Ventanas de tiempo VRPTW.

Los problemas de ruteo vehicular con ventanas de tiempo buscan optimizar el tiempo de viaje y la utilización de flota vehicular, además tiene como objetivo principal optimizar el tiempo de espera. Existen dos tipos de ventanas de tiempo hard y soft. La primera establece que un vehículo puede llegar a un cliente antes de la ventana de tiempo, pero no puede llegar a su destino después de que finalice la ventana tiempo establecida. Y la segunda establece que se puede violar la ventana de tiempo establecida, pero a cambio se debe pagar una penalidad. (Mediorreal, 2014, p.13)

Múltiples Bodegas (MDVRP).

Esta variación del Problema de Ruteo de Vehículos se caracteriza por contar con más de un depósito, los mismos que tienen a su disposición una flota vehicular con la finalidad de satisfacer la demanda. El principal inconveniente que se pueden encontrar es en la asignación de clientes

con respecto a los depósitos, y se puede dar la opción a los vehículos de no siempre retornar al lugar de donde partieron. (Mediorreal, 2014, p.14)

VRP con backhauls.

Este tipo de VRP se caracteriza por contar con dos tipos de servicios: “recibir” o “entregar” productos a la flota vehicular asignada. “Line hauls son los clientes que reciben productos de la bodega, backhaul son los clientes que envían productos de vuelta a la bodega”. El criterio que se debe tomar en cuenta en esta variación es que en la ruta la primera acción que se debe dar es culminar con todas las entregas y luego las devoluciones, debido a que se generaría un costo al momento del ordenamiento del producto. (Mediorreal, 2014. p.14)

VRP con entrega dividida (SDVRP).

El VRP con entregas divididas se refiere al mismo concepto de un VRP con la deferencia que un cliente puede ser atendido por uno o más vehículos, siempre y cuando se diera el caso de reducción de los costos. Este modelo es eficiente si el volumen de los pedidos de los clientes es muy elevado y no es posible satisfacer esa demanda con la utilización de un solo vehículo. (Mediorreal, 2014, p.14)

VRP con entregas y recogidas (VRPPD).

El Problema de Ruteo de Vehículos con entregas y recogidas es una variante del VRP en donde se permite dos líneas de servicio, y a diferencia del VRP con Backhauls estos dos servicios se pueden dar al mismo tiempo dentro de la ruta, es decir que no es necesario que se culmine con una línea de servicio para empezar con la otra. No se permite el cambio de productos entre los clientes debido a que cada producto tiene su único punto de recogida y entrega y debe encontrarse dentro del mismo vehículo. Tiene la posibilidad de modificar la restricción de que “todos los clientes deben ser visitados exactamente una vez.” (Mediorreal, 2014, p.15)

VRP con demandas estocásticas (VRPSD).

El VRPSD es una variante del VRP con capacidades limitadas, en el cual no se conoce la demanda de los clientes el VRPSD aparece cuando las organizaciones se ven en la necesidad de satisfacer la demanda de sus clientes sin saber el volumen exacto de la misma. “En esta formulación se supone que la demanda del cliente q_i es una variable aleatoria discreta cuya distribución de probabilidad se especifica por $p_i(k)$, es decir, la probabilidad de que el cliente pida una cantidad $q_i = k$ de mercancías, con $k = 0, 1, \dots, K$ y $K \leq Q$ ”. La certeza de la demanda exacta es

probabilística y solo se conoce al momento que el vehículo llega donde el cliente. (Mediorreal, 2014, p.15)

1.2.10. Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW).

El problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW), es una variación del modelo básico de ruteo. Se trata de diseñar un conjunto de posibles rutas para una flota de vehículos de igual capacidad que parten y llegan a un depósito. La ruta inicia cuando un vehículo sale del depósito y pasa por una zona específica definida por las restricciones del problema y finaliza cuando su capacidad es totalmente usada o ya no puede atender a otro cliente por falta de capacidad.

Los clientes se encuentran dispersos en un área geográfica y cada cliente tiene un intervalo de tiempo asociado dentro del cual se permite el servicio de recoger o despachar. Puede haber dos situaciones, el vehículo puede llegar después de la hora determinada para el inicio del servicio o el vehículo puede llegar antes. En el primer caso, se generará una penalización del objetivo, y en el segundo caso, el tiempo de espera se ingresa en el horario de ruta

Las ventanas de tiempo en un sistema pueden ser de dos tipos:

1. Problemas de ruteo de vehículos con ventanas fuertes (VRPHTW): en este problema no se permiten entregas fuera de los intervalos de tiempo determinados.
2. Problemas de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo suaves (VRPSTW): en este caso se puede realizar entregas cuando el vehículo llega antes de la ventana de tiempo inferior, pero con una penalización pertinente. (Marin & Melendez, 2017)

Formulación matemática del VRPTW.

Función objetivo: expresa el costo total. Pretende optimizar el tiempo dado de recorrido $C_{ij} = \sum t_{ij}$, donde t_{ij} es el tiempo de recorrido entre dos clientes i e j . El costo de la función objetivo es el tiempo de viaje asignado a cada ruta.

$$\text{Minimizar } \sum_{k \in K} C_{ij} \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} x_{ijk} \quad (13)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \Delta+i} x_{ijk} = 1; \forall i \in N \quad (14)$$

Donde $N = V\{0, n+1\}$ que representa el conjunto de clientes a excepción del depósito; la restricción (14) asigna a cada cliente exactamente una ruta de vehículo. $j \in \Delta + (i)$ es el conjunto de grafos completos que parten de i y llegan a j .

$$\sum_{j \in \Delta + (0)} x_{0jk} = 1; \forall k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{i \in \Delta - (n+1)} x_{i, n+1, k} = 1; \forall k \in K \quad (16)$$

Las restricciones (15) y (16) limitan el número de rutas por vehículo a una, y caracterizan el flujo que debe seguir la flota. La primera hace referencia al número de veces que un vehículo sale del depósito y la segunda, el número de veces que llega. $j \in \Delta + (0)$, es el conjunto de grafos completos que parten del depósito a todos los clientes y $i \in \Delta - (n + 1)$ es el conjunto de grafos que parten de todos los clientes hacia el depósito.

$$\sum_{i \in \Delta - (j)} x_{ijk} - \sum_{i \in \Delta + (j)} x_{ijk} = 0; \forall k \in K, j \in N \quad (17)$$

La restricción (17) asegura que para cada cliente solo llegue a un vehículo y el mismo salga de él. Esta restricción permite que en el modelo no se formen ciclos al evitar repeticiones en la asignación de rutas.

$$x_{ijk}(w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk}) \leq 0; \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (18)$$

La restricción (18) asegura que el vehículo k no puede comenzar el servicio, si la suma del tiempo de viaje de i a j , la duración del servicio i y el tiempo total acumulado al inicio del servicio $i(w_{ik})$ es mayor que la ventana de tiempo de j o del cliente siguiente.

$$a_i \sum_{j \in \Delta + (i)} x_{ijk} \leq w_{ik} \leq b_i \sum_{i \in \Delta + (i)} x_{ijk}; \forall k \in K, i \in N \quad (19)$$

Para un vehículo k dado, la restricción (19) hace que $w_{ik} = 0$ cada vez que el cliente i no es visitado por el vehículo k . Igualmente, garantiza que el inicio del servicio en el cliente i se lleve a cabo dentro de la ventana de tiempo correspondiente.

$$E_i \leq w_{ik} \leq L; \forall k \in K, i \in \{0, n + 1\} \quad (20)$$

La restricción (20) hace que cada cliente sea servido dentro del intervalo de tiempo general $[a_0, b_0] = [a_{n+1}, b_{n+1}] = [E, L]$, asociada a los nodos de llegada y de salida.

$$\sum_{i \in N} d_{ij} \sum_{j \in \Delta+(i)} x_{ijk} \leq Q ; \forall k \in K \quad (21)$$

La restricción (21) indica que la suma de las demandas de los clientes de una ruta no debe exceder la capacidad del vehículo k .

$$x_{ijk} \geq 0 ; \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (22)$$

La restricción (22) impone condiciones de no negatividad a las variables del modelo.

$$x_{ijk} \in \{0,1\} ; \forall k \in K, (i, j) \in A \quad (23)$$

La restricción (23) indica la naturaleza binaria de las variables. (Solomon, 2000)

Resumiendo, el VRPTW se formula de la siguiente manera;

$$\text{Minimizar } \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} x_{ijk}$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in \Delta+i} x_{ijk} = 1 ; \forall i \in N$$

$$\sum_{j \in \Delta+(0)} x_{0jk} = 1 ; \forall k \in K$$

$$\sum_{i \in \Delta-(n+1)} x_{i,n+1,k} = 1 ; \forall k \in K$$

$$\sum_{i \in \Delta-(j)} x_{ijk} - \sum_{i \in \Delta+(j)} x_{ijk} = 0 ; \forall k \in K, j \in N$$

$$x_{ijk}(w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk}) \leq 0 ; \forall k \in K, (i, j) \in A$$

$$a_i \sum_{j \in \Delta+(i)} x_{ijk} \leq w_{ik} \leq b_i \sum_{i \in \Delta+(i)} x_{ijk} ; \forall k \in K, i \in N$$

$$E_i \leq w_{ik} \leq L ; \forall k \in K, i \in \{0, n+1\}$$

$$\sum_{i \in N} d_{ij} \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \leq Q ; \forall k \in K$$

$$x_{ijk} \geq 0 ; \forall k \in K, (i, j) \in A$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} ; \forall k \in K, (i, j) \in A$$

Cada ruta tiene asociado un tiempo de programación o tiempo acumulado T , que se define como la suma de los tiempos de recorrido, los tiempos de espera y los tiempos de servicio de cada cliente visitado. La solución final se expresa con los tiempos totales de recorrido $\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ijtk}$ y los tiempos totales de programación o tiempo acumulado de las rutas $\sum_{(i,j) \in A} t_{ij} + s_i + t_{ei}$, donde t_e , es la suma de los tiempos de espera, se incurre en tiempos de espera cuando el tiempo programado de la ruta o tiempo acumulado parcial es menor al inicio de la ventana de tiempo del cliente que se visita, $t_e = a_i - T$ y $t_e > 0$; $t_e = 0$ si $a_i - T \leq 0$. (Marin & Melendez, 2017)

1.2.11. Problema con entregas y Recogidas (VRPDP)

El VRPPD (VRP with Pickup and Delivery) es una variante del VRP en donde existe la posibilidad de que un cliente que ha sido atendido disponga de una mercancía que necesita ser recogida, además se debe tener en cuenta que los productos que los clientes regresan al vehículo de entrega no deben superar su capacidad.

Se puede establecer una restricción de que todos los clientes tengan que ser visitados al menos una vez, o se puede considerar que, antes de comenzar con las devoluciones, cada vehículo debe haber entregado toda la mercancía.

Entonces el VRPDP busca minimizar la flota de vehículos y la suma del tiempo de viaje, para que la solución sea factible se debe cumplir la restricción de que cada vehículo debe disponer de capacidad suficiente para llevar la mercancía a entregar y poder recoger las devoluciones. (Medrán, 2017)

Los problemas conocidos como pickup (recogida) y delivery (entrega), son una rama importante de la familia de los modelos VRP. Dentro de esta categoría de PDP, existen tres subcategorías de problemas, los cuales se encuentran clasificados de acuerdo a los lugares donde ocurren los pickups y delivery, y a la naturaleza de la carga transportada. Como son:

1.2.11.1. Problemas many to many

Un PDP many to many ocurre cuando un producto debe ser redistribuido desde ciertos nodos donde existe un exceso, hasta los nodos donde existe un déficit, se busca el balance del producto dentro de la red del problema. Aplicables dentro de la circulación de vehículos en sistemas carsharing o bicicletas públicas.

1.2.11.2. Problemas one to many to one

Un PDP one to many to one sucede cuando existe un producto que debe ser distribuido y recogido en ciertos nodos, pero no necesariamente en los mismos. Este tipo de problemas pueden ser subdivididos de acuerdo con la existencia de redes de retorno y de la simultaneidad de las operaciones. Aplicables en redes con logística inversa como el despacho de bebidas y recogida de botellas vacías.

1.2.11.3. Problemas one to one

Un PDP one to one pasa cuando cada envío posee un punto específico de recogida y entrega. Como por ejemplo el servicio de courier urbano y el servicio de transporte de pasajeros punto a punto, con la diferencia de que al transportar personas se debe tomar en cuenta el componente del nivel de servicio. (Toth & Vigo, 2014)

El caso de estudio establece que existe un conjunto de nodos V , los cuales están divididos en nodos de recogida $P = \{1, \dots, n\}$ y nodos de entrega $D = \{n+1, \dots, 2n\}$. Cada nodo (P) tiene asociado un nodo (D) y viceversa.

La red de rutas de transporte se representa por medio de un conjunto de grafos $G = (V, A)$; donde $V = \{0, \dots, n\}$ es el conjunto de nodos. $A \in (i, j)$ y es el conjunto de arcos, con $i \neq j$.

Los nodos $i \in P$ corresponden a los clientes que requieren del servicio hasta un nodo $n+1 \in D$. La ventana de tiempo general asociados a los nodos de recogida (P) y de entrega (D) se representan como $[a_i, b_i]$, donde simboliza el intervalo del tiempo en el que el nodo debe ser servido. La flota K está compuesta por vehículos que capacidad limitada Q_k , con un tiempo máximo de servicio de L_k . Toda ruta factible corresponde a un camino $G = (V, A)$; el cual debe iniciar y terminar en el Depot. (Toth & Vigo, 2014)

Variables:

- x_{ijk} : binaria; vale uno cuando el arco $(i, j) \in A$ es utilizado por el vehículo $k \in K$.

- T_{ik} : tiempo en el que el vehículo $k \in K$ comienza su servicio en el nodo $i \in V$.
- Q_{ik} : carga del vehículo $k \in K$ justo después de visitar el nodo $i \in V$.

Índices

- i Nodo denominado como cliente inicial. $\forall i = 1, 2, 3, \dots, n$
- j Nodo denominado como cliente final $\forall j = 1, 2, 3, \dots, n; i \neq j$
- n Cantidad total de nodos
- 0 Nodo inicial y nodo final (depot)
- K vehículo $\forall k = 1, 2, 3, \dots, K$

Parámetros

Para cada arco $A \in (i, j)$, se definen:

- c_{ij} : es un costo no negativo que corresponde a cada arco $A \in (i, j)$, y está asociada a la distancia, tiempo, flota o una combinación entre estas. Representa el costo de la ruta más corta recorrida entre dos nodos i, j .
- C_{ij} : representa el costo de la función objetivo asociado al tiempo de viaje asignado a cada ruta.
- t_{ij} : tiempo de viaje para cada arco $A \in (i, j)$, y es equivalente a una unidad de costo $C_{ij} = t_{ij}$.
- x_{ijk} : es la variable de decisión de naturaleza binaria, vale 1 cuando el arco $(i, j) \in A$ es utilizado por el vehículo $k \in K$. y vale 0 en el caso contrario.

Para cada nodo $V = \{0, \dots, n\}$, se definen:

- S_i : tiempo de servicio para cada cliente.
- q_i : demanda del nodo i .
- $[a_i, b_i]$: ventana de tiempo con $i \in V$, dentro del cual el cliente debe ser servido.
- a_i : representa el tiempo más cercano de inicio de servicio en el cliente i .
- b_i : el tiempo más lejano o el fin de la ventana correspondiente al cliente i .
- T_{ik} : tiempo en el que el vehículo $k \in K$ comienza su servicio en el nodo $i \in V$.
- T_{jk} : tiempo en el que el vehículo $k \in K$ comienza su servicio en el nodo $j \in V$.
- t_{ij} : tiempo en el que el vehículo $k \in K$ tarda en llegar del nodo i al nodo j , $(i, j) \in V$.
- Q_{ik} : carga del vehículo $k \in K$ justo después de visitar el nodo $i \in V$.
- Q_{jk} : carga del vehículo $k \in K$ justo después de visitar el nodo $j \in V$.

Función objetivo

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} \quad (24)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in V} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1; \forall i \in P \quad (25)$$

La ecuación (25) impone que, para cada nodo donde se recoge al cliente, el vehículo debe dirigirse hacia otro nodo una única vez desde ese nodo de recogida (P),

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{n+ijk} = 0; \forall i \in P, k \in K \quad (26)$$

La ecuación (26) indica el número de veces que un vehículo va a un nodo de recogida (P) debe coincidir con el número de veces de su nodo de entrega (D) correspondiente, es decir que el mismo vehículo que visitó el nodo de recogida (P) debe visitar el nodo de entrega (D). Dado que en la restricción mencionada anteriormente se impone que debe visitarse una vez, entonces el nodo de entrega (D) solo será visitado una vez.

$$\sum_{i \in V} x_{0ik} = 1; \forall k \in K \quad (27)$$

La ecuación (27) es la primera restricción, que obliga a todos los vehículos deben partir desde el nodo origen (0), en este caso la parada.

$$\sum_{i \in V} x_{i,2n+1,k} = 1; \forall k \in K \quad (28)$$

La ecuación (28) es la segunda restricción, que asegura que los vehículos deben volver al nodo origen una vez terminada su ruta.

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{jik} = 0; \forall i \in P \cup D, k \in K \quad (29)$$

La ecuación (29) asegura la conservación de flujo, es decir que la misma cantidad de vehículos que entran en el nodo de recogida (P) debe salir de un nodo de entrega (D).

$$T_{jk} \geq (T_{ik} + S_i + t_{ij})x_{ijk}; \quad \forall i \in V, j \in V, k \in K \quad (30)$$

La ecuación (30) impone que el tiempo en que comienza el servicio en j debe ser mayor o igual a la sumatoria entre el tiempo en que comienza el servicio en i , más el tiempo de duración de dicho servicio y el tiempo que tomó llegar a j . Mediante esta restricción el vehículo tiene la opción de esperar si llega con anterioridad.

$$Q_{jk} \geq (Q_{ik} + q_j)x_{ijk}; \quad \forall i \in V, j \in V, k \in K \quad (31)$$

La ecuación (31) nos menciona que la sumatoria de la carga del vehículo después de visitar el nodo i , más la demanda del siguiente nodo visitado debe ser menor o igual a la carga final después de visitar dicho nodo.

$$T_{n+i,k} - T_{ik} - S_i - T_{i,n+1} \geq 0; \quad \forall i \in P \quad (32)$$

La ecuación (32) obliga al vehículo pasar primero por el nodo de recogida (P) y luego por el nodo de entrega (D). Entonces el tiempo de inicio en un nodo de recogida (P), más el tiempo que dura dicho servicio y más el tiempo que llega a su nodo de entrega (D) debe ser menor o igual al tiempo de inicio de este último

$$T_{2n+1,k} - T_{0k} \leq L_k; \quad \forall k \in K \quad (33)$$

La ecuación (33) calcula la duración del recorrido entre la diferencia del momento en que el vehículo llega al depósito y el momento en que sale del depósito.

$$a_i \leq T_{ik} \leq b_i; \quad \forall i \in V, k \in K \quad (34)$$

La ecuación (34) asegura que la atención de los nodos se dé dentro de las respectivas ventanas de tiempo.

$$\max\{0, q_i\} \leq Q_{ik} \leq \min\{Q_k, Q_k + q_i\}; \quad \forall i \in V, k \in K \quad (35)$$

La ecuación (35) indica que la carga inicial es nula, es decir parte del depósito con el vehículo vacío. En los nodos de recogida (P) la carga final siempre es mayor o igual al producto cargado y es menor o igual a la capacidad máxima del vehículo. En los nodos de entrega (D) indica que su carga final tiene que \leq a la capacidad total del vehículo menos la carga de su nodo de recogida (P).

$$x_{ijk} \in \{0,1\}; \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (36)$$

La ecuación (36) representa una restricción de binariedad y no negatividad.

1.2.12. Heurísticas de optimización

Las técnicas heurísticas son un grupo de técnicas destinadas a resolver una gran cantidad de problemas prácticos muy complejos que ocurren en diversos campos científicos. Por los tipos de problemas que pueden resolver, sus mayores avances se han desarrollado en la gestión empresarial.

Entonces a continuación se detallará algunos de los factores que hacen que el uso de la heurística sea interesante para la resolución de problemas.

1.2.12.1. Tipos de heurísticas

- **Métodos constructivos.** -Este método consiste en ir añadiendo datos de manera individual a una solución hasta lograr obtener una solución óptima.
- **Métodos de descomposición.** - Consiste en dividir el problema general en subproblemas de tal forma que se utilice la solución de los subproblemas para obtener una solución para el problema general.
- **Métodos de reducción.** – Este método consiste en simplificar el problema, mediante la selección de una característica que contenga una posible solución óptima.
- **Manipulación del modelo.** - Este método consiste en modificar la estructura del problema, logrando que su solución sea más fácil de resolver y a partir de esa solución lograr resolver el problema real.
- **Métodos de búsqueda por entornos.** - Este método parte de una posible solución inicial, a la cual se va modificando hasta lograr cumplir el criterio deseado, estas modificaciones de almacenan para posteriormente seleccionar la más óptima que solucione el problema real.

1.2.13. Clarke Y Wright

Clarke y Wright son las personas quienes introdujeron el concepto de ahorro que se basa en el cálculo de los ahorros al combinar dos clientes en la misma ruta. El CW es una heurística ampliamente conocida para resolver el problema de generación de rutas de vehículos (VRP), y las aplicaciones de CW han continuado desde que se propuso en 1964. CW es un algoritmo heurístico, y como tal se enfoca en la búsqueda de la mejor solución. El algoritmo de CW consta de tres pasos los cuales se explicarán a continuación.

Primero, la matriz de distancia euclidiana se calcula con la siguiente ecuación:

$$c_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (37)$$

dónde $(x_i - y_i)$; $(x_j - y_j)$, representan el conjunto de coordenadas de ubicación de n clientes.

En segundo lugar, el valor de ahorro entre los clientes se calcula como:

$$s_{ij} = c_{1i} - c_{ij} \quad (38)$$

1.3.Marco Conceptual

Calidad: “Se refiere a la capacidad que posee un objeto para satisfacer necesidades implícitas o explícitas según un parámetro, un cumplimiento de requisitos de cualidad.” (Serna, 2020)

Ciclo: Corresponde al tiempo que el transporte demora ir desde el punto de origen, hasta el punto de destino y regresa al origen.

Cobertura: Extensión territorial que alcanza u ofrece un servicio, especialmente en el transporte.

Constante: En “matemáticas llamamos constante a una magnitud que no cambia con el paso del tiempo. En ocasiones, se puede tratar de un valor fijo y determinado.” (Fernandez, 2017)

Frecuencia: Es el número de veces que una unidad repite un proceso dentro de un intervalo de tiempo determinado.

Gestión: “Es un proceso mediante el cual se asegura la obtención de recursos y su empleo eficaz y eficiente en el cumplimiento de sus objetivos”. (Cajiao, García, & Jimbo, 2016)

Infraestructura: Está compuesta por los derechos de vía en que operan los sistemas de transporte, sus paradas y/o estaciones ya sean estas terminales, de transbordo o normales. (Molineros & Sanchez , 2005)

Medio de transporte: Se entiende por medio de transporte al medio físico por el que transitan los vehículos que son usados para el traslado de las personas y los bienes. Así, pueden distinguirse los siguientes medios: terrestre, aéreo y acuático.

Modelo: “Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento” (Cobos Leal, 2016)

Modelo matemático. “Un modelo matemático es un modelo que utiliza fórmulas matemáticas para representar la relación entre distintas variables, parámetros y restricciones.” (Roldán, 2020)

Modo de transporte: “Se entiende por modo de transporte a las entidades que se caracterizan por una similitud tecnológica, operativa y administrativa. Dicha similitud se traduce en una forma específica de realizar el traslado de las personas y los bienes.” (Islas & Lelis, 2007)

Movilidad: “Se entiende el conjunto de desplazamientos de personas y mercancías, que se producen en un entorno físico”. (Ecologistas en acción, 2007)

Paradas: Es un componente urbano, que se caracteriza por ser un espacio público de pequeñas dimensiones, con fines sociales y colectivos, al servicio de los pasajeros que esperan un servicio de transporte público.

Red de transporte: “Está compuesta por rutas de los autobuses, los ramales de los sistemas de colectivos y minibuses y las líneas de trolebús, tren ligero y metro que operan en una ciudad.” (Guanoluisa, 2017)

Rutas: Es el recorrido que se realiza una unidad durante la distribución de mercancías o personas.

Tarifa: Es el precio que pagan los usuarios por la prestación de un servicio público, los mismos que están estipulados en un reglamento.

Software: Es el conjunto de programas de cómputo, procedimientos, reglas y datos asociados, que forman parte de las operaciones de un sistema informático y buscan solucionar los problemas planteados por el usuario final. (Buzón, 2020)

Variable: “Que se utiliza para definir toda cantidad susceptible de tomar distintos valores numéricos.” (Fernandez, 2017)

Vehículo: Son unidades de transporte donde su conjunto se describe como parque vehicular en el caso de autobuses, trolebuses y de equipo rodante para el caso del transporte férreo. (Lobato, 2017)

1.4. Hipótesis

¿El modelo matemático permitirá tener una cobertura óptima y mejor calidad de servicio de transporte?

1.5. Variables

1.5.1. Variable independiente

Modelo matemático

1.5.2. Variable dependiente

Cobertura de transporte y calidad de servicio

CAPÍTULO II

2. MARCO METODOLÓGICO

2.1. Enfoque de Investigación

La presente investigación va a tener un enfoque cuantitativo y cualitativo, debido a que se basa principalmente en un análisis de los beneficios que proporcionara el sistema de Transporte y en la recopilación de datos con la finalidad de documentar la investigación, además de que servirá para procesar e interpretar los datos obtenidos; para obtener los resultados y las conclusiones acertadas del estudio a realizar, con el fin de obtener un resultado real en cuanto a las ventajas que proporcionara el modelo de transporte.

2.2. Nivel de Investigación

Exploratorio.

De acuerdo con (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014) la investigación exploratoria “se realizan cuando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se abordado antes.”

Para el presente estudio de investigación se va a utilizar el nivel de investigación exploratoria ya que nos ayudará a tener un primer acercamiento al problema que presenta la ciudad; la cual se va a estudiar y a desarrollar en el presente documento.

Explicativo.

La investigación explicativa es la que “está dirigida a responder causas de los eventos o fenómenos físicos o sociales. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014, p.95)

Este tipo de investigación permite analizar las causas (variables dependientes) y los resultados expresados en hechos verificables (variables dependientes).

2.3. Diseño de Investigación

No experimental.

La presente investigación tendrá un diseño no experimental ya que no se va a realizar ensayos en laboratorios para conocer el problema, este se realizará en el campo en sí para conocer la realidad

de la investigación por medio de la observación y también a través de técnicas e instrumentos para comprobar la hipótesis que se va a plantear.

2.4. Tipo de Investigación

De campo:

En la investigación se va a realizar un trabajo de campo debido a que se realizará el levantamiento de la información de primera fuente, a través de la aplicación de encuestas a la población, además de realizar entrevistas a las entidades públicas como las autoridades del GADM del cantón Riobamba, así como también fichas de observación para identificar el estado de las distintas unidades de transporte público en el cantón.

2.5. Métodos, técnicas e instrumentos.

2.5.1. Métodos

Inductivo

Para el presente estudio se utilizará el método inductivo, mediante el cual se observará, estudiara y analizara la información obtenida referente al servicio de transporte ofertado, con la finalidad de conocer las características principales que ayudaran a la elaborar una propuesta mediante la aplicación del modelo matemático.

Fuentes bibliográficas

Libros, manuales, tesis de grado, sitios web, artículos técnico-científicos, que permitieron recolectar información secundaria que ayudó en la conceptualización de las variables de estudio.

Encuesta

Se recopilará los datos mediante un cuestionario previamente elaborado, aplicado a los moradores de las comunidades pertenecientes a la Parroquia Cacha. Las encuestas constituyeron la información primaria de la investigación.

2.5.2. Instrumentos

Cuestionario

Es una herramienta que nos permite obtener información de manera rápida, se basa en preguntas que pueden ser abiertas o cerradas, la cual será aplicada a los usuarios que utilizan el transporte de carga mixta en la Parroquia Cacha.

2.6. Población y Muestra

2.6.1. Población

Según el censo realizado en el año 2001 se estableció que el cantón Riobamba tenía una población de 193.315 habitantes. Por otro lado, de acuerdo con el censo del año 2010, el cantón Riobamba contaba con 225.741 habitantes, y las proyecciones demográficas del INEC revelaron que, en el año 2020, teníamos una población de 264.048 personas, de las cuales al año del último censo el 52.7% son mujeres y el 47.3% son hombres.

La Parroquia Cacha en el año 2001 registraba en el informe del censo una población de 3.376 habitantes. Años más tarde en el Censo del 2010 la población actual de la Parroquia Cacha descendió a 3.160 constituyéndose el 1,40% de la población del cantón Riobamba. (Plan de Ordenamiento Territorial de la Parroquia Cacha, 2015)

La población por utilizar para la presente investigación son aquellas personas que residen en el área rural específicamente en la parroquia Cacha y requieren del uso del transporte para movilizarse dentro o fuera de las parroquias. Utilizando la fórmula de crecimiento poblacional:

$$P_t = P_0(1 + r)^t$$

Donde:

- P_t = Población final.
- r = La tasa de crecimiento de la población.
- P_0 = Población base.
- t = Tiempo de proyección.

Tenemos como resultado que la población total de la parroquia Cacha al año 2021 es de 3.682 habitantes, como población objetivo para el desarrollo de la investigación.

2.6.2. Muestra

Para determinar el tamaño de la muestra, se presenta la aplicación de la fórmula planteada para poblaciones finitas, ya que ésta se ajusta al tipo de investigación, con el método de muestreo aleatorio simple, a continuación, se detalla la ecuación:

$$n = \frac{N\sigma z^2}{(N - 1)e^2 + \sigma^2 z^2}$$

Donde:

σ = Desviación estándar de la población

z = Nivel de confianza deseado

e = Error Muestral

Datos:

N = 3.682 hab.

$\sigma = p * q$ (donde p = probabilidad de éxito = 0,5) y (donde q
= probabilidad de fracaso = 0,5)

Z = 95% = 1,96

e = 5% = 0,05

$$n = \frac{3.682 * 0,25 * 1,96^2}{(3.682 - 1) * 0,05^2 + 0,25 * 1,96^2}$$

$$n = 374,49$$

La muestra que se aplicará para el presente trabajo de investigación es de 375 personas.

CAPÍTULO III

3. MARCO DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

3.1. Análisis e interpretación de resultados.

A continuación, se detallará los resultados obtenidos en el levantamiento de información, la misma que permitió obtener la información sobre la situación actual.

3.2. Ubicación del Proyecto

El presente proyecto de investigación se va a desarrollar en la Parroquia Cacha perteneciente al cantón Riobamba, Provincia de Chimborazo.

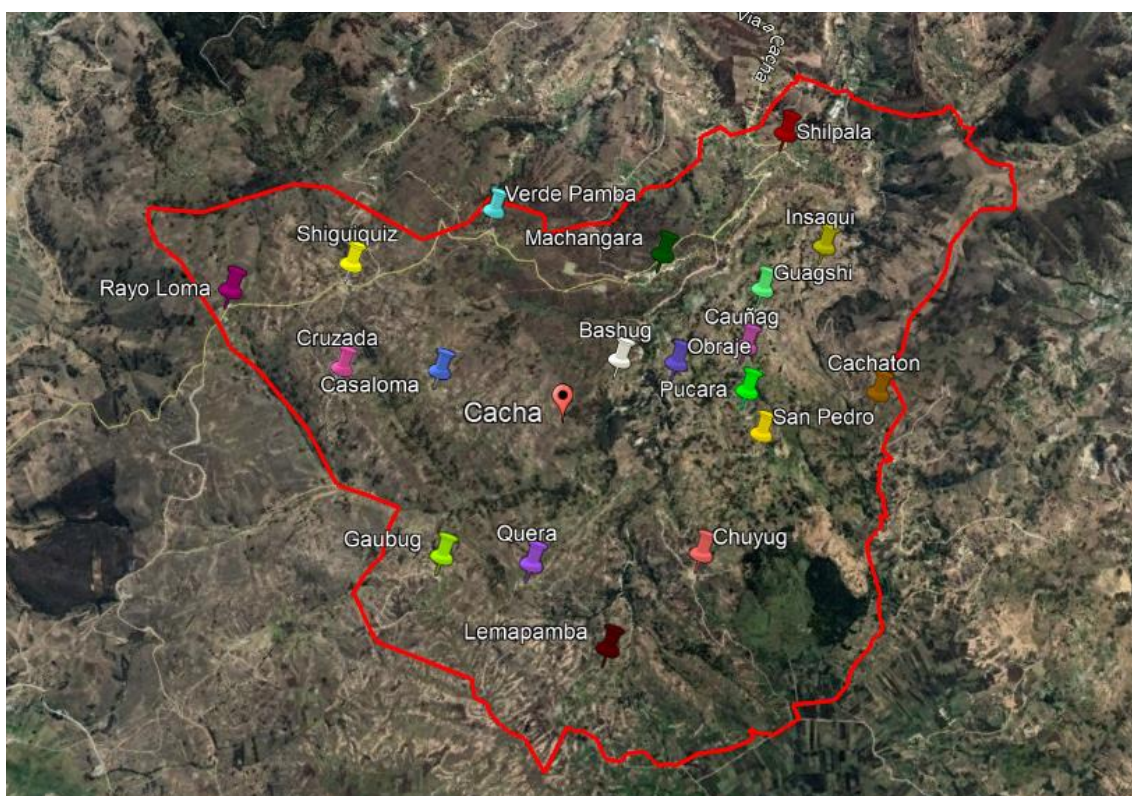


Figura 2-3 Ubicación de las comunidades de la Parroquia Cacha

Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

3.3. Levantamiento de información

El levantamiento de información arrojó los siguientes resultados.

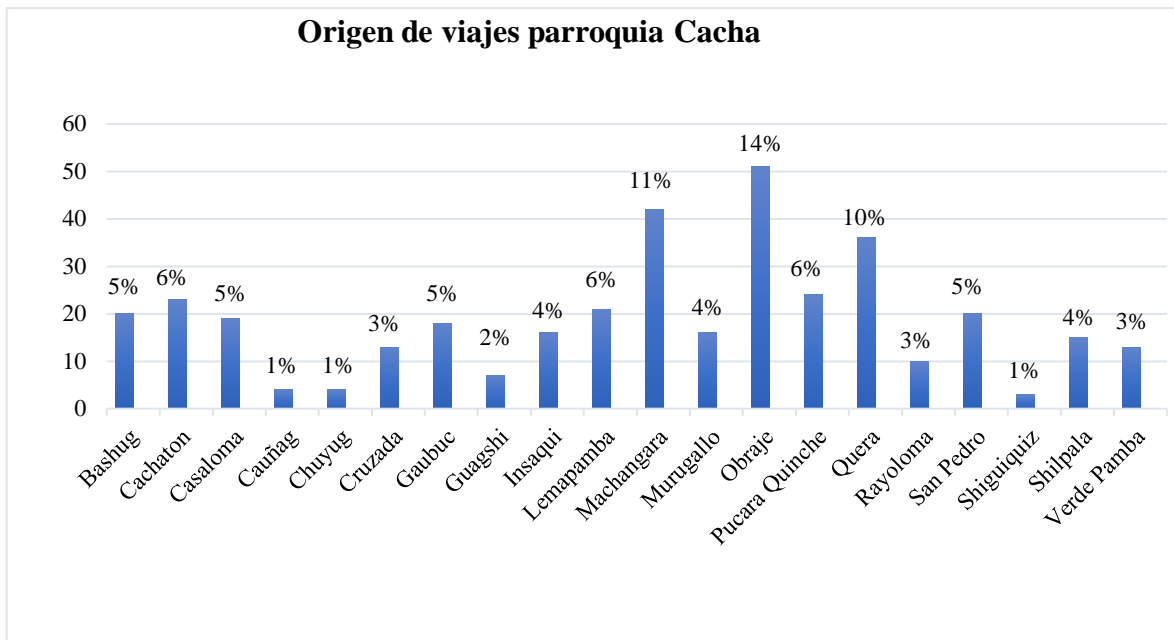


Gráfico 1-3 Origen de viajes Parroquia Cacha

Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

Análisis e Interpretación.

Mediante las encuestas aplicadas a los pobladores de la parroquia Cacha se pudo determinar que la comunidad Obraje es la mayor generadora de viajes con un 14% representando un total de 51 encuestados, seguida por la comunidad de Machángara con un 11% equivalente a 42 encuestados, seguida por la Comunidad de San Miguel de Quera con un 10% equivalente a 36 encuestados, siendo estas tres las comunidades con mayor demanda representando un total del 35% y el 65% restante representan al resto de comunidades. En conclusión, se puede determinar que las comunidades de la parroquia Cacha generan una gran cantidad de viajes con mucha frecuencia por lo cual se requiere de un servicio de transporte más eficiente y óptimo para que las personas se puedan movilizar de manera segura y en un tiempo prudente.

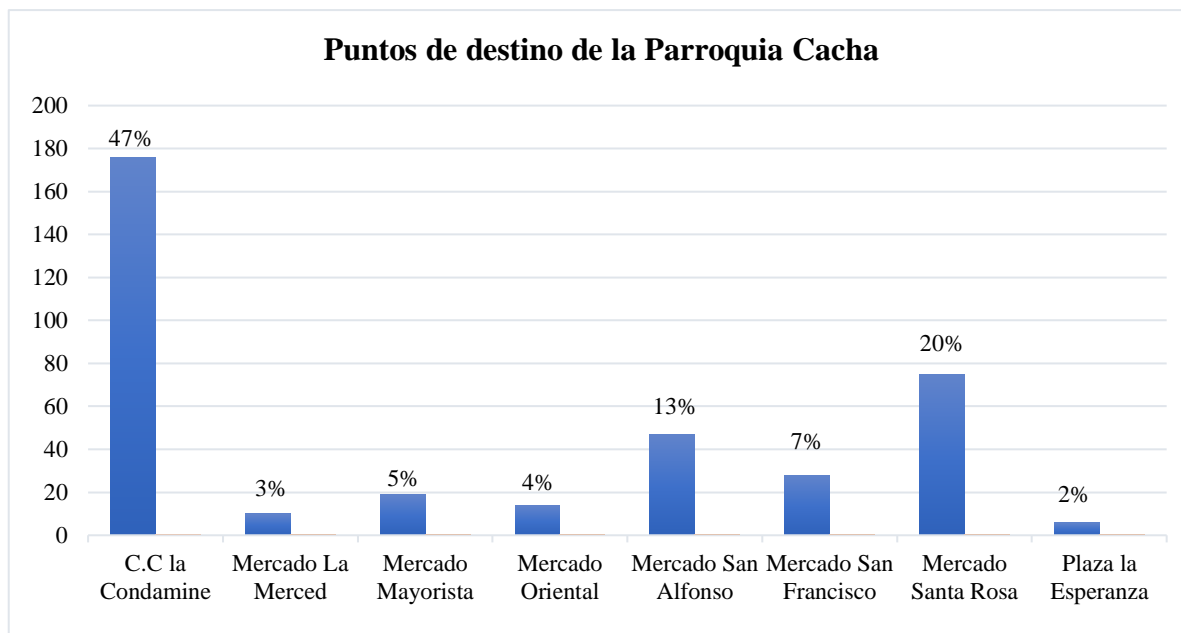


Gráfico 2-3 Puntos de destino de la Parroquia Cacha
 Elaborado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Análisis e Interpretación

Mediante las encuestas aplicadas a los pobladores de la parroquia Cacha se pudo determinar que las zona con mayor demanda de viajes son la el Centro Comercial la Condamine con un 47% correspondiente a 176 personas encuestadas, seguida por el Mercado Santa Rosa con un 20% correspondiente a 75 personas encuestas y el Mercado San Alfonso con un 13% equivalente a 47 personas encuestadas, siendo estas tres las zonas con mayor demanda representando un total del 80% y el 20% restante representan al resto de zonas. En conclusión, la mayor parte de los pobladores de las comunidades se movilizan a mercados y centros comerciales, definiendo así que sus motivos de viaje son alimentación, comercio, y una pequeña parte a salud y trabajo.

3.3.1. Situación Actual

La compañía cuenta con una flota vehicular brinda servicio de transporte a las comunidades de la parroquia Cacha, con horario de atención de 08H00 a 16h00.

Nodo inicial y nodo final (Coop. de Transporte Shiry Cacha)

El punto de partida y llegada será la parada de la cooperativa que se encuentra ubicada en Riobamba, compañía ubicada en las calles Carabobo y Barón de Carondelet (Ver Figura 3-3). Sus coordenadas para el estudio son (-1.674426, -78.657062).



Figura 3-3 Localización del nodo inicial y final

Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

Desde este punto partirá la flota vehicular para realizar sus respectivos recorridos hacia los diferentes nodos.

Nodos de las comunidades de la Parroquia Cacha (Clientes)

Se considerará a un nodo como un cliente, el mismo que será visitado para la recogida del pasajero y su carga respectiva. Cada cliente indica la dirección donde será recogido. En la (Figura 4-3) se muestra la ubicación de los clientes

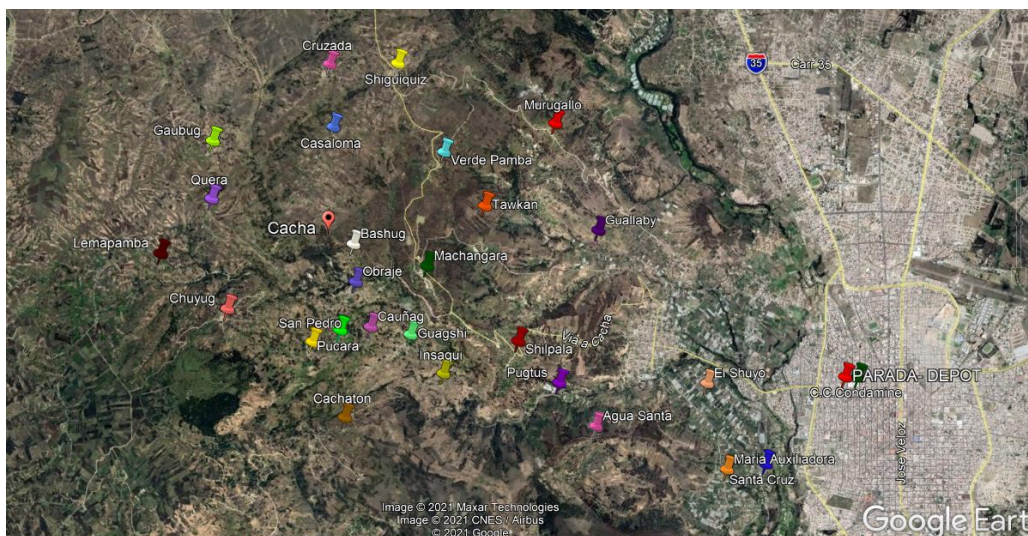


Figura 4-3 Vista panorámica de la ubicación de los clientes

Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

Tabla 1-3 Flota vehicular de la Coop. de transporte Shiry Cacha

Nombre Operadora	N° de unidades	Tipo de Vehículo	Capacidad promedio (t)	Frecuencia de viajes promedio (semanal)
Coop. De Transporte de Carga Mixta "Shiry Cacha"	6	Camioneta doble cabina	2.5 t	12

Fuente: Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021



Figura 5-3 Unidad de la Compañía

Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

Tabla 2-3 Tipos de VRP y metodologías de solución.

Simbología	Nombre	Características	Algoritmos de Solución
TSP	Problema del Agente viajero	<ul style="list-style-type: none"> • Optimiza la Distancia total de la ruta • Demanda conocida • Únicamente entregas • Todos los nodos deben ser visitados en un solo viaje por el mismo vehículo 	Problema NP Heurísticas Metaheurísticas Técnicas exactas

		<ul style="list-style-type: none"> • Cuenta con un solo vehículo y un solo depósito 	
VRP	Problema de Ruteo de Vehículos	<ul style="list-style-type: none"> • Optimiza el costo del sistema • El nodo es visitado una sola vez por un solo vehículo • Flota vehicular y uno o más depósitos • Demanda conocida • Únicamente entregas • Considera la capacidad de los vehículos • Todas las rutas empiezan y terminan en el depósito 	Problema NP Heurísticas Metaheurísticas Técnicas exactas
VRPTW	Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo	<ul style="list-style-type: none"> • Optimiza el costo del sistema • Demanda conocida • Únicamente entregas • El nodo es visitado una sola vez por un solo vehículo • Flota vehicular y uno o más depósitos • Considera la capacidad de los vehículos • Considera la variable tiempo • El servicio se debe dar dentro de las ventanas de tiempo • Todas las rutas empiezan y terminan en el depósito 	Problema NP Heurísticas Metaheurísticas Técnicas exactas
MVRP	Problema de Ruteo de Vehículos con Múltiples Bodegas	<ul style="list-style-type: none"> • Optimiza el costo del sistema • Demanda conocida • Únicamente entregas • Tiene más de un depósito • El vehículo empieza en un depósito y no necesariamente regresa al mismo 	Problema NP Heurísticas Metaheurísticas Técnicas exactas

		<ul style="list-style-type: none"> • Cada depósito tiene asociado una flota de vehículos 	
VRPB	Problema de Ruteo de Vehículos con Backhauls	<ul style="list-style-type: none"> • Optimiza el costo del sistema • Demanda conocida • Únicamente entregas • Line hauls clientes que reciben productos o mercancías. • Backhaul clientes que regresan productos o mercancías a la bodega • Primero se deben realizar los despachos antes que las devoluciones 	Problema NP Heurísticas Metaheurísticas Técnicas exactas
SDVRP	Problema de Ruteo de Vehículos con Entregas Divididas	<ul style="list-style-type: none"> • Optimiza el costo del sistema • Demanda conocida • Únicamente entregas • Un nodo es visitado por más de un vehículo • La demanda debe ser mayor a la capacidad de los vehículos 	Problema NP Heurísticas Metaheurísticas Técnicas exactas
VRPPD	Problema de Ruteo de Vehículos con Recogidas y Entregas	<ul style="list-style-type: none"> • Optimiza el costo del sistema • Demanda conocida • El nodo es visitado por un solo vehículo y una sola vez • Entregas y recogidas • Toma en cuenta la capacidad 	Problema NP Heurísticas Metaheurísticas Técnicas exactas
VRPSD	Problema de Ruteo de Vehículos con Demanda Estocástica	<ul style="list-style-type: none"> • Optimiza el costo del sistema • Demanda incierta • Únicamente entregas • El nodo es visitado por un solo vehículo y una sola vez 	Problema NP Heurísticas Metaheurísticas Técnicas exactas

VRPPDPTW	Problema de Ruteo de Vehículos con Recogidas y Entregas con Ventanas de Tiempo	<ul style="list-style-type: none"> • Optimiza el costo del sistema • Demanda conocida • Toma en cuenta la variable tiempo • Un solo depósito • El nodo es visitado por un solo vehículo y una sola vez • Considera la capacidad de los vehículos • Todas las rutas empiezan y terminan en el depósito • Permite la carga y descarga entre nodos durante el recorrido de la ruta • Los nodos pueden ser de entregas o recogidas • El servicio se debe dar dentro las ventanas de tiempo 	Problema NP Heurísticas Metaheurísticas Técnicas exactas
----------	--	--	---

Fuente: Marco metodológico

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

3.4.Propuesta

3.4.1. Estructura del modelo Pickup y delivery utilizando la metodología de Clarke & Wright

Las restricciones más destacadas que se deben cumplir son:

- Cumplir con los intervalos de tiempo para cada cliente.
- No exceder la capacidad máxima de cada vehículo.
- Cumplir la precedencia de primero recoger al cliente y luego entregar en el destino.

Descripción de los datos del problema establecidos en la tabla 3-3

- La primera columna representa el índice de cliente, que nos permitirá el reconocimiento de los nodos.
- La tercera y cuarta columna representan las coordenadas (x, y) respectivamente, cabe recalcar que estas coordenadas no representan la ubicación de los nodos, si no son coordenadas que representan los tiempos entre cada nodo.
- La quinta representa un índice de recogida en cada nodo, en donde toma el valor de 0 (cero) en caso de ser un nodo de recogida, caso contrario debe tomar el valor del índice de recogida
- La sexta representa un índice de entrega en cada nodo, en donde se asigna el valor de 0 (cero), en caso de ser un nodo de entrega, caso contrario debe tomar el valor del índice de entrega.
- La séptima columna representa al número de personas que suben y bajan en un nodo, siendo positivo los que suben y negativo los que bajan.
- La octava y novena columna representan las ventanas de tiempo, para lo cual se trabajó con tiempo en segundos.
- La séptima columna representa el tiempo de espera en cada nodo.

Tabla 3-3 Tiempo y coordenadas de los lugares de servicio de la operadora.

N°	Nombre	Coordenada		Nodos		Demanda	Ventanas de tiempo		Tiempo de espera (s)
		X	Y	Recogida	Entrega		Tiempo Inferior (s)	Tiempo Superior (s)	
0	Depot	760673	9814769	0	0	0	0	0	0
1	Shilpala	757346	9811605	0	2	3	0	1800	300
2	El Shuyo	759495	9813240	1	0	-3	3600	4200	300
3	Machángara	755755	9811308	0	4	1	0	1200	300
4	C.C. Condamine	760790	9814907	3	0	-1	1800	3300	300
5	Verde Pamba	754718	9812473	0	6	2	900	1200	300
6	María Auxiliadora	760574	9812679	5	0	-2	4200	4800	300
7	Shiguiquiz	753408	9812760	0	8	4	0	1800	300
8	C.C. Condamine	760790	9814907	7	0	-4	3000	3600	300
9	Rayo Loma	752401	9813177	0	10	1	1200	1800	300
10	C.C. Condamine	760790	9814907	9	0	-1	3600	4800	300
11	Murugallo	755371	9813924	0	12	2	1800	2400	300
12	C.C. Condamine	760790	9814907	11	0	-2	4200	6000	300
13	Obraje	755291	9810430	0	14	5	900	1800	300
14	C.C. Condamine	760790	9814907	13	0	-5	3000	3600	300
15	Pucara	755667	9809855	0	16	2	1200	3600	300
16	C.C. Condamine	760790	9814907	15	0	-2	4800	5400	300
17	San Pedro	755548	9809469	0	18	3	1800	3600	300

18	C.C. Condamine	760790	9814907	17	0	-3	4800	5400	300
19	Cachatón	756617	9809171	0	20	2	2100	2700	300
20	Santa Cruz	760868	9813139	19	0	-2	4500	4800	300

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

3.4.1.1. Desarrollo de la propuesta

Primero, se debe obtener una matriz de tiempos de todos los nodos donde se va a prestar el servicio, el cual se obtuvo mediante un levantamiento de información.

Tabla 4-3 Matriz de tiempos

Tiempos (t)(s) (Cij)																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0	720	656	1020	375	1080	939	1200	375	1320	375	1080	375	1081	375	1201	375	1320	375	1681	606
1	720	0	1100	299	1095	409	1436	574	1095	684	1095	821	1095	466	1095	637	1095	705	1095	1047	1242
2	656	1100	0	1356	656	1509	336	1669	656	1783	656	1700	656	1233	656	1265	656	1413	656	1742	360
3	1020	299	1356	0	1395	240	1691	416	1395	494	1395	880	1395	356	1395	530	1395	534	1395	826	1529
4	375	1095	656	1395	0	1448	820	1559	0	1679	0	1357	0	1439	0	1545	0	1673	0	2033	403
5	1080	409	1509	240	1448	0	1845	180	1448	278	1448	681	1448	595	1448	765	1448	751	1448	1001	1638
6	939	1436	336	1691	820	1845	0	2004	820	2118	820	2010	820	1551	820	1566	820	1716	820	2029	420
7	1200	574	1669	416	1559	180	2004	0	1559	120	1559	601	1559	765	1559	928	1559	898	1559	1111	1777
8	375	1095	656	1395	0	1448	820	1559	0	1679	0	1357	0	1439	0	1545	0	1673	0	2033	403
9	1320	684	1783	494	1679	278	2118	120	1783	0	1679	663	1679	827	1679	980	1679	933	1679	1111	1896
10	375	1095	656	1395	0	1448	820	1559	656	1679	0	1357	0	1439	0	1545	0	1673	0	2033	403
11	1080	821	1700	880	1357	681	2010	601	1700	663	1357	0	1357	1220	1357	1399	1357	1414	1357	1681	1682
12	375	1095	656	1395	0	1448	820	1559	656	1679	0	1357	0	1439	0	1545	0	1673	0	2033	403
13	1081	466	1233	356	1439	595	1551	765	1233	827	1439	1220	1439	0	1439	180	1439	246	1439	603	1478

14	375	1095	656	1395	0	1448	820	1559	656	1679	0	1357	0	1439	0	1545	0	1673	0	2033	403
15	1201	637	1265	530	1545	765	1566	928	1265	980	1545	1399	1545	180	1545	0	1545	150	1545	491	1541
16	375	1095	656	1395	0	1448	820	1559	656	1679	0	1357	0	1439	0	1545	0	1673	0	2033	403
17	1320	705	1413	534	1673	751	1716	898	1413	933	1673	1414	1673	246	1673	150	1673	0	1673	361	1684
18	375	1095	656	1395	0	1448	820	1559	656	1679	0	1357	0	1439	0	1545	0	1673	0	2033	403
19	1681	1047	1742	826	2033	1001	2029	1111	1742	1111	2033	1681	2033	603	2033	491	2033	361	2033	0	2030
20	606	1242	360	1529	403	1638	420	1777	360	1896	403	1682	403	1478	403	1541	403	1684	403	2030	0

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morochó, A. 2021

Segundo, se aplica la heurística de optimización de Clarke & Wright, que consta con los siguientes pasos.

Paso 1. Se procede a elaborar la Matriz de Ahorros, utilizando la siguiente ecuación:

$$S(i, j) = D(i, 0) + D(0, j) - D(i, j) \quad ; \forall i, j = 1, 2, \dots, n \wedge i \neq j$$

Demostración:

1. Se selecciona un par de nodos (2,1) y se procede a calcular

		Matriz de Tiempos			
Nodos	0	1	2	3	
0	0	720	656	1020	
1	720	0	1100	299	
2	656	1100	0	1356	
3	1020	299	1356	0	

Figura 6-3 Proceso de cálculo de matriz de ahorros

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

$$S(i, j) = D(i, 0) + D(0, j) - D(i, j)$$

$$S(2,1) = D(2, 0) + D(0,1) - D(2,1)$$

$$S(2,1) = 656 + 720 - 1100$$

$$S(2,1) = 276$$

Para el par de nodos (3,1)

$$S(i, j) = D(i, 0) + D(0, j) - D(i, j)$$

$$S(3,1) = D(3, 0) + D(0,1) - D(3,1)$$

$$S(3,1) = 1020 + 720 - 299$$

$$S(3,1) = 1441$$

Y reemplazando todos los pares de nodos se obtiene la siguiente matriz:

Tabla 5-3 Matriz de Ahorros

AHORRO(S _{ij})																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	276	1441	0	1391	223	1346	276	1356	0	979	0	1335	0	1284	0	1335	0	1354	84
2	0	276	0	319	375	227	1260	187	1313	193	375	37	375	505	375	592	375	564	375	595	902
3	0	1441	319	0	0	1859	268	1804	319	1845	0	1220	0	1744	0	1690	0	1806	0	1874	97
4	0	0	375	0	0	6	495	15	375	16	750	99	750	17	750	31	750	22	750	23	578
5	0	1391	227	1859	6	0	173	2099	227	2121	6	1479	6	1566	6	1516	6	1649	6	1760	47
6	0	223	1260	268	495	173	0	135	1260	140	495	10	495	469	495	574	495	544	495	591	1125
7	0	1346	187	1804	15	2099	135	0	187	2400	15	1680	15	1516	15	1472	15	1622	15	1769	29
8	0	276	1313	319	375	227	1260	187	0	193	375	37	375	505	375	592	375	564	375	595	902
9	0	1356	193	1845	16	2121	140	2400	193	0	16	1738	16	1574	16	1540	16	1707	16	1890	30
10	0	0	375	0	750	6	495	15	375	16	0	99	750	17	750	31	750	22	750	23	578
11	0	979	37	1220	99	1479	10	1680	37	1738	99	0	99	942	99	882	99	987	99	1080	4
12	0	0	375	0	750	6	495	15	375	16	750	99	0	17	750	31	750	22	750	23	578
13	0	1335	505	1744	17	1566	469	1516	505	1574	17	942	17	0	17	2102	17	2156	17	2159	209
14	0	0	375	0	750	6	495	15	375	16	750	99	750	17	0	31	750	22	750	23	578
15	0	1284	592	1690	31	1516	574	1472	592	1540	31	882	31	2102	31	0	31	2371	31	2390	266
16	0	0	375	0	750	6	495	15	375	16	750	99	750	17	750	31	0	22	750	23	578

17	0	1335	564	1806	22	1649	544	1622	564	1707	22	987	22	2156	22	2371	22	0	22	2641	242
18	0	0	375	0	750	6	495	15	375	16	750	99	750	17	750	31	750	22	0	23	578
19	0	1354	595	1874	23	1760	591	1769	595	1890	23	1080	23	2159	23	2390	23	2641	23	0	257
20	0	84	902	97	578	47	1125	29	902	30	578	4	578	209	578	266	578	242	578	257	0

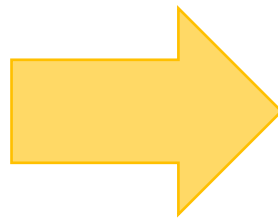
Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

2. Se crea n rutas de la forma $(0, i, j, 0) \forall i = 1, 2, \dots, n$, y se ordena de acuerdo al máximo valor de ahorro.

Tabla 6-3 Rutas posibles con sus respectivos ahorros

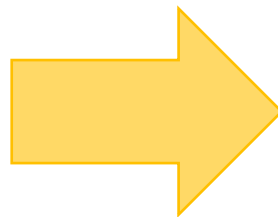
RUTA	AHORRO
0-1-2-0	276
0-1-3-0	1441
0-1-4-0	0
0-1-5-0	1391
0-1-6-0	223
0-1-7-0	1346
0-1-8-0	0
0-1-9-0	1356
0-1-10-0	0
0-1-11-0	979
0-1-12-0	0
0-1-13-0	1335
0-1-14-0	0
0-1-15-0	1284
0-1-16-0	0
0-1-17-0	1335
0-1-18-0	0
0-1-19-0	1354
0-1-20-0	84
0-2-3-0	319
0-2-4-0	375
0-2-5-0	227
0-2-6-0	1260
0-2-7-0	187
0-2-8-0	375
0-2-9-0	193
0-2-10-0	375
0-2-11-0	37
0-2-12-0	375
0-2-13-0	505
0-2-14-0	375



Se ordena de acuerdo al máximo valor de ahorro

RUTA	AHORRO
0-17-19-0	2641
0-7-9-0	2400
0-15-19-0	2390
0-15-17-0	2371
0-13-19-0	2159
0-13-17-0	2156
0-5-9-0	2121
0-13-15-0	2102
0-5-7-0	2099
0-9-19-0	1890
0-3-19-0	1874
0-3-5-0	1859
0-3-9-0	1845
0-3-17-0	1806
0-3-7-0	1804
0-7-19-0	1769
0-5-19-0	1760
0-3-13-0	1744
0-9-11-0	1738
0-9-17-0	1707
0-3-15-0	1690
0-7-11-0	1680
0-5-17-0	1649
0-7-17-0	1622
0-9-13-0	1574
0-5-13-0	1566
0-9-15-0	1540
0-7-13-0	1516
0-5-15-0	1516
0-5-11-0	1479
0-7-15-0	1472

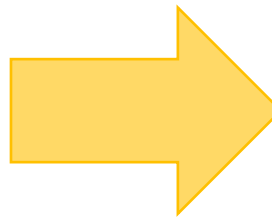
0-2-15-0	592
0-2-16-0	375
0-2-17-0	564
0-2-18-0	375
0-2-19-0	595
0-2-20-0	902
0-3-4-0	0
0-3-5-0	1859
0-3-6-0	268
0-3-7-0	1804
0-3-8-0	0
0-3-9-0	1845
0-3-10-0	0
0-3-11-0	1220
0-3-12-0	0
0-3-13-0	1744
0-3-14-0	0
0-3-15-0	1690
0-3-16-0	0
0-3-17-0	1806
0-3-18-0	0
0-3-19-0	1874
0-3-20-0	97
0-4-5-0	6
0-4-6-0	495
0-4-7-0	15
0-4-8-0	750
0-4-9-0	16
0-4-10-0	750
0-4-11-0	99
0-4-12-0	750
0-4-13-0	17
0-4-14-0	750
0-4-15-0	31
0-4-16-0	750



Se ordena de acuerdo al
máximo valor de
ahorro

0-1-3-0	1441
0-1-5-0	1391
0-1-9-0	1356
0-1-19-0	1354
0-1-7-0	1346
0-1-13-0	1335
0-1-17-0	1335
0-2-8-0	1313
0-1-15-0	1284
0-2-6-0	1260
0-6-8-0	1260
0-3-11-0	1220
0-6-20-0	1125
0-11-19-0	1080
0-11-17-0	987
0-1-11-0	979
0-11-13-0	942
0-2-20-0	902
0-8-20-0	902
0-11-15-0	882
0-4-10-0	750
0-4-12-0	750
0-4-14-0	750
0-4-16-0	750
0-4-18-0	750
0-10-12-0	750
0-10-14-0	750
0-10-16-0	750
0-10-18-0	750
0-12-14-0	750
0-12-16-0	750
0-12-18-0	750
0-14-16-0	750
0-14-18-0	750
0-16-18-0	750

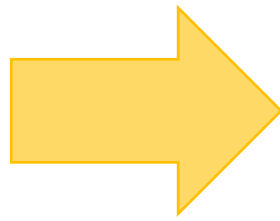
0-4-17-0	22
0-4-18-0	750
0-4-19-0	23
0-4-20-0	578
0-5-6-0	173
0-5-7-0	2099
0-5-8-0	6
0-5-9-0	2121
0-5-10-0	6
0-5-11-0	1479
0-5-12-0	6
0-5-13-0	1566
0-5-14-0	6
0-5-15-0	1516
0-5-16-0	6
0-5-17-0	1649
0-5-18-0	6
0-5-19-0	1760
0-5-20-0	47
0-6-7-0	135
0-6-8-0	495
0-6-9-0	140
0-6-10-0	495
0-6-11-0	10
0-6-12-0	495
0-6-13-0	469
0-6-14-0	495
0-6-15-0	574
0-6-16-0	495
0-6-17-0	544
0-6-18-0	495
0-6-19-0	591
0-6-20-0	1125
0-7-8-0	15
0-7-9-0	2400



Se ordena de acuerdo al
máximo valor de
ahorro

0-2-19-0	595
0-8-19-0	595
0-2-15-0	592
0-8-15-0	592
0-6-19-0	591
0-4-20-0	578
0-10-20-0	578
0-12-20-0	578
0-14-20-0	578
0-16-20-0	578
0-18-20-0	578
0-6-15-0	574
0-2-17-0	564
0-8-17-0	564
0-6-17-0	544
0-2-13-0	505
0-8-13-0	505
0-4-6-0	495
0-6-10-0	495
0-6-12-0	495
0-6-14-0	495
0-6-16-0	495
0-6-18-0	495
0-6-13-0	469
0-2-4-0	375
0-2-10-0	375
0-2-12-0	375
0-2-14-0	375
0-2-16-0	375
0-2-18-0	375
0-8-10-0	375
0-8-12-0	375
0-8-14-0	375
0-8-16-0	375
0-8-18-0	375

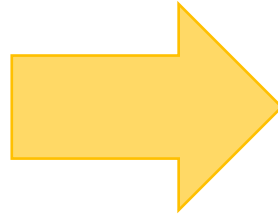
0-7-10-0	15
0-7-11-0	1680
0-7-12-0	15
0-7-13-0	1516
0-7-14-0	15
0-7-15-0	1472
0-7-16-0	15
0-7-17-0	1622
0-7-18-0	15
0-7-19-0	1769
0-7-20-0	29
0-8-9-0	16
0-8-10-0	750
0-8-11-0	99
0-8-12-0	750
0-8-13-0	17
0-8-14-0	750
0-8-15-0	31
0-8-16-0	750
0-8-17-0	22
0-8-18-0	750
0-8-19-0	23
0-8-20-0	578
0-9-10-0	16
0-9-11-0	1738
0-9-12-0	16
0-9-13-0	1574
0-9-14-0	16
0-9-15-0	1540
0-9-16-0	16
0-9-17-0	1707
0-9-18-0	16
0-9-19-0	1890
0-9-20-0	30
0-10-11-0	99



Se ordena de acuerdo al
máximo valor de
ahorro

0-4-8-0	375
0-2-3-0	319
0-3-8-0	319
0-1-2-0	276
0-1-8-0	276
0-3-6-0	268
0-15-20-0	266
0-19-20-0	257
0-17-20-0	242
0-5-8-0	227
0-2-5-0	227
0-1-6-0	223
0-13-20-0	209
0-2-9-0	193
0-8-9-0	193
0-7-8-0	187
0-2-7-0	187
0-5-6-0	173
0-6-9-0	140
0-6-7-0	135
0-11-12-0	99
0-11-14-0	99
0-11-16-0	99
0-11-18-0	99
0-4-11-0	99
0-10-11-0	99
0-3-20-0	97
0-1-20-0	84
0-5-20-0	47
0-2-11-0	37
0-8-11-0	37
0-4-15-0	31
0-10-15-0	31
0-12-15-0	31
0-14-15-0	31

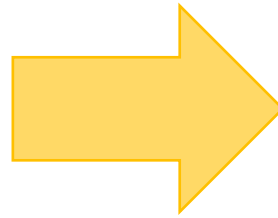
0-10-12-0	750
0-10-13-0	17
0-10-14-0	750
0-10-15-0	31
0-10-16-0	750
0-10-17-0	22
0-10-18-0	750
0-10-19-0	23
0-10-20-0	578
0-11-12-0	99
0-11-13-0	942
0-11-14-0	99
0-11-15-0	882
0-11-16-0	99
0-11-17-0	987
0-11-18-0	99
0-11-19-0	1080
0-11-20-0	4
0-12-13-0	17
0-12-14-0	750
0-12-15-0	31
0-12-16-0	750
0-12-17-0	22
0-12-18-0	750
0-12-19-0	23
0-12-20-0	578
0-13-14-0	17
0-13-15-0	2102
0-13-16-0	17
0-13-17-0	2156
0-13-18-0	17
0-13-19-0	2159
0-13-20-0	209
0-14-15-0	31
0-14-16-0	750



Se ordena de acuerdo al
máximo valor de
ahorro

0-15-16-0	31
0-15-18-0	31
0-9-20-0	30
0-7-20-0	29
0-4-19-0	23
0-10-19-0	23
0-12-19-0	23
0-14-19-0	23
0-16-19-0	23
0-18-19-0	23
0-4-17-0	22
0-10-17-0	22
0-12-17-0	22
0-14-17-0	22
0-16-17-0	22
0-17-18-0	22
0-4-13-0	17
0-10-13-0	17
0-12-13-0	17
0-13-14-0	17
0-13-16-0	17
0-13-18-0	17
0-4-9-0	16
0-9-10-0	16
0-9-12-0	16
0-9-14-0	16
0-9-16-0	16
0-9-18-0	16
0-4-7-0	15
0-7-10-0	15
0-7-12-0	15
0-7-14-0	15
0-7-16-0	15
0-7-18-0	15
0-6-11-0	10

0-14-17-0	22
0-14-18-0	750
0-14-19-0	23
0-14-20-0	578
0-15-16-0	31
0-15-17-0	2371
0-15-18-0	31
0-15-19-0	2390
0-15-20-0	266
0-16-17-0	22
0-16-18-0	750
0-16-19-0	23
0-16-20-0	578
0-17-18-0	22
0-17-19-0	2641
0-17-20-0	242
0-18-19-0	23
0-18-20-0	578
0-19-20-0	257



Se ordena de acuerdo al máximo valor de ahorro

0-4-5-0	6
0-5-10-0	6
0-5-12-0	6
0-5-14-0	6
0-5-16-0	6
0-5-18-0	6
0-11-20-0	4
0-3-4-0	0
0-3-10-0	0
0-3-12-0	0
0-3-14-0	0
0-3-16-0	0
0-3-18-0	0
0-1-4-0	0
0-1-10-0	0
0-1-12-0	0
0-1-14-0	0
0-1-16-0	0
0-1-18-0	0

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Paso 2. Se procede a elegir el valor máximo de la matriz de ahorros

$S(i, j); \text{MAXS}(i, j) = S(i^*, j^*)$.

Tabla 7-3 Máximo valor de ahorro de la matriz

RUTA	AHORRO
0-17-19-0	2641
0-7-9-0	2400
0-15-19-0	2390



$\text{MAXS}(i, j)$

Fuente: Tabla 6-3 Rutas posibles con sus respectivos ahorros

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Luego, se procede a seleccionar las rutas con el mayor ahorro y se reemplaza en las respectivas iteraciones del modelo (se recomienda empezar por el nodo que solicita más temprano el servicio.)

- Si (i^*) es el último cliente visitado en la ruta $R(i^*)$, y j^* es el primer cliente visitado en la ruta $R(j^*)$ y se cumplen todas las restricciones de capacidad, ventanas de tiempo, etc.
 - Se procede a unir la ruta $R(i^*)$ con la ruta $R(j^*)$.
 - Asignar $S \leftarrow S' \cup y$;
 - Eliminar los arcos $S(i^*, j^*)$ que ya fueron utilizados en las rutas creadas.
- Caso Contrario se elimina $S(i^*, j^*)$ de la matriz S .

Paso 3. Si $S \neq \emptyset$, se debe ir al paso 2; caso contrario concluye la iteración.

Función Objetivo:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk}$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in V} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1; \forall i \in P \quad (2)$$

La ecuación (2), impone que después del nodo 0 (Depósito) debe estar un nodo de recogida (P), además que los nodos no se pueden repetir dentro de las rutas obtenidas a excepción del nodo 0.

Tabla 8-3 Rutas resultantes de la iteración

Ruta 1		Ruta 2		Ruta 3	
NODOS		NODOS		NODOS	
0	$\leftarrow x_{0ik}$	0	$\leftarrow x_{0ik}$	0	$\leftarrow x_{0ik}$
3	$\leftarrow x_{ijk}$	7	$\leftarrow x_{ijk}$	5	$\leftarrow x_{ijk}$
1	$\leftarrow x_{ijk}$	8	$\leftarrow x_{ijk}$	11	$\leftarrow x_{ijk}$
4	$\leftarrow x_{ijk}$	0	$\leftarrow x_{i,2n+1,k}$	6	$\leftarrow x_{ijk}$
2	$\leftarrow x_{ijk}$			12	$\leftarrow x_{ijk}$
0	$\leftarrow x_{i,2n+1,k}$			0	$\leftarrow x_{i,2n+1,k}$

Ruta 4		Ruta 5		Ruta 6	
Nodos		Nodos		Nodos	
0	$\leftarrow x_{0ik}$	0	$\leftarrow x_{0ik}$	0	$\leftarrow x_{0ik}$

13	← x_{ijk}
14	← x_{ijk}
0	← $x_{i,2n+1,k}$

15	← x_{ijk}
19	← x_{ijk}
20	← x_{ijk}
16	← x_{ijk}
0	← $x_{i,2n+1,k}$

9	← x_{ijk}
17	← x_{ijk}
10	← x_{ijk}
18	← x_{ijk}
0	← $x_{i,2n+1,k}$

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

$$\sum_{i \in V} x_{0ik} = 1; \forall k \in K \quad (3)$$

La ecuación (4), obliga a todos los vehículos deben partir desde el nodo 0 (Depósito) como se indica en la Tabla 8-3

$$\sum_{i \in V} x_{i,2n+1,k} = 1; \forall k \in K \quad (4)$$

La ecuación (5) indica que todos los vehículos deben terminar su ruta en el nodo 0 (Depósito), como se indica en la Tabla 8-3.

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{n+ijk} = 0; \forall i \in P, k \in K \quad (5)$$

La ecuación (5), asegura que dentro de la ruta la cantidad total de nodos de recogida (P) debe coincidir con la cantidad total de los nodos de entrega (D), además el vehículo que visitó el nodo de recogida debe visitar su respectivo nodo de entrega. Tal como se demuestra en las tablas 9-3; 10-3; 11-3; 12-3; 13-3 y 14-3

Tabla 9-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 1

RUTA 1			
NODOS			
P	N° P	2	
P	N° D	2	
D	$N \cdot P = N \cdot D$		
D	SI		

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 10-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 2

RUTA 2			
NODOS			
P		N° P	1
D		N° D	1
		$N^{\circ} P = N^{\circ} D$	SI

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 11-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 3

RUTA 3			
NODOS			
P		N° P	2
P		N° D	2
D		$N^{\circ} P = N^{\circ} D$	SI
D			

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 12-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 4

RUTA 4			
NODOS			
P		N° P	1
D		N° D	1
		$N^{\circ} P = N^{\circ} D$	SI

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 13-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 5

RUTA 5			
NODOS			
P		N° P	2
P		N° D	2
D		$N^{\circ} P = N^{\circ} D$	SI
D			

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 14-3 Balance entre nodos de entrega y recogida de la Ruta 6

RUTA 6			
NODOS			
P		N° P	2
P		N° D	2

D
D

$$N \cdot P = N \cdot D \quad | \quad SI$$

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{ijk} = 0; \forall i \in P \cup D, k \in K \quad (6)$$

La ecuación (6) asegura la conservación de flujo, es decir que la misma cantidad de vehículos que entran en el nodo de recogida (P) debe salir de un nodo de entrega (D).

$$T_{jk} \geq (T_{ik} + S_i + t_{ij})x_{ijk}; \forall i \in V, j \in V, k \in K \quad (7)$$

La ecuación (7) determina que el tiempo en que comienza el servicio en j debe ser mayor o igual a la sumatoria entre el tiempo en que comienza el servicio en i , más el tiempo de duración de dicho servicio y el tiempo que tomó llegar a j . Mediante esta restricción el vehículo tiene la opción de esperar si llega con anterioridad.

Donde:

- T_{jk} : Tiempo que comienza el servicio en j
- T_{ik} : Tiempo que comienza el servicio en i
- S_i : Tiempo de espera
- T_{ij} : Tiempo que toma llegar a j (se obtiene de la Matriz de Tiempos)

Tabla 15-3 Tiempo de servicio de los nodos

N°	Nombre	Nodos		Ventanas de tiempo		Tiempo de espera (s)
		Recogida	Entrega	Tiempo Inferior (s)	Tiempo Superior (s)	
0	Depot	0	0	0	0	0
1	Shilpala	0	2	0	1800	300
2	El Shuyo	1	0	3600	4200	300
3	Machángara	0	4	0	1200	300
4	C.C. Condamine	3	0	1800	3300	300
5	Verde Pamba	0	6	900	1200	300
6	María Auxiliadora	5	0	4200	4800	300
7	Shiguiquiz	0	8	0	1800	300

8	C.C. Condamine	7	0	3000	3600	300
9	Rayo Loma	0	10	1200	1800	300
10	C.C. Condamine	9	0	3600	4800	300
11	Murugallo	0	12	1800	2400	300
12	C.C. Condamine	11	0	4200	6000	300
13	Obraje	0	14	900	1800	300
14	C.C. Condamine	13	0	3000	3600	300
15	Pucara	0	16	1200	3600	300
16	C.C. Condamine	15	0	4800	5400	300
17	San Pedro	0	18	1800	3600	300
18	C.C. Condamine	17	0	4800	5400	300
19	Cachatón	0	20	2100	2700	300
20	Santa Cruz	19	0	4500	4800	300

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Empezamos con el nodo 0 (i) - 3 (j) y tenemos como resultado lo siguiente:

Para el nodo 0; $T_{ik} = 0$; $S_i = 0$; $t_{ij} = 1020$ (matriz de tiempos); $T_{jk} = 0$

$$T_{3k} \geq T_{0k} + S_0 + t_{0,3}$$

$$0 \geq 0 + 0 + 1200$$

$0 \geq 1020 \rightarrow$ no llega con anterioridad

Para el par de nodos 3(i) - 1 (j) y tenemos como resultado lo siguiente:

Para el nodo 3; $T_{ik} = 1020$; $S_i = 300$; $t_{ij} = 299$ (matriz de tiempos); $T_{jk} = 0$

$$T_{1k} \geq T_{3k} + S_3 + t_{3,1}$$

$$0 \geq 1020 + 300 + 299$$

$0 \geq 1619 \rightarrow$ no llega con anterioridad

Luego del nodo 1 (i) y 4 (j) y tenemos como resultado lo siguiente:

Para el nodo 1; $T_{ik} = 1619$; $S_i = 300$; $t_{ij} = 1095$ (matriz de tiempos); $T_{jk} = 1800$

$$T_{4k} \geq T_{1k} + S_1 + t_{1,4}$$

$$1800 \geq 1619 + 300 + 1095$$

$1800 \geq 3014 \rightarrow$ no llega con anterioridad

Y así reemplazando todos tiempos de los n nodos que puedan conformar las respectivas rutas; se repite el mismo proceso para las rutas resultantes:

Tabla 16-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 1

Ruta 1					
Nodos	T_{ik}	S_i	t_{ij}	T_{jk}	R7
0	0	0	0	0	NO
3	0	300	1020	0	NO
1	0	300	299	0	NO
4	1800	300	1095	1800	NO
2	3600	300	656	3600	NO
0	0	0	656	0	NO

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 17-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 2

Ruta 2					
Nodos	T_{ik}	S_i	t_{ij}	T_{jk}	R7
0	0	0	0	0	NO
7	0	300	1200	0	NO
8	3000	300	1559	3000	NO
0	0	0	375	0	NO

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 18-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 3

Ruta 3					
Nodos	T_{ik}	S_i	t_{ij}	T_{jk}	R7
0	0	0	0	0	NO
5	900	300	1080	900	NO
11	1800	300	681	1800	NO
6	4200	300	2010	4200	NO
12	4200	300	820	4200	NO
0	0	0	375	0	NO

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 19-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 4

Ruta 4					
Nodos	T_{ik}	S_i	t_{ij}	T_{jk}	R7
0	0	0	0	0	NO
13	900	300	1081	900	NO
14	3000	300	1439	3000	SI
0	0	0	375	0	NO

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 20-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 5

Ruta 5					
Nodos	T _{ik}	S _i	t _{ij}	T _{jk}	R7
0	0	0	0	0	NO
15	1200	300	1201	1200	NO
19	2100	300	491	2100	SI
20	4500	300	2030	4500	SI
16	4800	300	403	4800	NO
0	0	0	375	0	NO

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 21-3 Matriz de tiempo de inicio del servicio en la Ruta 6

Ruta 6					
Nodos	T _{ik}	S _i	t _{ij}	T _{jk}	R7
0	0	0	0	0	NO
9	1200	300	1320	1200	NO
17	1800	300	933	1800	NO
10	3600	300	1673	3600	NO
18	4800	300	0	4800	NO
0	0	0	375	0	NO

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

$$Q_{jk} \geq (Q_{ik} + q_j)x_{ijk}; \forall i \in V, j \in V, k \in K \quad (8)$$

La ecuación (8) menciona que la sumatoria de las personas en el vehículo después de visitar el nodo i , más la demanda del siguiente nodo visitado debe ser menor o igual a la carga final después de visitar dicho nodo.

Donde:

- Q_{ik} : Personas en el vehículo después de visitar el nodo i
- q_j : Demanda del siguiente nodo visitado
- Q_{jk} : Personas en el vehículo después de visitar el nodo j

Tabla 22-3 Demanda de los nodos

N°	Nombre	Demanda
0	Depot	0
1	Shilpala	3
2	El Shuyo	-3
3	Machángara	1

4	C.C. Condamine	-1
5	Verde Pamba	2
6	María Auxiliadora	-2
7	Shiguiquiz	4
8	C.C. Condamine	-4
9	Rayo Loma	1
10	C.C. Condamine	-1
11	Murugallo	2
12	C.C. Condamine	-2
13	Obraje	5
14	C.C. Condamine	-5
15	Pucara	2
16	C.C. Condamine	-2
17	San Pedro	3
18	C.C. Condamine	-3
19	Cachatón	2
20	Santa Cruz	-2

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morochó, A. 2021

Para los nodos 0 (i) y 3 (j) obtenemos lo siguiente, en el nodo 3:

- $Q_{jk} = \text{Demanda de todos los nodos cargados}$
- $Q_{3k} = Q_{0k} + Q_{3k}$
- $Q_{3k} = 0 + 1$

$$Q_{3k} \geq Q_{0k} + q_3$$

$$1 \geq 0 + 1$$

$$1 \geq 1$$

Para los nodos 3 (i) y 1 (j) obtenemos lo siguiente, en el nodo 1:

- $Q_{jk} = \text{Demanda de todos los nodos cargados}$
- $Q_{1k} = Q_{0k} + Q_{3k} + Q_{1k}$
- $Q_{1k} = 0 + 1 + 3$

$$Q_{1k} \geq Q_{3k} + q_1$$

$$4 \geq 1 + 3$$

$$4 \geq 4$$

Y reemplazando todos los valores de la demanda en los n nodos que conforman la ruta se y obtiene la matriz, se repite el mismo proceso para las rutas resultantes:

Tabla 23-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 1

Ruta 1					
Nodos	Q_{ik}	q_j	Q_{ik} + q_j	Q_{jk}	R8
0	0	1	1	0	
3	1	3	4	1	SI
1	3	-1	2	4	SI
4	-1	-3	-4	3	SI
2	-3	0	-3	0	SI
0	0	0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 24-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 2

Ruta 2					
Nodos	Q_{ik}	q_j	Q_{ik} + q_j	Q_{jk}	R8
0	0	4	4	0	
7	4	-4	0	4	SI
8	-4	0	-4	0	SI
0	0	0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 25-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 3

Ruta 3					
Nodos	Q_{ik}	q_j	Q_{ik} + q_j	Q_{jk}	R8
0	0	2	2	0	
5	2	2	4	2	SI
11	2	-2	0	4	SI
6	-2	-2	-4	2	SI
12	-2	0	-2	0	SI
0	0	0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 26-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 4

Ruta 4					
Nodos	Q_{ik}	q_j	Q_{ik} + q_j	Q_{jk}	R8
0	0	4	4	0	
13	4	-4	0	4	SI
14	-4	0	-4	0	SI
0	0	0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 27-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 5

Ruta 5					
Nodos	Q_{ik}	q_j	$Q_{ik} + q_j$	Q_{jk}	R8
0	0	2	2	0	
15	2	2	4	2	SI
19	2	-2	0	4	SI
20	-2	-2	-4	2	SI
16	-2	0	-2	0	SI
0	0	0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 28-3 Equilibrio de la demanda durante la Ruta 6

Ruta 6					
Nodos	Q_{ik}	q_j	$Q_{ik} + q_j$	Q_{jk}	R8
0	0	1	1	0	
9	1	3	4	1	SI
17	3	-1	2	4	SI
10	-1	-3	-4	3	SI
18	-3	0	-3	0	SI
0	0	0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

$$T_{n+i,k} - T_{ik} - S_i - T_{i,n+1} \geq 0; \forall i \in P \quad (9)$$

La ecuación (9) obliga al vehículo pasar primero por el nodo de recogida (P) y luego por el nodo de entrega (D). Entonces el tiempo de inicio en un nodo de recogida (P), más el tiempo que dura dicho servicio y más el tiempo que llega a su nodo de entrega (D) debe ser menor o igual al tiempo de inicio de este último.

Donde:

- T_{ik} : Tiempo de inicio en el nodo de recogida (P)
- S_i : Tiempo de espera.
- $T_{i,n+1}$: Tiempo en que llega a su nodo de entrega. (Se obtiene de la matriz de tiempos.)
- $T_{n+i,k}$: Tiempo de inicio del nodo de entrega (D).

Tabla 29-3 Tiempos de servicio de los nodos

N°	Nombre	Nodos		Ventanas de tiempo		Tiempo de espera (s)
		Recogida	Entrega	Tiempo Inferior (s)	Tiempo Superior (s)	
0	Depot	0	0	0	0	0
1	Shilpala	0	2	0	1800	300
2	El Shuyo	1	0	3600	4200	300
3	Machángara	0	4	0	1200	300
4	C.C. Condamine	3	0	1800	3300	300
5	Verde Pamba	0	6	900	1200	300
6	María Auxiliadora	5	0	4200	4800	300
7	Shiguiquiz	0	8	0	1800	300
8	C.C. Condamine	7	0	3000	3600	300
9	Rayo Loma	0	10	1200	1800	300
10	C.C. Condamine	9	0	3600	4800	300
11	Murugallo	0	12	1800	2400	300
12	C.C. Condamine	11	0	4200	6000	300
13	Obraje	0	14	900	1800	300
14	C.C. Condamine	13	0	3000	3600	300
15	Pucara	0	16	1200	3600	300
16	C.C. Condamine	15	0	4800	5400	300
17	San Pedro	0	18	1800	3600	300
18	C.C. Condamine	17	0	4800	5400	300
19	Cachatón	0	20	2100	2700	300
20	Santa Cruz	19	0	4500	4800	300

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Para el nodo de Recogida (P) 3, buscamos su respectivo nodo de entrega (D) 4, obtenemos lo siguiente:

$$T_{n+i,k} \geq T_{ik} + S_i + T_{i,n+1}$$

$$T_{4,k} \geq T_{3k} + S_3 + T_{3,4}$$

$$1800 \geq 0 + 300 + 1395$$

$$3000 \geq 1695 \rightarrow \text{Cumple con la restricción}$$

Para el nodo de Recogida (P) 1, buscamos su respectivo nodo de entrega (D) 2, obtenemos lo siguiente:

$$T_{n+i,k} \geq T_{ik} + S_i + T_{i,n+1}$$

$$T_{2,k} \geq T_{1k} + S_1 + T_{1,2}$$

$$3600 \geq 0 + 300 + 1100$$

$3600 \geq 1400 \rightarrow$ Cumple con la restricción,

Y reemplazando todos los respectivos tiempos de n nodos que conforman la ruta se obtiene la siguiente matriz, y se repite el mismo proceso para las rutas resultantes.

Nota: esta restricción se aplica solo a nodos de recogida.

Tabla 30-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 1

Ruta 1								
P/D	Nodo de Recogida	Nodo de Entrega	T_{ik}	S_i	$T_{i,n+1}$	$T_{n+i,k}$	$T_{ik} + S_i + T_{i,n} + 1$	R9
P	3	4	0	300	1395	1800	1695	SI
P	1	2	0	300	1100	3600	1400	SI
D	4	3						
D	2	1						

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 31-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 2

Ruta 2								
P/D	Nodo de Recogida	Nodo de Entrega	T_{ik}	S_i	$T_{i,n+1}$	$T_{n+i,k}$	$T_{ik} + S_i + T_{i,n} + 1$	R9
P	7	8	0	300	1559	3000	1859	SI
D	8	7						

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 32-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 3

Ruta 3								
P/D	Nodo de Recogida	Nodo de Entrega	T_{ik}	S_i	$T_{i,n+1}$	$T_{n+i,k}$	$T_{ik} + S_i + T_{i,n} + 1$	R9
P	5	6	900	300	1845	4200	3045	SI
P	11	12	1800	300	1357	4200	3457	SI
D	6	5						
D	12	11						

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 33-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 4

Ruta 4								
P/D	Nodo de Recogida	Nodo de Entrega	T_{ik}	S_i	$T_{i,n+1}$	$T_{n+i,k}$	$T_{ik} + S_i + T_{i,n} + 1$	R9
P	13	14	900	300	1439	3000	2639	SI
D	14	13						

Fuente: Encuesta – Investigación de campo
 Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 34-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 5

Ruta 5								
P/D	Nodo de Recogida	Nodo de Entrega	T_{ik}	S_i	$T_{i,n+1}$	$T_{n+i,k}$	$T_{ik} + S_i + T_{i,n} + 1$	R9
P	15	16	1200	300	1545	4800	3045	SI
P	19	20	2100	300	2030	4500	4430	SI
D	20	19						
D	16	15						

Fuente: Encuesta – Investigación de campo
 Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 35-3 Equilibrio del tiempo entre los nodos de recogida y entrega de la Ruta 6

Ruta 6								
P/D	Nodo de Recogida	Nodo de Entrega	T_{ik}	S_i	$T_{i,n+1}$	$T_{n+i,k}$	$T_{ik} + S_i + T_{i,n} + 1$	R9
P	9	10	1200	300	1679	3600	3179	SI
P	17	18	1800	300	1673	4800	3773	SI
D	10	9						
D	18	17						

Fuente: Encuesta – Investigación de campo
 Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

$$T_{2n+1,k} - T_{0k} = L_k; \forall k \in K \quad (10)$$

La ecuación (10) hace referencia a la duración total de recorrido desde que sale del depósito (0) hasta que regresa al depósito (0).

Donde:

- $T_{2n+1,k}$: Momento en que el vehículo llega al depósito.
- T_{0k} : Momento en que el vehículo sale del depósito.
- L_k : Duración del recorrido.

Tabla 36-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 1

Ruta 1				
$T_{2n+1,k}$		T_{0k}		L_k
4927	9:22:07	0	8:00:00	1:22:07

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 37-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 2

Ruta 2				
$T_{2n+1,k}$		T_{0k}		L_k
3734	9:02:14	0	8:00:00	1:02:14

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 38-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 3

Ruta 3				
$T_{2n+1,k}$		T_{0k}		L_k
4965	9:42:45	0	8:00:00	1:42:45

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 39-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 4

Ruta 4				
$T_{2n+1,k}$		T_{0k}		L_k
3675	9:01:15	0	8:00:00	1:01:15

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 40-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 5

Ruta 5				
$T_{2n+1,k}$		T_{0k}		L_k
5878	9:37:58	0	8:00:00	1:37:58

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 41-3 Tiempo total de recorrido de la Ruta 6

Ruta 6				
$T_{2n+1,k}$		T_{0k}		L_k
5500	9:31:40	0	8:00:00	1:31:40

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

$$a_i \leq T_{ik} \leq b_i; \quad \forall i \in V, k \in K \quad (11)$$

La ecuación (11) asegura que el vehículo brinde el servicio dentro de las ventanas de tiempo establecidas.

Donde:

- T_{ik} : Tiempo en que inicia el servicio en el nodo i.
- a_i : Ventana de tiempo inferior.
- b_i : Ventana de tiempo superior.

Tabla 42-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 1

Ruta 1							
Nodo	T_{ik}	T_{espera}	¿existe espera?	$T_{ik} + T_{espera}$	a_i	b_i	R11
0	0	0	NO	0	0	0	SI
3	1020	-1020	NO	1020	0	1200	SI
1	1619	-1619	NO	1619	0	1800	SI
4	3014	-1214	NO	3014	1800	3300	SI
2	3970	-370	NO	3970	3600	4200	SI
0	0	0		0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 43-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 2

Ruta 2							
Nodo	T_{ik}	T_{espera}	¿existe espera?	$T_{ik} + T_{espera}$	a_i	b_i	R11
0	0	0	NO	0	0	0	SI
7	1200	-1200	NO	1200	0	1800	SI
8	3059	-59	NO	3059	3000	3600	SI
0	0	0		0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 44-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 3

Ruta 3							
Nodo	T_{ik}	T_{espera}	¿existe espera?	$T_{ik} + T_{espera}$	a_i	b_i	R11
0	0	0	NO	0	0	0	SI
5	1080	-180	NO	900	900	1200	SI
11	2060	-260	NO	1800	1800	2400	SI
6	4370	-170	NO	4200	4200	4800	SI
12	5490	-1290	NO	4200	4200	6000	SI
0	0	0		0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 45-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 4

Ruta 4							
Nodo	T_{ik}	T_{espera}	¿existe espera?	$T_{ik} + T_{espera}$	a_i	b_i	R11
0	0	0	NO	0	0	0	SI
13	1081	-181	NO	1081	900	1800	SI
14	2820	180	SI	3000	3000	3600	SI
0	0	0		0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 46-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 5

Ruta 5							
Nodo	T_{ik}	T_{espera}	¿existe espera?	$T_{ik} + T_{espera}$	a_i	b_i	R11
0	0	0	NO	0	0	0	SI
15	1201	-1	NO	1201	1200	3600	SI
19	1992	108	SI	2100	2100	2700	SI
20	4322	178	SI	4500	4500	4800	SI
16	5025	-225	NO	5025	4800	5400	SI
0	0	0		0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 47-3 Cumplimiento de las ventanas de tiempo de la Ruta 6

Ruta 6							
Nodo	T_{ik}	T_{espera}	¿existe espera?	$T_{ik} + T_{espera}$	a_i	b_i	R11
0	0	0	NO	0	0	0	SI
9	1320	-120	NO	1320	1200	1800	SI
17	2553	-753	NO	2553	1800	3600	SI
10	4525	-925	NO	4525	3600	4800	SI
18	4825	-25	NO	4825	4800	5400	SI
0	0	0		0	0	0	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

$$\max\{0, q_i\} \leq Q_{ik} \leq \min\{Q_k, Q_k + q_i\}; \quad \forall i \in V, k \in K \quad (12)$$

La ecuación (12) indica que la carga inicial es nula, es decir parte del depósito con el vehículo vacío. En los nodos de recogida (P) la carga final siempre es superior o igual al producto cargado y es inferior o igual a la capacidad máxima del vehículo. Los nodos de entrega (D) indica que su carga final debe ser igual o menor a la capacidad del vehículo menos la carga de su nodo de recogida (P).

Donde:

- Q_0 : Carga inicial
- Q_{ik} : Carga final en nodo de recogida y entrega.
- Q_k : Capacidad máxima del vehículo
- q_i : Personas cargadas

Tabla 48-3 Demanda de entregas y recogidas

N°	Nombre	Nodos		Demanda
		Recogida	Entrega	
0	Depot	0	0	0
1	Shilpala	0	2	3
2	El Shuyo	1	0	-3
3	Machángara	0	4	1
4	C.C. Condamine	3	0	-1
5	Verde Pamba	0	6	2
6	María Auxiliadora	5	0	-2
7	Shiguiquiz	0	8	4
8	C.C. Condamine	7	0	-4
9	Rayo Loma	0	10	1
10	C.C. Condamine	9	0	-1
11	Murugallo	0	12	2
12	C.C. Condamine	11	0	-2
13	Obraje	0	14	5
14	C.C. Condamine	13	0	-5
15	Pucara	0	16	2
16	C.C. Condamine	15	0	-2
17	San Pedro	0	18	3
18	C.C. Condamine	17	0	-3
19	Cachatón	0	20	2
20	Santa Cruz	19	0	-2

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Para el nodo de Recogida (P) 3, la ruta parte desde el nodo 0:

$$q_i \leq Q_{ik} \leq Q_k$$

Q_{ik} = Sumatoria de personas cargadas en todos los nodos, desde el nodo,

origen hasta el nodo i ; entonces $q_0 = 0$; $q_3 = 1$: $Q_{ik} = q_0 + q_3$

$$q_3 \leq Q_{3k} \leq Q_k$$

$$1 \leq 1 \leq 4$$

Para el nodo de Recogida (P) 1:

$$q_i \leq Q_{ik} \leq Q_k$$

$$q_0 = 0; q_3 = 1; q_1 = 3 : Q_{ik} = q_0 + q_3 + q_1$$

$$q_1 \leq Q_{1k} \leq Q_k$$

$$3 \leq 4 \leq 4$$

Y así se continúa para todos los nodos de recogida que pertenecen a la ruta.

Para el nodo de Entrega (D) 4, la ruta parte desde el nodo 0:

$$Q_{ik} \leq Q_k - q_i$$

Q_{ik} = Sumatoria de personas cargadas y descargadas en todos los nodos,

desde el nodo origen hasta el nodo i ; entonces $q_0 = 0; q_3 = 1; q_1 = 3; q_4 = -1$ $Q_{ik} =$

$$q_0 + q_3 + q_1 + q_4$$

$$Q_{4k} \leq Q_k - q_4$$

$$3 \leq 4 - (-1)$$

$$3 \leq 3$$

Para el nodo de Entrega (D) 2, la ruta parte desde el nodo 0:

$$Q_{ik} \leq Q_k - q_i$$

Entonces $q_0 = 0; q_3 = 1; q_1 = 3; q_4 = -1; q_2 = -3$: $Q_{ik} = q_0 + q_3 + q_1 + q_4$

$$Q_{2k} \leq Q_k + q_{19}$$

$$0 \leq 4 - (-3)$$

$$0 \leq 1$$

Y así se continúa para todos los nodos de entrega que pertenecen a la ruta.

Tabla 49-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 1

Ruta 1	
Q ₀	R12
0	SI

P/D	Nodos	Q _k	q _i	Q _{ik}	R12
P	3	4	1	1	SI
P	1	4	3	4	SI
D	4	4	-1	3	SI
D	2	4	-3	0	SI

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 50-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 2

Ruta 2	
Q₀	R12
0	SI

P/D	NODOS	Q_k	q_i	Q_{ik}	R12
P	7	4	4	4	SI
D	8	4	-4	0	SI

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 51-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 3

Ruta 3	
0	R12
0	SI

P/D	NODOS	Q_k	q_i	Q_{ik}	R12
P	5	4	2	2	SI
P	11	4	2	4	SI
D	6	4	-2	2	SI
D	12	4	-2	0	SI

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 52-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 4

Ruta 4	
Q₀	R12
0	SI

P/D	NODOS	Q_k	q_i	Q_{ik}	R12
P	13	4	4	4	SI
D	14	4	-4	0	SI

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 53-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 6

Ruta 5	
0	R12
0	SI

P/D	NODOS	Q_k	q_i	Q_{ik}	R12
P	15	4	2	2	SI
P	19	4	2	4	SI
D	20	4	-2	2	SI

D	16	4	-2	0	SI
---	----	---	----	---	----

Fuente: Encuesta – Investigación de campo
Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Tabla 54-3 Control de capacidad del vehículo durante la Ruta 6

Ruta 6	
0	R12
0	SI

P/D	NODOS	Q_k	q_i	Q_{ik}	R12
P	9	4	1	1	SI
P	17	4	3	4	SI
D	10	4	-1	3	SI
D	18	4	-3	0	SI

Fuente: Encuesta – Investigación de campo
Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

$$x_{ijk} \in \{0,1\}; \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (13)$$

La ecuación (13) representa una restricción de binariedad y no negatividad.

Cálculo de la función objetivo

Para el cálculo de la función objetivo, los valores son tomados de la matriz de tiempos.

Nota: X_{ijk} es un valor binario, toma el valor de 1, si C_{ij} pertenece a la ruta, caso contrario toma el valor de 0.

Para la **Ruta 1.**

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (C_{0,0} \cdot x_{0,0k}) + (C_{0,1} \cdot x_{0,1k}) + (C_{0,2} \cdot x_{0,2k}) + \dots + (C_{20,20} \cdot x_{20,20k})$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (0 \cdot 1) + (720 \cdot 0) + (656 \cdot 0) + (1020 \cdot 0) + (375 \cdot 0) + \dots + (0 \cdot 0)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} 656 + 1020 + 299 + 1095 + 656$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} = 3726,60 \text{ segundos}$$

Para la **Ruta 2**

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (C_{0,0} \cdot x_{0,0k}) + (C_{0,1} \cdot x_{0,1k}) + (C_{0,2} \cdot x_{0,2k}) + \dots + (C_{20,20} \cdot x_{20,20k})$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (0 \cdot 1) + (720 \cdot 0) + (656 \cdot 0) + (1020 \cdot 0) + (375 \cdot 0) + \dots + (0 \cdot 0)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} 375 + 1200 + 1559$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} = 3134,16 \text{ segundos}$$

Para la **Ruta 3**

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (C_{0,0} \cdot x_{0,0k}) + (C_{0,1} \cdot x_{0,1k}) + (C_{0,2} \cdot x_{0,2k}) + \dots + (C_{20,20} \cdot x_{20,20k})$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (0 \cdot 1) + (720 \cdot 0) + (656 \cdot 0) + (1020 \cdot 0) + (375 \cdot 0) + \dots + (0 \cdot 0)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} 375 + 1080 + 681 + 2010 + 820$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} = 4965,05 \text{ segundos}$$

Para la **Ruta 4**

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (C_{0,0} \cdot x_{0,0k}) + (C_{0,1} \cdot x_{0,1k}) + (C_{0,2} \cdot x_{0,2k}) + \dots + (C_{20,20} \cdot x_{20,20k})$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (0 \cdot 1) + (720 \cdot 0) + (656 \cdot 0) + (1020 \cdot 0) + (375 \cdot 0) + \dots + (0 \cdot 0)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} 375 + 1081 + 1439$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} = 2895,39 \text{ segundos}$$

Para la **Ruta 5**

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (C_{0,0} \cdot x_{0,0k}) + (C_{0,1} \cdot x_{0,1k}) + (C_{0,2} \cdot x_{0,2k}) + \dots + (C_{20,20} \cdot x_{20,20k})$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (0 \cdot 1) + (720 \cdot 0) + (656 \cdot 0) + (1020 \cdot 0) + (375 \cdot 0) + \dots + (0 \cdot 0)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} 375 + 1201 + 491 + 2030 + 403$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} = 4499,75 \text{ segundos}$$

Para la **Ruta 6**

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (C_{0,0} \cdot x_{0,0k}) + (C_{0,1} \cdot x_{0,1k}) + (C_{0,2} \cdot x_{0,2k}) + \dots + (C_{20,20} \cdot x_{20,20k})$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} (0 \cdot 1) + (720 \cdot 0) + (656 \cdot 0) + (1020 \cdot 0) + (375 \cdot 0) + \dots + (0 \cdot 0)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} 375 + 1320 + 933 + 1673 + 0$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} = 4300,46 \text{ segundos}$$

Tiempo total optimizado

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} = 3726,60 + 3134,16 + 4965,05 + 2895,39 + 4499,75 + 4300,46$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} = 23521,41 \text{ segundos}$$

Después de realizar todos los cálculos correspondientes se obtuvo un total de 6 rutas quedando de la siguiente manera:

Ruta 1: 0 – 3 – 1 – 4 – 2 – 0

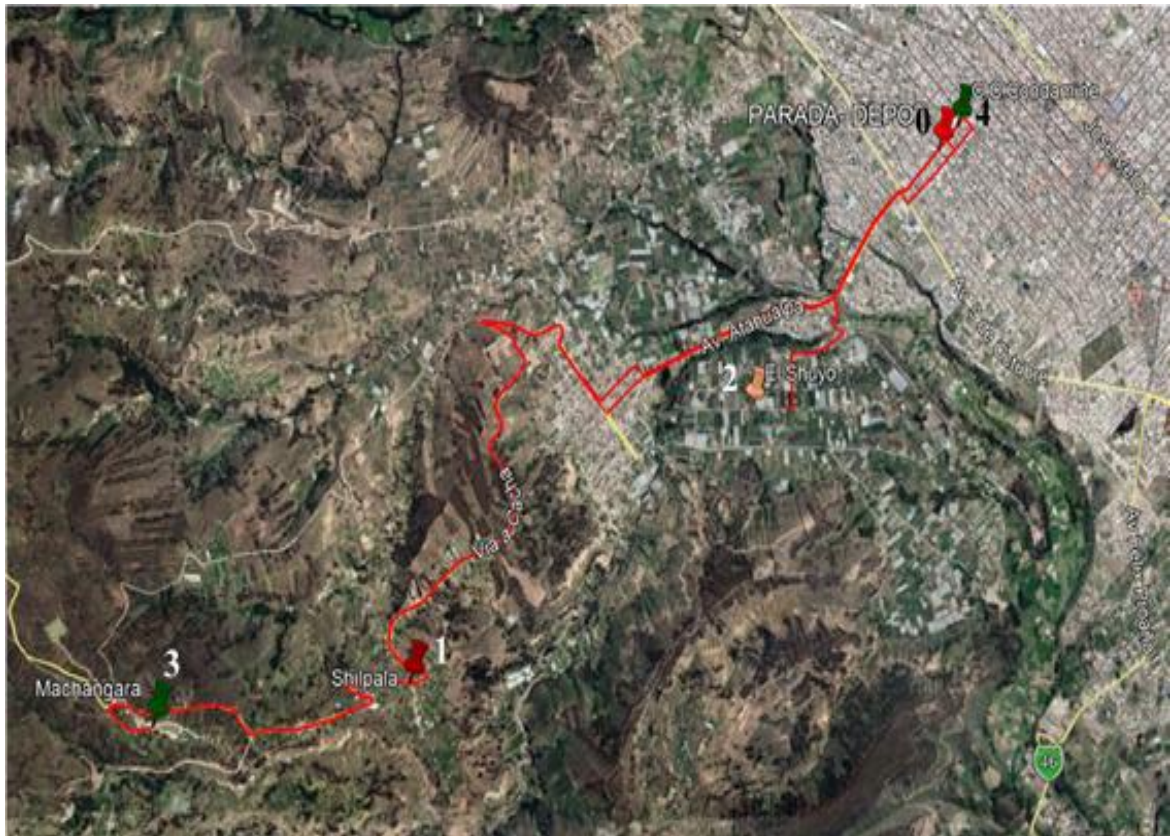


Figura 7-3 Grafo de la Ruta 1
Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

Ruta 2: 0 – 7 – 8 – 0.

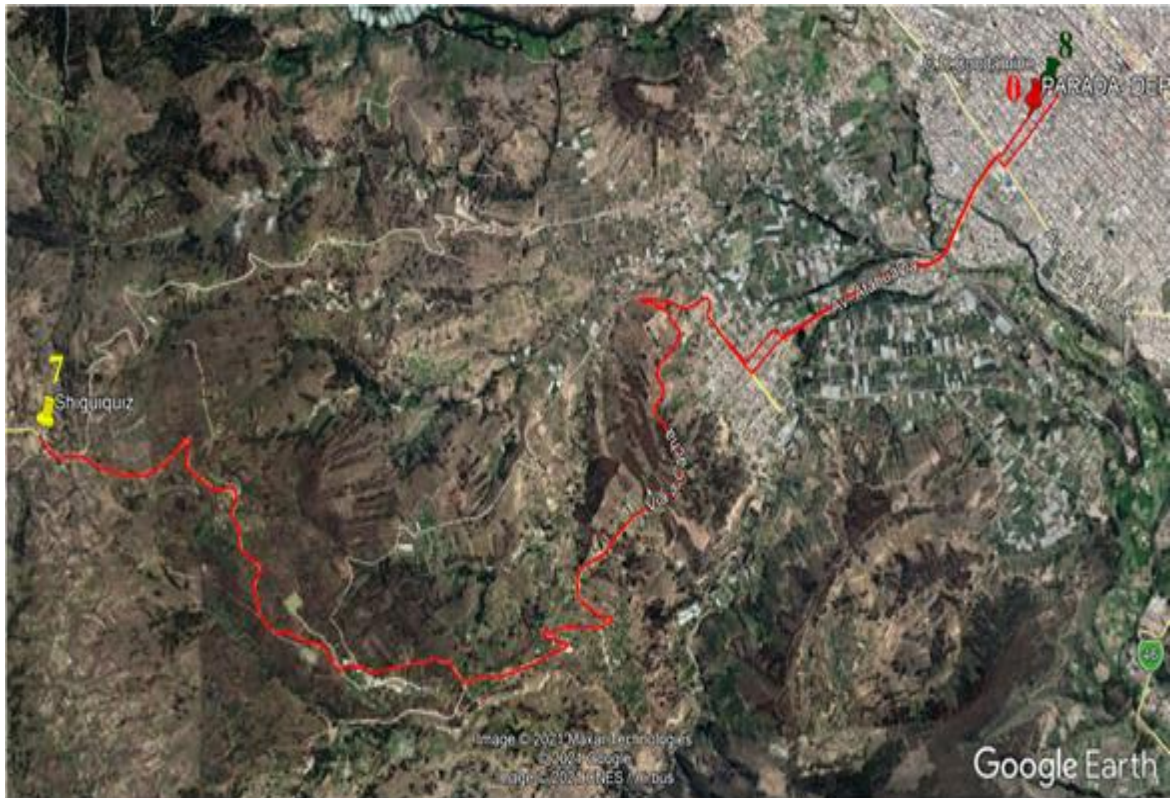


Figura 8-3 Grafo de la Ruta 2
Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

Ruta 3: 0 – 5 – 11 – 6 – 12 – 0.

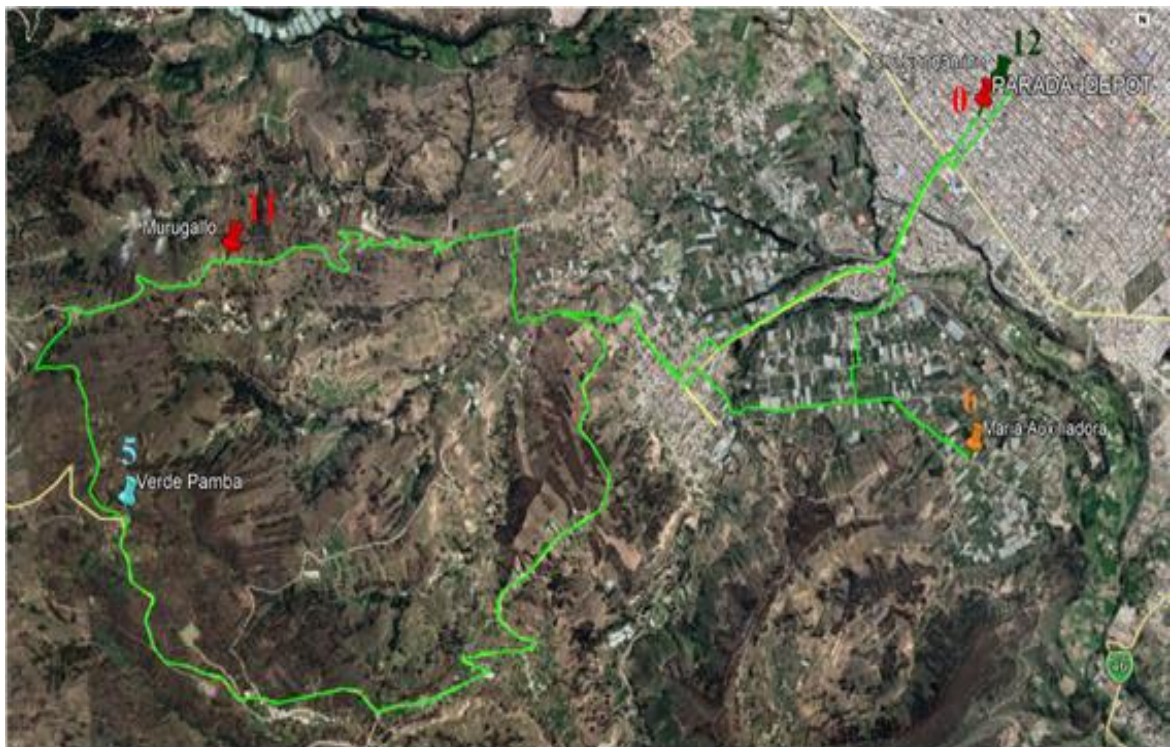


Figura 9-3 Grafo de la Ruta 3
Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

Ruta 4: 0 – 13 – 14 – 0.

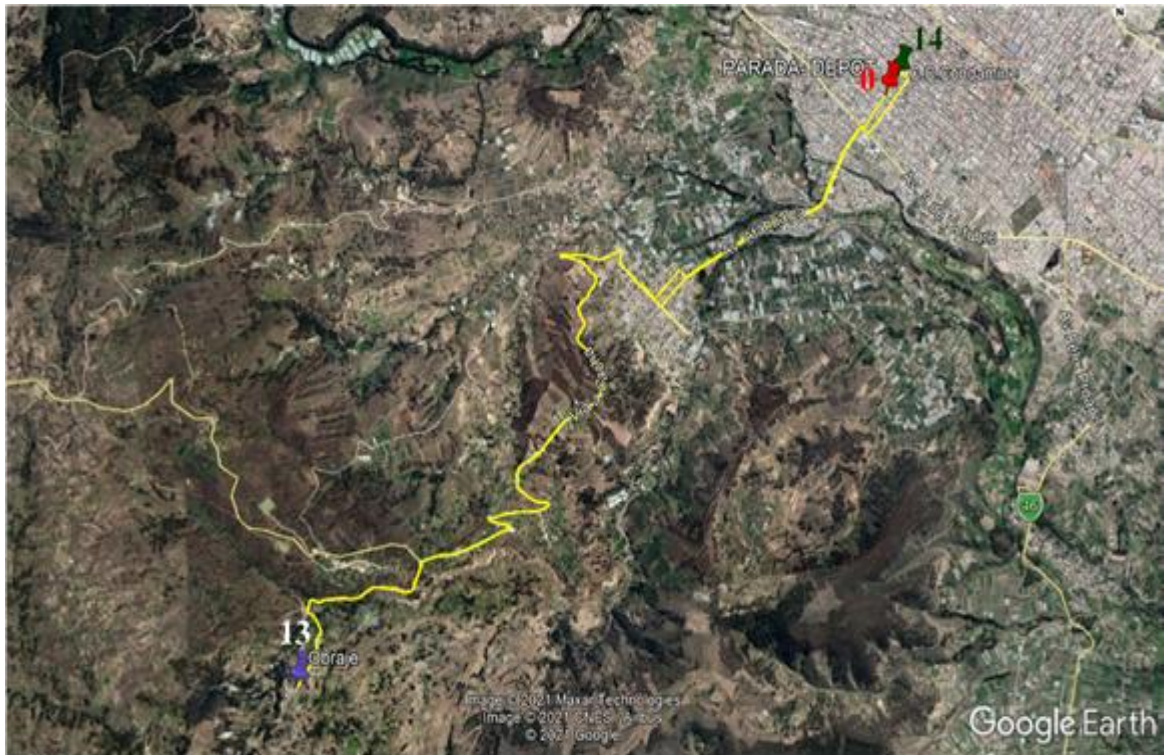


Figura 10-3 Grafo de la Ruta 4
Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

Ruta 5: 0 – 15 – 19 – 20 – 16 – 0.

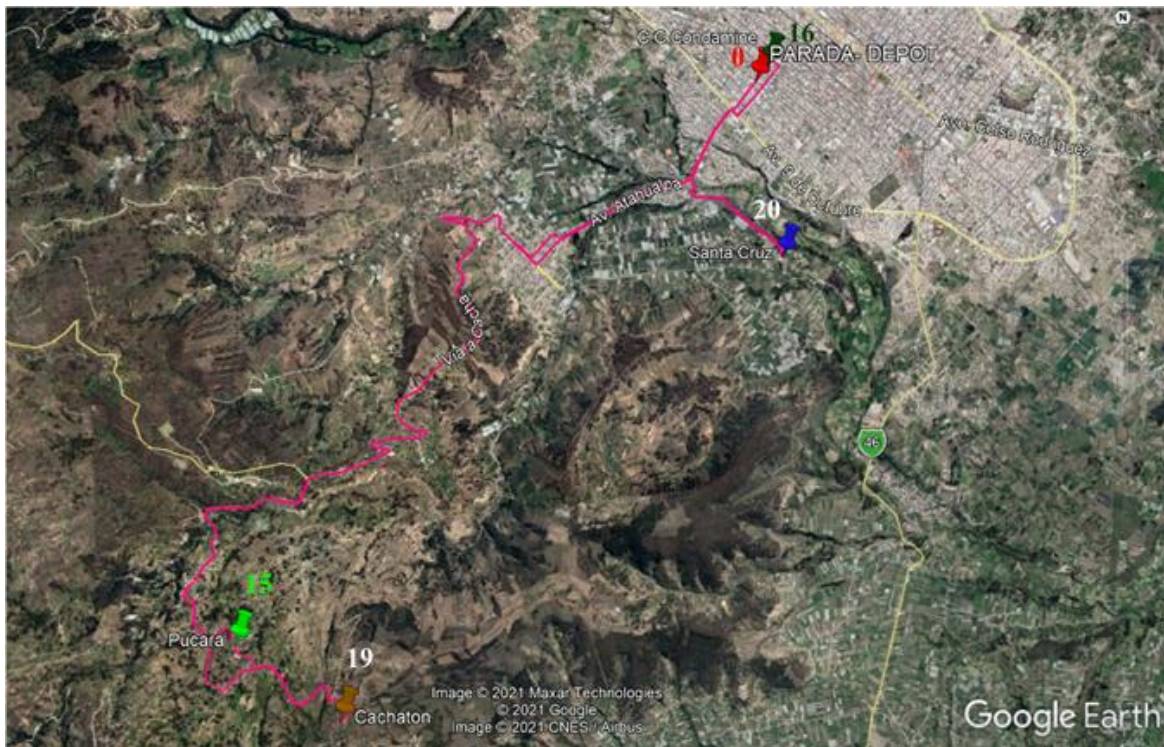


Figura 11-3 Grafo de la Ruta 5
Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

Ruta 6: 0 – 9 – 17 – 10 – 18 – 0.



Figura 12-3 Grafo de la Ruta 6
Realizado por: Gallo, J; Morocho A. 2021

3.4.2. Validación del modelo mediante la utilización de LocalSolver.

Para poder resolver un problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo en el programa LocalSolver primero se debe llenar los datos solicitados en la ventana del programa, en este caso:

- Una matriz de datos previamente elaborada que contenga el índice, las coordenadas (x, y), el número de clientes, las ventanas de tiempo, el tiempo de espera, y los nodos de recogida y entrega.
- El número de vehículos
- La capacidad de cada vehículo,
- La hora de salida representa la hora en que los vehículos empiezan a brindar el servicio.

```

C:\Users\PC\Desktop\PDPWTW\EnrutamientoVehiculosVentanaTiempo V 1.1\EnrutamientoVentanaTiempo.exe
PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS CON VENTANAS DE TIEMPO
=====
Ingrese el nombre del archivo (ejm: nombre.txt):
lc202.txt

Ingrese el número de vehículos:
6
Ingrese la capacidad del vehículo:
4
Ingrese la hora de salida (0...23):
08
Punto de partida, formato x, y:
55000,35000

```

Figura 13-3 Ventana del programa LocalSolver

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

Después de llenar todos los campos procedemos a la ejecución, en donde el programa empieza a resolver el problema dando como resultado las siguientes rutas de transporte

Calculando.....:

Push initial solution 100%

Model: expressions = 979, decisions = 6, constraints = 127, objectives = 3

Param: time limit = 20 sec, no iteration limit

[objective directions]: minimize | minimize | minimize

```

[ 0 sec,  0 itr]: No feasible solution found (infeas = 1)
[ 1 sec, 10265 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ optimality gaps ]: 100.00% | 83.33% | 100.00%
[ 2 sec, 60756 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ 3 sec, 112806 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ 4 sec, 161214 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ 5 sec, 214242 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ 6 sec, 269885 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ 7 sec, 320000 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ 8 sec, 375925 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ 9 sec, 432047 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ 10 sec, 481200 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ 11 sec, 535460 itr]: 29879.3 | 6 | 23521.4
[ optimality gaps ]: 100.00% | 83.33% | 70.66%

```

[12 sec, 590532 itr]:	29879.3	6	23521.4
[13 sec, 643292 itr]:	29879.3	6	23521.4
[14 sec, 699229 itr]:	29879.3	6	23521.4
[15 sec, 753581 itr]:	29879.3	6	23521.4
[16 sec, 808375 itr]:	29879.3	6	23521.4
[17 sec, 862332 itr]:	29879.3	6	23521.4
[18 sec, 920000 itr]:	29879.3	6	23521.4
[19 sec, 964749 itr]:	29879.3	6	23521.4
[20 sec, 1010298 itr]:	29879.3	6	23521.4
[20 sec, 1010298 itr]:	29879.3	6	23521.4
[optimality gaps]:	100.00%	83.33%	70.66%

1010298 iterations performed in 20 seconds

Feasible solution:

obj =	29879.3	6	23521.4
gap =	100.00%	83.33%	70.66%
bounds =	0	1	6900.69

RESULTADOS DE LA EJECUCIÓN DEL PROGRAMA:

=====

Número de Vehículos usados: 6

Capacidad Máxima de los Vehículos: 4

Distancia Total Recorrida: 23521,41

Vehículo 1

- Distancia total de la ruta: 3726,60.
- Pasa por los índices:
 - Índice 3
 - Recoger Usuario: 1
 - Se entrega en el índice 4
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:00:0

- Tiempo Salida - Archivo Datos: 8:25:0
- Distancia entre índice y el depot: 720,28
- Tiempo salida del Índice: 8:21:59

- Índice 1
 - Recoger Usuario: 3
 - Se entrega en el índice 2
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:00:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 8:35:0
 - Distancia entre índice y el depot: 656,34
 - Tiempo salida del Índice: 8:31:58

- Índice 4
 - Entregar Usuario: 1
 - Se recogió en el índice 3
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:30:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:00:0
 - Distancia entre índice y el depot: 1019,54
 - Tiempo salida del Índice: 8:55:14

- Índice 2
 - Entregar Usuario: 3
 - Se recogió en el índice 1

- Tiempo Llegada - Archivo Datos: 9:00:0
- Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:15:0
- Distancia entre índice y el depot: 374,99
- Tiempo salida del Índice: 9:11:10

Vehículo 2

- Distancia total de la ruta: 2895,39.
- Pasa por los índices:
 - Índice 13
 - Recoger Usuario: 4
 - Se entrega en el índice 14
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:15:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 8:35:0
 - Distancia entre índice y el depot: 720,28
 - Tiempo salida del Índice: 8:23:1
 - Índice 14
 - Entregar Usuario: 4
 - Se recogió en el índice 13
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:50:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:05:0
 - Distancia entre índice y el depot: 656,34

- Tiempo salida del Índice: 8:55:0

Vehículo 3

- Distancia total de la ruta: 4499,75.
- Pasa por los índices:
 - Índice 15
 - Recoger Usuario: 2
 - Se entrega en el índice 16
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:20:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:05:0
 - Distancia entre índice y el depot: 720,28
 - Tiempo salida del Índice: 8:25:0
 - Índice 19
 - Recoger Usuario: 2
 - Se entrega en el índice 20
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:35:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 8:50:0
 - Distancia entre índice y el depot: 656,34
 - Tiempo salida del Índice: 8:40:0
 - Índice 20

- Entregar Usuario: 2
 - Se recogió en el índice 19
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 9:15:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:25:0
 - Distancia entre índice y el depot: 1019,54
 - Tiempo salida del Índice: 9:20:0
-
- Índice 16
 - Entregar Usuario: 2
 - Se recogió en el índice 15
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 9:20:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:35:0
 - Distancia entre índice y el depot: 374,99
 - Tiempo salida del Índice: 9:31:43

Vehículo 4

- Distancia total de la ruta: 3134,16.
 - Pasa por los índices:
-
- Índice 7
 - Recoger Usuario: 4
 - Se entrega en el índice 8
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:00:0

- Tiempo Salida - Archivo Datos: 8:35:0
- Distancia entre índice y el depot: 720,28
- Tiempo salida del Índice: 8:24:59

- Índice 8
 - Entregar Usuario: 4
 - Se recogió en el índice 7
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:50:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:05:0
 - Distancia entre índice y el depot: 656,34
 - Tiempo salida del Índice: 8:55:59

Vehículo 5

- Distancia total de la ruta: 4300,46.
- Pasa por los índices:

- Índice 9
 - Recoger Usuario: 1
 - Se entrega en el índice 10
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:20:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 8:35:0
 - Distancia entre índice y el depot: 720,28
 - Tiempo salida del Índice: 8:26:59

- Índice 17
 - Recoger Usuario: 3
 - Se entrega en el índice 18
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:30:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:05:0
 - Distancia entre índice y el depot: 656,34
 - Tiempo salida del Índice: 8:47:32

- Índice 10
 - Entregar Usuario: 1
 - Se recogió en el índice 9
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 9:00:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:25:0
 - Distancia entre índice y el depot: 1019,54
 - Tiempo salida del Índice: 9:20:25

- Índice 18
 - Entregar Usuario: 3
 - Se recogió en el índice 17
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 9:20:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:35:0
 - Distancia entre índice y el depot: 374,99

- Tiempo salida del Índice: 9:25:25

Vehículo 6

- Distancia total de la ruta: 4965,05.
- Pasa por los índices:
 - Índice 5
 - Recoger Usuario: 2
 - Se entrega en el índice 6
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:15:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 8:25:0
 - Distancia entre índice y el depot: 720,28
 - Tiempo salida del Índice: 8:22:59
 - Índice 11
 - Recoger Usuario: 2
 - Se entrega en el índice 12
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 8:30:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 8:45:0
 - Distancia entre índice y el depot: 656,34
 - Tiempo salida del Índice: 8:39:20
 - Índice 6

- Entregar Usuario: 2
 - Se recogió en el índice 5
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 9:10:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:25:0
 - Distancia entre índice y el depot: 1019,54
 - Tiempo salida del Índice: 9:17:50
-
- Índice 12
 - Entregar Usuario: 2
 - Se recogió en el índice 11
 - Tiempo Llegada - Archivo Datos: 9:10:0
 - Tiempo Salida - Archivo Datos: 9:45:0
 - Distancia entre índice y el depot: 374,99
 - Tiempo salida del Índice: 9:36:30

Resultado:

- **Ruta 1:** 0 – 3 – 1 – 4 – 2 – 0
- **Ruta 2:** 0 – 7 – 8 – 0.
- **Ruta 3:** 0 – 5 – 11 – 6 – 12 – 0.
- **Ruta 4:** 0 – 13 – 14 – 0.
- **Ruta 5:** 0 – 15 – 19 – 20 – 16 – 0
- **Ruta 6:** 0 – 9 – 17 – 10 – 18 – 0.

Tabla 55-3 Resultados obtenidos entre el modelo manual y el programa

	Número de rutas	Personas transportadas	Tiempo de salida	Tiempo de llegada	Tiempo optimizado (segundos)	Tiempo óptimo Total (s)
Clarke & Wright (Calculo manual)	1	4	08:00:00	9:22:07	3726,60	23521.4
	2	4	08:00:00	9:02:14	3134,16	
	3	4	08:00:00	9:22:45	4965,05	
	4	4	08:00:00	9:01:15	2895,39	
	5	4	08:00:00	9:37:58	4499,75	
	6	4	08:00:00	9:31:40	4300,46	
LocalSolver (Programa)	1	4	08:00:00	9:22:06	3726,60	23521.4
	2	4	08:00:00	9:02:14	3134,16	
	3	4	08:00:00	9:42:45	4965,05	
	4	4	08:00:00	9:01:15	2895,39	
	5	4	08:00:00	9:37:58	4499,75	
	6	4	08:00:00	9:31:40	4300,46	

Fuente: Encuesta – Investigación de campo

Realizado por: Gallo, J; Morocho, A. 2021

CONCLUSIONES

- Existen diferentes versiones de VRP, donde se pueden interrelacionar distintas restricciones y situaciones con objetivos particulares; las versiones del VRP estudiadas son: DCVRP en donde se debe dar cumplimiento obligatorio a las restricciones de capacidad vehicular y la distancia máxima. Si se le añade la variable tiempo nos encontramos con un VRPTW el cual a más de las restricciones anteriores asegura que el servicio al cliente debe iniciar en un tiempo específico. Y por último añadiendo entregas y recogidas nos hallamos en un VRPPD en el cual una flota de vehículos debe satisfacer un conjunto de requerimientos definidos por el punto de recogida, el punto de entrega correspondiente y la demanda a transportar entre estos dos lugares
- El modelo matemático para resolver VRPDPTW, parte de la función objetivo que permite optimizar el tiempo de viaje y por ende la distancia recorrida por el vehículo entre un nodo de recogida y un nodo entrega, se rige bajo las variables de tiempo, distancia y capacidad, las mismas que están sujetas a 13 restricciones que permiten delimitar el modelo con la finalidad de obtener un resultado más exacto mediante la utilización del método de Clarke & Wright
- Para el caso de estudio, de los 28 puntos determinados que la Compañía atiende en toda la Parroquia Cacha, se aplicó el modelo de ahorros en la hora de máxima demanda, satisfaciendo en este caso a 24 clientes ubicados en 20 puntos diferentes dentro de la zona de servicio, dando como resultado un total de 6 rutas de transporte, que utilizan 6 unidades que trasladan a 4 personas cada una, al aplicar el modelo de ahorros se logró minimizar el tiempo de recorrido en 23521, 41 segundos y por ende los costos. El modelo fue validado en LocalSolver donde se pudo evidenciar que los resultados obtenidos del programa son los mismos resultados obtenidos en el cálculo de forma manual

RECOMENDACIONES

- Se recomienda realizar un análisis profundo de cada tipo de problema de enrutamiento vehicular VRP existentes para obtener una mejor adaptación al problema real.
- Es recomendable considerar otras técnicas de optimización heurísticas y metaheurísticas para obtener resultados más exactos.
- Es recomendable la utilización de un software enfocado en la optimización de problemas de enrutamiento vehicular ya que puede generar soluciones de manera más rápida, debido a que el cálculo de forma empírica es demasiado extenso y consume una gran cantidad de tiempo.

BIBLIOGRAFÍA

- Arboleda Zúñiga, J., Gaviria-Gómez, J. A., & Álvarez-Romero, J. A. (2018). Propuesta de ruteo de vehículos con flota heterogénea y ventanas de tiempo (HFVRPTW) aplicada a una comercializadora pyme de la ciudad de Cali. *Revista De Investigacion*, 11(1), 39-55. doi:10.29097/2011-639X.178
- Asamblea General Constituyente. (25 de Junio de 2012). *Reglamento a Ley de Transporte Terrestre Tránsito y Seguridad Vial*. Obtenido de <https://doi.org/10.1093/jnci/dju196>
- Asamblea Nacional Constituyente. (07 de Agosto de 2008). *Ley Organica de Transporte, tránsito y seguridad vial*. Obtenido de <https://www.turismo.gob.ec/wp-content/uploads/2016/04/LEY-ORGANICA-DE-TRANSPORTE-TERRESTRE-TRANSITO-Y-SEGURIDAD-VIAL.pdf>
- Bazaraa, M., Jarvis, J., and Sherali, H. (1998). *Programación lineal y flujo en redes*. Limusa S.A. de C.V. México: Third edition Enlarged. Charles.
- Bertsimas, D. (1992). Un problema de enrutamiento de vehículos con demanda estocástica.
- Bodin, L. (1981). *The state of the art in the routing and scheduling of vehicles and crews*.
- Buzón, M. (26 de Enero de 2020). *Definición de software: Qué es, para que sirve y porque es tan importante*. Obtenido de <https://www.profesionalreview.com/2020/01/26/definicion-software/>
- Cajiao, M. E., García, M. A., & Jimbo, M. D. (2016). *Auditoría Administrativa y de Gestión*. Quito, Ecuador. Obtenido de <http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/21006/1/Auditor%20Administrativa%20y%20de%20gesti%C3%B3n.pdf>
- Cantero, I. (2018). *Modelos de gestión del Transporte a Demanda*. Barcelona, España: Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins. Recuperado el 28 de Junio de 2020, de https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/123799/TFM_CanteroIvan_ModelosGesti%C3%B3nTransporteDemanda.pdf
- Chen, A., & Yang, G. (2006). *Hybrid discrete particle swarm optimization algorithm for capacitated vehicle routing problem*. *Journal of Zhejiang University Science*.
- Clark, G. and Wright, J. W. (1962). *Scheduling of vehicles from a central*. *Operations research*, 12(4), 568-581.
- Cobos Leal, M. (2016). *DISEÑO DE UN MODELO PARA UN PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN DE TUBERÍAS, CON ENTREGAS DIVIDIDAS Y FLOTA HETEROGÉNEA*. Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, Nuevo León. Obtenido de <http://eprints.uanl.mx/14126/1/1080237842.pdf>

- Denmark, D. (63 de 08 de 2012). *Flexible and demand responsive transport review*. Obtenido de inbook: 10.13140/RG.2.1.3423.7521
- Diccionario de la lengua española. (2001). *Modelo*. Recuperado el 15 de diciembre de 2020, de <https://www.rae.es/drae2001/modelo>
- Ecologistas en acción. (16 de noviembre de 2007). *¿Qué entendemos por movilidad?* Recuperado el 15 de diciembre de 2020, de <https://www.ecologistasenaccion.org/9844/que-entendemos-por-movilidad/>
- Enoch, M. (2004). INTERMODE: innovations in Demand Responsive Transport. *Department for Transport and Greater Manchester Passenger Transport Executive*. Obtenido de <https://repository.lboro.ac.uk/account/articles/9461372>
- Fernandez, C. (28 de Septiembre de 2017). *Concepto de constante y variable en matemáticas*. Obtenido de <https://www.smartick.es/blog/matematicas/problemas/constante-variable-matematicas/#comments>
- GADMR. (14 de Febrero de 2018). *PDOT, Riobamba*. Obtenido de <https://fdocumento.com/document/217337445-plan-de-movilidad-riobamba.html>
- Guanoluisa, F. (2017). *Análisis comparativo de los sistemas de transporte público de acuerdo al tipo o modelo de ciudad [Tesis de grado]*. Repositorio Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito. Obtenido de <http://repositorio.puce.edu.ec/handle/22000/11998>
- Gutiérrez, A. (2013). *¿Qué es la movilidad? Elementos para (re) construir las definiciones básicas del campo del transporte. Dossier central Bitácora 21*.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. (2. McGraw-Hill Education, Ed.) México: Editorial Mexicana. Obtenido de <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>
- Hillier, F. S., Lieberman, G. J., & Osuna, M. A. G. (1997). *Introducción a la Investigación de Operaciones (Vol. 3)*. McGraw-Hill.
- INEC. (s.f.). *Proyección provincias, Sexos y Áreas 2010-2020 [Archivo Excel]*. Recuperado el 28 de Mayo de 2020, de <https://www.ecuadorencifras.gob.ec/proyecciones-poblacionales/>
- Islas, V., & Lelis, M. (2007). *Análisis de los sistemas de transporte (Vol. I)*. Sanfandila. Obtenido de <https://www.imt.mx/archivos/publicaciones/publicaciontecnica/pt307.pdf>
- Jacobs, B. C., & Goetschalckx, M. (1992). *The vehicle routing problem with backhauls: properties and*.
- Karolina, T. (2019). *Modelo matemático de transporte en programación lineal. [Tesis de Grado]*. Quito. Obtenido de <http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/19384>
- LAND, A. and DOIG, A. (1960). *An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems*. *Econometrica*, Volume 28, Number 3, 497-520.
- Little, J., Murty, K., Sweeney, D. and Karel, C. (1963). *An algorithm for the traveling salesman problem*. *Operations research* INFORMS11(6), 972-989.

- Lobato, X. (2017). *Guía técnica para la planificación del sistema de transporte público urbano, en los GADS tipo - B Caso Riobamba*. Repositorio ESPOCH, Riobamba. Obtenido de <http://dspace.espoch.edu.ec/handle/123456789/8416>
- Marin, L. Y., & Melendez, S. M. (16 de 02 de 2017). *tangara.uis.edu.co/*. Obtenido de tangara.uis.edu.co/: <http://tangara.uis.edu.co/biblioweb/tesis/2017/166039.pdf>
- Mediorreal, A. (2014). *Modelo de ruteo de vehículos para la distribución de las empresas Laboratorios Veterland, Laboratorios Callbest y Cosméticos Marliou Paris. [Trabajo de Grado]*. PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA, Bogota. Obtenido de <https://repository.javeriana.edu.co/handle/10554/16579>
- Molineros, A., & Sanchez, L. (2005). *Transporte Público: Planeación, diseño, operación y administración*. Toluca, Mexico.
- Moventis S.A. (21 de Agosto de 2019). *Soluciones innovadoras para una movilidad sostenible*. Recuperado el 30 de Julio de 2020, de <https://www.moventis.es/es/blog/movilidad-transporte-a-demanda>
- Nagy, G., & Salhi, S. (2002). *Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with*.
- Núñez, S. (18 de Junio de 2015). *El transporte a la demanda, una alternativa a los transportes convencionales*. Recuperado el 28 de Junio de 2020, de <http://urbanismoytransporte.com/el-transporte-a-la-demanda-una-alternativa-a-los-transportes-convencionales/>
- Ocaña, R. A., & Ramirez, C. A. (2012). *Diseño de un modelo matemático para resolver problemas de ruteo vehicular capacitado con ventanas de tiempo, con la aplicación del algoritmo de clarke & wright. caso de estudio: empresa de servicios de courier de la ciudad de Guayaquil [Tesis de Grado]*. Repositorio ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL, Guayaquil, Ecuador. Recuperado el 2020, de <https://www.dspace.espol.edu.ec/handle/123456789/24829>
- Plan de Ordenamiento Territorial de la Parroquia Cacha*. (2015). Obtenido de http://app.sni.gob.ec/sni-link/sni/PORTAL_SNI/data_sigad_plus/sigadplusdiagnostico/0660820590001_DIAGNOSTICO%20PARROQUIA%20CACHA%202015%20_15-05-2015_23-46-38.pdf
- Roldán, P. N. (Mayo de 2020). *Modelo matemático*. Recuperado el 15 de Diciembre de 2020, de Economipedia: <https://economipedia.com/definiciones/modelo-matematico.html>
- SCHRIJVER, A. (1998). *Theory of linear and integer programming*. Amsterdam: The Netherlands.
- Serna, U. (23 de Septiembre de 2020). *MAC-1003: calidad*. Obtenido de TECNMITZ: <https://enlinea.zacatecas.tecnm.mx/mod/forum/discuss.php?d=89>
- Solomon, M. M. (2000). *The VRP with Time Windows*. Montreal: Copyright c 2000 GERAD.

- Tang, M. A., & Diéguez, G. R. (2006). *A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service*.
- Toapanta, E. (2019). *Modelo matemático de transporte en programación lineal. Una aplicación. [Trabajo de Titulación]*. Repositorio Universidad Central Del Ecuador, Quito. Obtenido de <http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/19384>
- TOTH, P. and VIGO, D. . (2002). *The vehicle routing problem*. Bologna, Italy: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications.
- Toth, P., & Vigo, D. (2014). *Vehicle Routing Problems, Methods, and Applications* . Bologna, Italy: Mathematical Optimization Society Philadelphia.
- Urzelai, A., Olazábal, M., García, G., Santa Coloma, O., & Herranz, K. (2006). Modelización de un sistema territorial “urbano-rural” para la evaluación de su sostenibilidad. Aplicación a una zona representativa del País Vasco. *Revista Internacional Sostenibilidad, Tecnología y Humanismo(1)*. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2362279>



Firmado electrónicamente por:
JHONATAN RODRIGO
PARREÑO UQUILLAS

ANEXOS

ANEXO A: MODELO DE ENCUESTA



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
INGENIERÍA EN GESTIÓN DE TRANSPORTE**



Objetivo: Diseñar un modelo matemático para un sistema de transporte rural mediante la utilización de la metodología VRP, en términos de cobertura y densidad, estableciendo rutas optimas a un costo mínimo.

Datos Generales

Encuestador:		Encuesta N°	
Ubicación:		Fecha:	__/__/____

Datos del viaje

N° Viajes Diarios:	
--------------------	--

Costo del viaje:	\$
------------------	----

Lugar de origen:

Lugar de Destino:

Transporta carga	
Si	
No	

Cantidad	qq
----------	----

Costo del viaje:	\$
------------------	----

Motivo del Viaje	
Comercio	
Trabajo	
Compras	
Salud	
Educación	
Recreación	
Otros	

Tiempo de espera	
De 3 a 5 min	
De 6 a 8 min	
De 9 a 11 min	
De 12 a 15 min	
Más de 15 min	

Tiempo de viaje	
30 min	
45 min	
1 hora	
1 h 15	
1 h 30	
Más de 1 h 30	

Observaciones:

ANEXO B: BASE DE DATOS

N°	Nombre	Coordenadas	
		x	Y
0	Parada	55000	35000
1	Shilpala	54401	34600
2	Machángara	54152	34434
3	Verde Pamba	53992	34613
4	Shiguiquiz	53837	34705
5	Rayoloma	53721	34675
6	Murugallo	53960	35293
7	Obraje	54349	34137
8	Pucara	54395	33963
9	San Pedro	54255	33910
10	Cachaton	54049	33614
11	Casaloma	53288	34694
12	Cruzada	53446	35147
13	Quera	53307	33760
14	Gaubuc	53000	34358
15	Lemapamba	52600	33800
16	Bashug	53500	33000
17	Cauñag	53773	33916
18	Guagshi	53692	34123
19	Insaqui	53537	34239
20	Chuyug	54424	33550
21	C.C. Condamine	55314	35205
22	Agua Santa	55199	33704
23	El Shuyo	55501	34576
24	Santa Cruz	55601	34922
25	María Auxiliadora	55837	34574
26	Tawkan	53892	35268
27	Guallaby	54160	35015
28	Pugtus	54319	34520

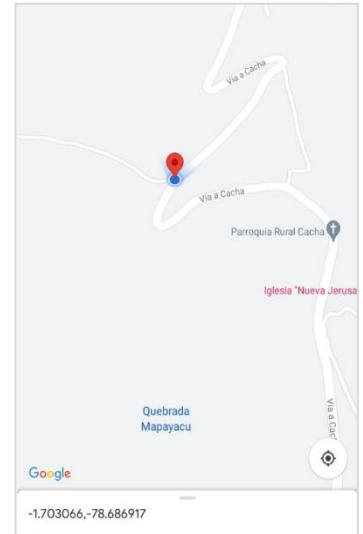
ANEXO C: MATRIZ DE TIEMPOS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
0	0:00:00	0:12:00	0:17:00	0:18:00	0:20:00	0:22:00	0:18:00	0:18:01	0:20:01	0:22:00	0:28:01	0:28:59	0:26:01	0:34:59	0:35:01	0:44:43	0:41:40	0:27:17	0:26:15	0:27:29	0:26:00	0:06:15	0:21:51	0:10:56	0:10:06	0:15:39	0:19:00	0:14:00	0:13:53
1	0:12:00	0:00:00	0:04:59	0:06:49	0:09:34	0:11:24	0:13:41	0:07:46	0:10:37	0:11:45	0:17:27	0:18:37	0:18:21	0:22:59	0:23:42	0:32:51	0:30:36	0:15:29	0:14:15	0:15:36	0:17:30	0:18:15	0:20:00	0:18:20	0:20:42	0:23:56	0:14:00	0:08:00	0:01:55
2	0:17:00	0:04:59	0:00:00	0:04:00	0:06:56	0:08:14	0:14:40	0:05:56	0:08:50	0:08:54	0:13:46	0:15:02	0:16:43	0:18:01	0:19:15	0:27:57	0:26:15	0:10:42	0:09:15	0:10:45	0:15:25	0:23:15	0:21:16	0:22:36	0:25:29	0:28:11	0:14:34	0:09:41	0:03:08
3	0:18:00	0:06:49	0:04:00	0:00:00	0:03:00	0:04:38	0:11:21	0:09:55	0:12:45	0:12:31	0:16:41	0:11:49	0:12:44	0:18:14	0:17:04	0:26:52	0:28:06	0:12:11	0:09:35	0:09:49	0:19:07	0:24:08	0:25:11	0:25:09	0:27:18	0:30:45	0:11:03	0:07:16	0:05:40
4	0:20:00	0:09:34	0:06:56	0:03:00	0:00:00	0:02:00	0:10:01	0:12:45	0:15:28	0:14:58	0:18:31	0:09:09	0:09:50	0:18:03	0:15:06	0:25:33	0:28:58	0:13:12	0:10:00	0:09:14	0:21:36	0:25:59	0:28:10	0:27:49	0:29:37	0:33:24	0:09:26	0:07:28	0:08:36
5	0:22:00	0:11:24	0:08:14	0:04:38	0:02:00	0:00:00	0:11:03	0:13:47	0:16:20	0:15:33	0:18:31	0:07:13	0:09:06	0:16:44	0:13:08	0:23:42	0:28:10	0:12:41	0:09:13	0:07:53	0:22:07	0:27:59	0:29:28	0:29:43	0:31:36	0:35:18	0:10:17	0:09:15	0:10:18
6	0:18:00	0:13:41	0:14:40	0:11:21	0:10:01	0:11:03	0:00:00	0:20:20	0:23:19	0:23:34	0:28:01	0:15:00	0:08:54	0:27:46	0:22:20	0:33:40	0:38:59	0:23:10	0:20:00	0:18:56	0:30:04	0:22:37	0:33:35	0:28:20	0:28:02	0:33:30	0:01:12	0:05:42	0:14:12
7	0:18:01	0:07:46	0:05:56	0:09:55	0:12:45	0:13:47	0:20:20	0:00:00	0:03:00	0:04:06	0:10:03	0:19:58	0:22:35	0:18:28	0:22:47	0:29:41	0:23:39	0:10:17	0:10:57	0:13:38	0:09:52	0:23:59	0:15:54	0:20:33	0:24:38	0:25:51	0:20:20	0:14:58	0:06:24
8	0:20:01	0:10:37	0:08:50	0:12:45	0:15:28	0:16:20	0:23:19	0:03:00	0:00:00	0:02:30	0:08:11	0:22:07	0:25:17	0:18:27	0:24:10	0:30:02	0:21:55	0:10:24	0:12:01	0:15:01	0:06:54	0:25:45	0:14:05	0:21:05	0:25:41	0:26:06	0:23:19	0:17:58	0:09:22
9	0:22:00	0:11:45	0:08:54	0:12:31	0:14:58	0:15:33	0:23:34	0:04:06	0:02:30	0:00:00	0:06:01	0:20:45	0:24:38	0:16:00	0:22:13	0:27:39	0:19:42	0:08:02	0:10:02	0:13:10	0:06:38	0:27:53	0:16:06	0:23:33	0:28:04	0:28:36	0:23:26	0:18:29	0:10:13
10	0:28:01	0:17:27	0:13:46	0:16:41	0:18:31	0:18:31	0:28:01	0:10:03	0:08:11	0:06:01	0:00:00	0:22:01	0:27:27	0:12:36	0:21:26	0:24:21	0:13:44	0:06:49	0:10:22	0:13:28	0:06:20	0:33:53	0:19:14	0:29:02	0:33:50	0:33:49	0:27:41	0:23:25	0:15:45
11	0:28:59	0:18:37	0:15:02	0:11:49	0:09:09	0:07:13	0:15:00	0:19:58	0:22:07	0:20:45	0:22:01	0:00:00	0:08:00	0:15:34	0:07:23	0:18:48	0:28:27	0:15:17	0:11:39	0:08:39	0:26:52	0:34:49	0:35:52	0:36:56	0:38:44	0:42:32	0:13:53	0:15:29	0:17:26
12	0:26:01	0:18:21	0:16:43	0:12:44	0:09:50	0:09:06	0:08:54	0:22:35	0:25:17	0:24:38	0:27:27	0:08:00	0:00:00	0:23:14	0:15:06	0:26:31	0:35:48	0:21:14	0:17:33	0:15:13	0:31:13	0:31:09	0:37:51	0:35:33	0:36:07	0:40:59	0:07:42	0:12:06	0:17:55
13	0:34:59	0:22:59	0:18:01	0:18:14	0:18:03	0:16:44	0:27:46	0:18:28	0:18:27	0:16:00	0:12:36	0:15:34	0:23:14	0:00:00	0:11:12	0:11:48	0:13:04	0:08:11	0:08:49	0:08:51	0:18:57	0:41:13	0:31:33	0:39:01	0:42:52	0:44:18	0:26:57	0:25:17	0:21:06
14	0:35:01	0:23:42	0:19:15	0:17:04	0:15:06	0:13:08	0:22:20	0:22:47	0:24:10	0:22:13	0:21:26	0:07:23	0:15:06	0:11:12	0:00:00	0:11:27	0:24:07	0:14:50	0:12:11	0:09:10	0:27:17	0:41:04	0:38:14	0:41:50	0:44:21	0:47:25	0:21:14	0:22:13	0:22:09
15	0:44:43	0:32:51	0:27:57	0:26:52	0:25:33	0:23:42	0:33:40	0:29:41	0:30:02	0:27:39	0:24:21	0:18:48	0:26:31	0:11:48	0:11:27	0:00:00	0:20:04	0:19:39	0:18:59	0:17:15	0:30:41	0:50:56	0:43:21	0:50:03	0:53:24	0:55:28	0:32:36	0:32:57	0:31:04
16	0:41:40	0:30:36	0:26:15	0:28:06	0:28:58	0:28:10	0:38:59	0:23:39	0:21:55	0:19:42	0:13:44	0:28:27	0:35:48	0:13:04	0:24:07	0:20:04	0:00:00	0:15:56	0:18:59	0:20:40	0:17:55	0:47:35	0:30:39	0:42:27	0:47:28	0:46:58	0:38:22	0:35:20	0:28:47
17	0:27:17	0:15:29	0:10:42	0:12:11	0:13:12	0:12:41	0:23:10	0:10:17	0:10:24	0:08:02	0:06:49	0:15:17	0:21:14	0:08:11	0:14:50	0:19:39	0:15:56	0:00:00	0:03:42	0:06:40	0:12:27	0:33:29	0:24:02	0:30:50	0:34:47	0:36:06	0:22:37	0:19:25	0:13:34
18	0:26:15	0:14:15	0:09:15	0:09:35	0:10:00	0:09:13	0:20:00	0:10:57	0:12:01	0:10:02	0:10:22	0:11:39	0:17:33	0:08:49	0:12:11	0:18:59	0:18:59	0:03:42	0:00:00	0:03:14	0:15:30	0:32:30	0:26:04	0:31:05	0:34:29	0:36:32	0:19:22	0:16:47	0:12:22
19	0:27:29	0:15:36	0:10:45	0:09:49	0:09:14	0:07:53	0:18:56	0:13:38	0:15:01	0:13:10	0:13:28	0:08:39	0:15:13	0:08:51	0:09:10	0:17:15	0:20:40	0:06:40	0:03:14	0:00:00	0:18:43	0:33:43	0:29:06	0:33:13	0:36:14	0:38:44	0:18:09	0:16:35	0:13:51
20	0:26:00	0:17:30	0:15:25	0:19:07	0:21:36	0:22:07	0:30:04	0:09:52	0:06:54	0:06:38	0:06:20	0:26:52	0:31:13	0:18:57	0:27:17	0:30:41	0:17:55	0:12:27	0:15:30	0:18:43	0:00:00	0:31:19	0:13:10	0:24:47	0:30:08	0:29:05	0:29:58	0:24:49	0:16:16
21	0:06:15	0:18:15	0:23:15	0:24:08	0:27:59	0:27:59	0:22:37	0:23:59	0:25:45	0:27:53	0:33:53	0:34:49	0:31:09	0:41:13	0:41:04	0:50:56	0:47:35	0:33:29	0:32:30	0:33:43	0:31:19	0:00:00	0:25:05	0:10:56	0:06:43	0:13:40	0:23:43	0:19:30	0:20:08
22	0:21:51	0:20:00	0:21:16	0:25:11	0:28:10	0:29:28	0:33:35	0:15:54	0:14:05	0:16:06	0:19:14	0:35:52	0:37:51	0:31:33	0:38:14	0:43:21	0:30:39	0:24:02	0:26:04	0:29:06	0:13:10	0:25:05	0:00:00	0:15:23	0:21:23	0:17:59	0:33:58	0:27:53	0:20:00
23	0:10:56	0:18:20	0:22:36	0:25:09	0:27:49	0:29:43	0:28:20	0:20:33	0:21:05	0:23:33	0:29:02	0:36:56	0:35:33	0:39:01	0:41:50	0:50:03	0:42:27	0:30:50	0:31:05	0:33:13	0:24:47	0:10:56	0:15:23	0:00:00	0:06:00	0:05:36	0:29:11	0:23:31	0:19:43
24	0:10:06	0:20:42	0:25:29	0:27:18	0:29:37	0:31:36	0:28:02	0:24:38	0:25:41	0:28:04	0:33:50	0:38:44	0:36:07	0:42:52	0:44:21	0:53:24	0:47:28	0:34:47	0:34:29	0:36:14	0:30:08	0:06:43	0:21:23	0:06:00	0:07:00	0:07:00	0:29:04	0:24:04	0:22:24
25	0:15:39	0:23:56	0:28:11	0:30:45	0:33:24	0:35:18	0:33:30	0:25:51	0:26:06	0:28:36	0:33:49	0:42:32	0:40:59	0:44:18	0:47:25	0:55:28	0:46:58	0:36:06	0:36:32	0:38:44	0:29:05	0:13:40	0:17:59	0:05:36	0:07:00	0:00:00	0:34:25	0:28:54	0:25:19
26	0:19:00	0:14:00	0:14:34	0:11:03	0:09:26	0:10:17	0:01:12	0:20:20	0:23:19	0:18:29	0:27:41	0:13:53	0:07:42	0:26:57	0:21:14	0:32:36	0:38:22	0:22:37	0:19:22	0:18:09	0:29:58	0:23:43	0:33:58	0:29:11	0:29:04	0:34:25	0:00:00	0:06:09	0:14:21
27	0:14:00	0:08:00	0:09:41	0:07:16	0:07:28	0:09:15	0:05:42	0:14:58	0:17:58	0:18:29	0:23:25	0:15:29	0:12:06	0:25:17	0:22:13	0:32:57	0:35:20	0:19:25	0:16:47	0:16:35	0:24:49	0:19:30	0:27:53	0:23:31	0:24:04	0:28:54	0:06:09	0:00:00	0:08:40
28	0:13:53	0:01:55	0:03:08	0:05:40	0:08:36	0:10:18	0:14:12	0:06:24	0:09:22	0:10:13	0:15:45	0:17:26	0:17:55	0:21:06	0:22:09	0:31:04	0:28:47	0:13:34	0:12:22	0:13:51	0:16:16	0:20:08	0:20:00	0:19:43	0:22:24	0:25:19	0:14:21	0:08:40	0:00:00

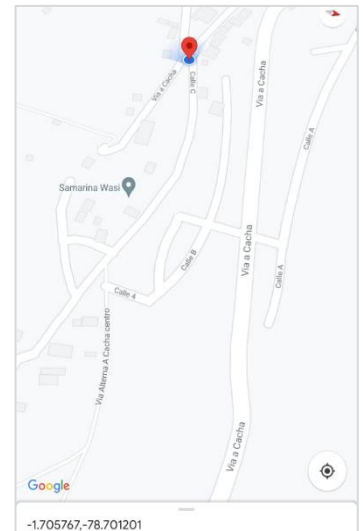
ANEXO D: LEVANTAMIENTO DE INFORMACIÓN



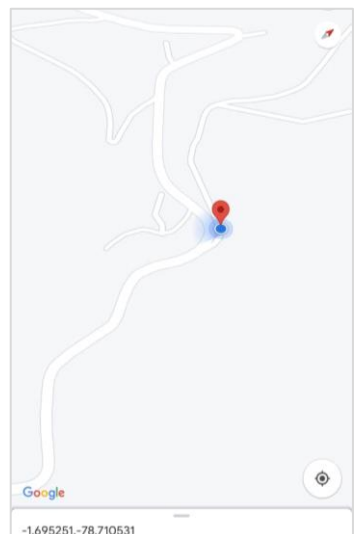
Shilpala



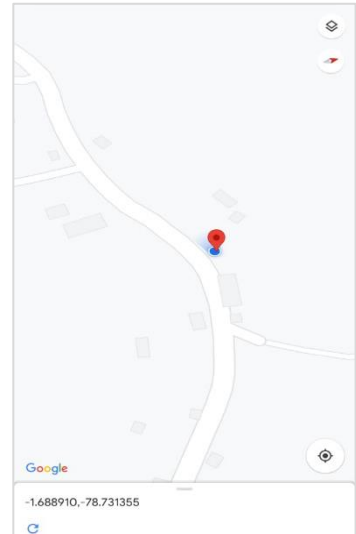
Machángara



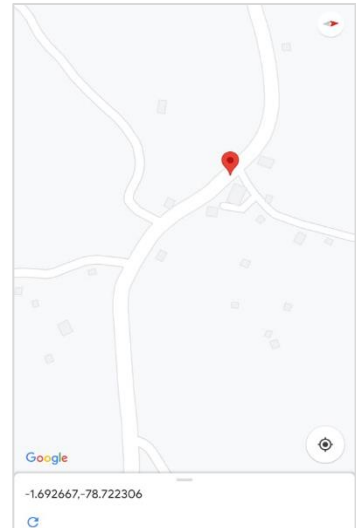
Verde Pamba



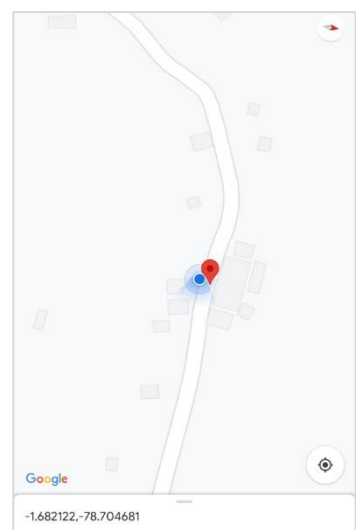
Rayoloma



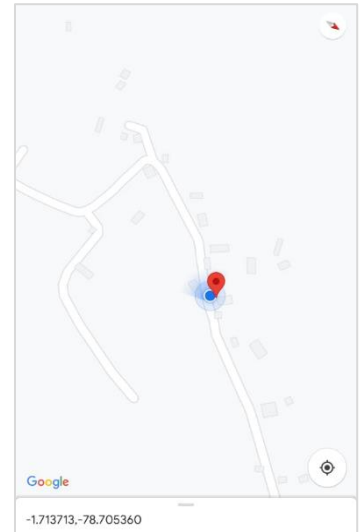
Shiguiquiz



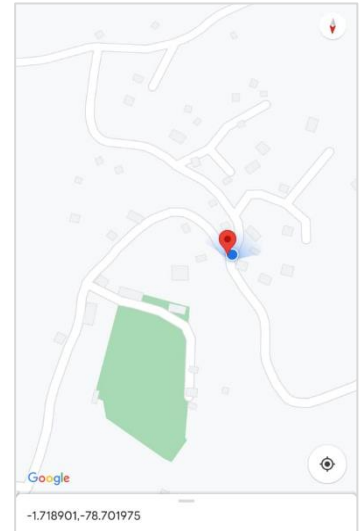
Murugallo



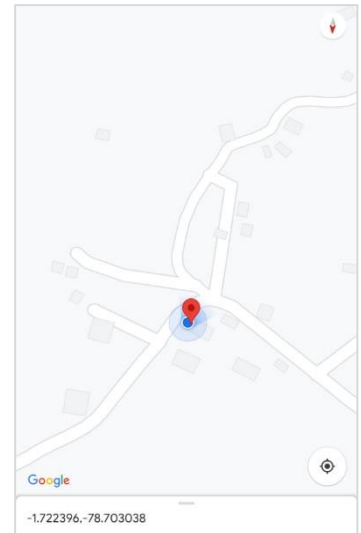
Obraje



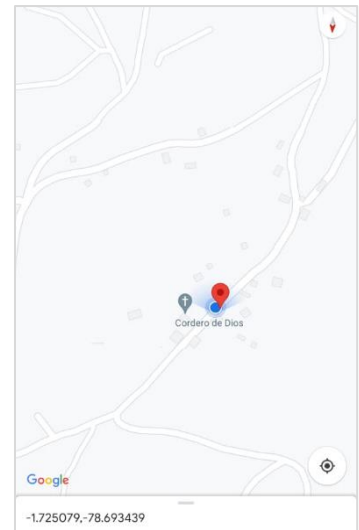
Pucara



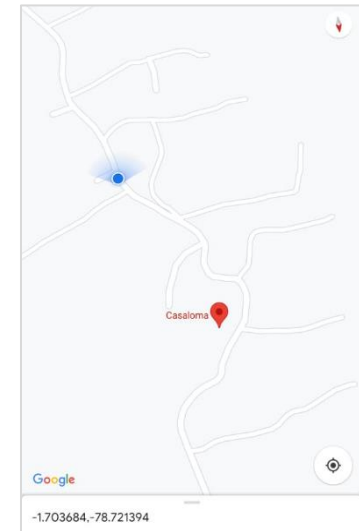
San Pedro



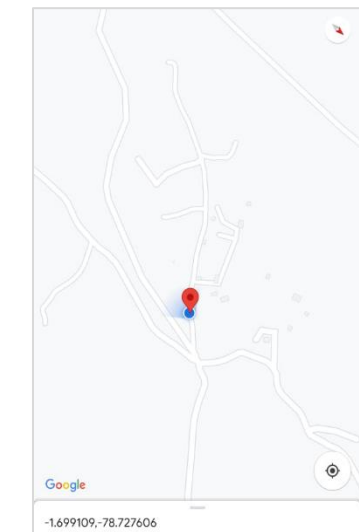
Cachatón



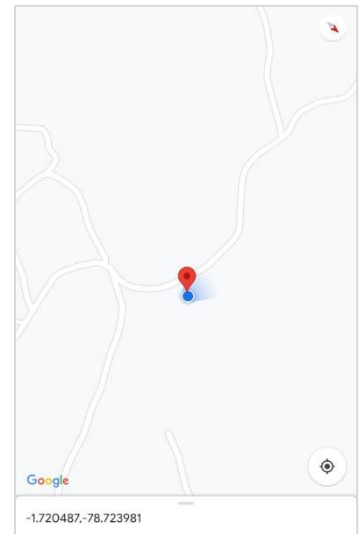
Casaloma



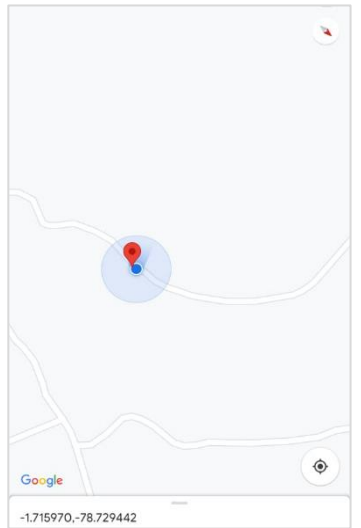
Cruzada



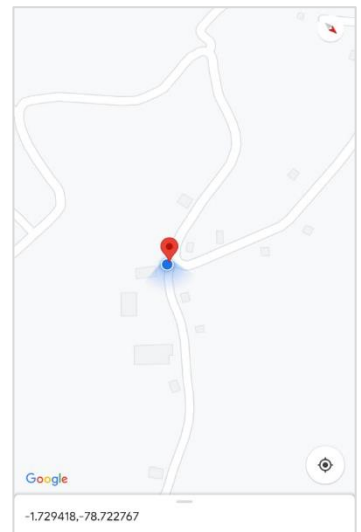
Quera



Gaubuc



Lemapamba



Bashug

