



## **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**

Desarrollo de un modelo matemático a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023

**JUAN PABLO MURILLO FAJARDO**

Trabajo de Titulación modalidad: Proyectos de Investigación y Desarrollo, presentado ante el Instituto de Posgrado y Educación Continua de la ESPOCH, como requisito parcial para la obtención del grado de:

**MAGÍSTER EN MATEMÁTICA MENCIÓN MODELACIÓN Y  
DOCENCIA**

**Riobamba – Ecuador**

Mayo 2022

**©2022, Juan Pablo Murillo Fajardo.**

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.



## ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

### CERTIFICACIÓN:

EL TRIBUNAL DE TRABAJO DE TITULACIÓN CERTIFICA QUE:

El **Trabajo de Titulación modalidad Proyectos de Investigación y Desarrollo**, titulado **DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO A TRAVÉS DE PROCESOS ESTOCÁSTICOS PARA OPTIMIZAR EL TRÁFICO VEHICULAR EN LA ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO PROYECTADO PARA EL AÑO 2023**, de responsabilidad del Sr Juan Pablo Murillo Fajardo, ha sido prolijamente revisado y se autoriza su presentación.

Tribunal:

Dr. Juan Mario Vargas Guambo. Mag.

**PRESIDENTE**



Firmado electrónicamente por:  
**JUAN MARIO  
VARGAS GUAMBO**

Dr. Wilson Marcelo Román Vargas. Mag.

**DIRECTOR**



Firmado electrónicamente por:  
**WILSON MARCELO  
ROMAN VARGAS**

Dra. Lourdes del Carmen Zúñiga Lema. Mag.

**MIEMBRO**



Firmado electrónicamente por:  
**LOURDES DEL  
CARMEN ZUNIGA  
LEMA**

Ing. Norma del Pilar Barreno Layedra. Mag.

**MIEMBRO**



Firmado electrónicamente por:  
**NORMA DEL PILAR  
BARRENO LAYEDRA**

Riobamba, mayo 2022

## **DERECHOS INTELECTUALES**

Yo, Juan Pablo Murillo Fajardo, declaro que soy responsable de las ideas, doctrinas y resultados expuestos en el **Trabajo de Titulación modalidad Proyectos de Investigación y Desarrollo**, y el patrimonio intelectual generado por la misma pertenece exclusivamente a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.



---

Juan Pablo Murillo Fajardo

060389907-1

## DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD

Yo, Juan Pablo Murillo Fajardo, declaro que el presente **Trabajo de Titulación modalidad Proyectos de Investigación y Desarrollo**, es de mi autoría y que los resultados del mismo son auténticos y originales. Los textos constantes en el documento que provienen de otra fuente están debidamente citados y referenciados.

Como autor, asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este proyecto de investigación de maestría.



---

Juan Pablo Murillo Fajardo

060389907-1

## **DEDICATORIA**

A Dios, por permitirme llegar a este momento especial de mi vida. Por los triunfos y los instantes difíciles que me han enseñado a valorarlos cada día más.

A mi esposa Silvia y mi hija Ainara por ser las personas que me acompañaron durante mi viaje de estudiante y de vida.

Asimismo a mis profesores, gracias por su tiempo y apoyo, así como por la sabiduría que me han transmitido en el desarrollo de mi formación profesional.

**Juan Pablo Murillo F.**

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a Dios, por bendecirme con la vida y familia, además por permitirme llegar hasta este momento rodeado de personas maravillosas, por todas las oportunidades y desafíos que me ha dado y por todos los momentos de alegría que me ha brindado.

Al jurado que examinó la tesis y que fueron parte de este proceso, gracias por enriquecer este trabajo con sus observaciones y comentarios.

De igual manera agradezco a todas las personas que me ayudaron directa e indirectamente, así también, a todos los docentes que me han impartido clases y compartido sus conocimientos, a mi tutor y miembros del tribunal en la realización de mi trabajo de titulación.

**Juan Pablo Murillo F.**

## CONTENIDO

	Páginas
<b>RESUMEN</b> .....	xiv
<b>ABSTRACT</b> .....	xv
<b>CAPÍTULO I</b> .....	1
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Problema de Investigación.....	1
1.2. Planteamiento del Problema.....	1
1.3. Justificación de la Investigación.....	3
1.4. Objetivos: general y específicos.....	4
1.4.1. Objetivo General.....	4
1.4.2. Objetivos Específicos.....	4
1.5. Hipótesis.....	4
<b>CAPÍTULO II</b> .....	5
2. MARCO TEÓRICO.....	5
2.1. Antecedentes.....	5
2.2. Marco Conceptual.....	7
2.2.1. Modelo Matemático.....	7
2.2.2. Movilidad Humana.....	7
2.2.3. Tránsito.....	7
2.2.4. Transporte.....	7
2.2.5. Vehículo.....	7
2.3. Enfoques para modelar el tráfico vehicular.....	8
2.3.1. Enfoque macroscópico.....	8
2.3.2. Enfoque microscópico.....	9
2.3.3. Enfoque cinético.....	10
2.4. Modelos matemáticos de primer orden para el tráfico vehicular.....	11
2.4.1. Modelo de Lighthill-Witham-Pichards (LWR).....	11
2.4.2. Modelo de Lighthill-Witham con difusión (LWD).....	12
2.4.3. Modelo de Nelson.....	13
2.4.4. Modelo de Jordan.....	14
2.5. Modelos matemáticos de segundo orden para el tráfico vehicular.....	15
2.5.1. Modelo de Kerner-Konhäuser.....	15
2.6. Modelos matemáticos de orden superior para el tráfico vehicular.....	16



2.7.	Autómatas Celulares.....	17
2.7.1.	Definiciones.....	18
2.7.1.1.	Definición de Lattice.....	18
2.7.1.2.	Definición de Vecindad.....	19
2.7.1.3.	Definición de la tupla AC .....	19
2.7.2.	Modelo de Nagel-Scheckenberg.....	21
2.7.1.1.	Definición del Modelo de Nagel-Schreckenber.....	21
2.7.1.2.	Probabilidad de Frenado.....	23
2.7.1.3.	Modelo matemático de Nagel y Schreckenber.....	24
2.8.	Procesos estocásticos para el tráfico vehicular.....	25
2.8.1.	Tipos de procesos estocásticos.....	26
2.8.1.1.	Proceso estocástico estacionario.....	26
2.8.1.2.	Proceso estocástico no estacionario.....	27
<b>CAPÍTULO III.....</b>		<b>29</b>
3.	METODOLOGÍA.....	29
3.1.	Identificación de las variables.....	29
3.1.1.	Variable Independiente.....	29
3.1.2.	Variable Dependiente.....	29
3.2.	Operacionalizacion de las variables.....	29
3.3.	Tipo y diseño de investigación.....	33
3.4.	Métodos de investigación.....	33
3.5.	Enfoque de la investigación.....	33
3.6.	Alcance de la investigación.....	33
3.7.	Población de estudio.....	33
3.8.	Unidad de análisis.....	33
3.9.	Selección de la muestra.....	34
3.10.	Instrumentos para procesar datos recopilados.....	34
3.11.	Modelo Matemático propuesto.....	34
3.11.1.	Algoritmo del modelo propuesto .....	34
3.12.	Reglas de interacción.....	35
3.13.	Construcción y Verificación del Programa en Computador.....	36
3.14.	Conteos vehiculares.....	38
3.15.	Valor de Lattice.....	39
3.16.	Probabilidad de Frenado.....	41
3.8.	Aplicación del modelo para la simulación.....	41
<b>CAPÍTULO IV.....</b>		<b>43</b>
4.	ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.....	43

4.1.	Análisis de los resultados.....	43
4.2.	Interpretación de resultados.....	55
<b>CAPÍTULO V.....</b>		<b>56</b>
5.	PROPUESTA.....	56
5.1.	Modelo matemático propuesto para optimizar el tráfico vehicular.....	56
<b>CONCLUSIONES.....</b>		<b>61</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>		<b>62</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>		
<b>ANEXOS</b>		

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1-2:</b>	Regla de transición de un AC unidimensional binario.....	20
<b>Tabla 1-3:</b>	Operacionalización de la variable independiente.....	29
<b>Tabla 2-3:</b>	Operacionalización de la variable dependiente.....	30
<b>Tabla 3-3:</b>	Matriz de consistencia.....	31
<b>Tabla 4-3:</b>	Conteos Vehiculares.....	38
<b>Tabla 5-3:</b>	Valor de las variables para la modelación.....	40

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1-1:</b>	Mapa de la universidad.....	2
<b>Figura 2.1:</b>	Área a modelar.....	2
<b>Figura 3-1:</b>	Vista panorámica de la universidad.....	3

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1-2:</b>	Representación de un AC unidimensional.....	18
<b>Gráfico 2-2:</b>	Vecindad radio $r$ .....	21
<b>Gráfico 3-2:</b>	Carril en un modelo de tránsito vehicular con un autómata celular.....	22
<b>Gráfico 4-2:</b>	Arreglo de 10 celdas.....	22
<b>Gráfico 5-2:</b>	Modelo de Nagel-Schreckenberg.....	23
<b>Gráfico 6-2:</b>	Proceso estocástico estacionario.....	26
<b>Gráfico 7-2:</b>	Proceso estocástico no estacionario.....	27
<b>Gráfico 1-3:</b>	Diagrama de Flujo para la simulación.....	35
<b>Gráfico 2-3:</b>	Diagrama de Flujo del Método Na-Sch.....	36
<b>Gráfico 3-3:</b>	Comandos Wólffram Mathematica.....	41
<b>Gráfico 1-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0$ .....	43
<b>Gráfico 2-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0.1$ .....	44
<b>Gráfico 3-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0.2$ .....	45
<b>Gráfico 4-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0.3$ .....	46
<b>Gráfico 5-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0.4$ .....	47
<b>Gráfico 6-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0.5$ .....	48
<b>Gráfico 7-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0.6$ .....	49
<b>Gráfico 8-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0.7$ .....	50
<b>Gráfico 9-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0.8$ .....	51
<b>Gráfico 10-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 0.9$ .....	52
<b>Gráfico 11-4:</b>	Simulación del modelo con $p = 1$ .....	53

## ÍNDICE DE ANEXOS

- ANEXO A.** FLUJOGRAMA DEL MODELO PLANTEADO.
- ANEXO B.** COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 1.
- ANEXO C.** COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 2.
- ANEXO D.** COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 3.
- ANEXO E.** COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 4.
- ANEXO F.** COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 5.

## RESUMEN

El objetivo fue desarrollar un modelo matemático a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023. La investigación comenzó definiendo y delimitando el problema de congestión vehicular que se ha generado en el campus politécnico, y que debido a su rápido crecimiento poblacional por la diversificación de sus programas académicos se avizora que el problema se vaya incrementado. Se orientó en la construcción del modelo de la dinámica del tránsito vehicular mediante Autómatas Celulares basado en el modelo de Nagel- Schreckenberg bajo el enfoque microscópico empleando el proceso estocástico no estacionario. En los cálculos realizados, se consideró 900 como número de vehículos que ingresan dentro del campus hora y una longitud de 784 metros de distancia con una velocidad promedio de 30 kilómetros por hora. Cuando la probabilidad de frenado varió entre 0 a 0.3, los vehículos se desplazaron sin detenerse muy seguido, es decir, tuvieron un congestionamiento mínimo, mientras que, cuando la probabilidad de frenado varió entre 0.4 a 0.6, el embotellamiento empezó a observarse, por lo que el frenado aumentó y los vehículos se detuvieron más seguidos; finalmente, cuando la probabilidad de frenado varió entre 0.7 a 1, los vehículos se encontraron detenidos en su totalidad y no existió desplazamiento, es decir la velocidad de cada vehículo fue igual a cero. La simulación del modelo se realizó en el software Wólfram Matemática, la cual permitió tener una visión detallada y real del congestionamiento dentro del campus. Se recomendó ampliar el modelo propuesto para incluir otros factores que influyen en el comportamiento del tráfico vehicular, estos factores pueden ser el clima, el estado de las carreteras, entre otros.

**Palabras claves:** <MODELO MATEMÁTICO>, <PROCESOS ESTOCÁSTICOS>, <TRÁFICO VEHICULAR>, <OPTIMIZACIÓN>, <SIMULACIÓN>.

LUIS  
ALBERTO  
CAMINOS  
VARGAS

Firmado digitalmente  
por LUIS ALBERTO  
CAMINOS VARGAS  
Nombre de  
reconocimiento (DN):  
c=EC, l=RIOBAMBA,  
serialNumber=0602766  
974, cn=LUIS ALBERTO  
CAMINOS VARGAS  
Fecha: 2022.04.07  
10:58:49 -05'00'



0025-DBRA-UPT-IPEC-2022

## ABSTRACT

The objective was to develop a mathematical model through stochastic processes to optimize vehicular traffic in the Escuela Superior Politécnica de Chimborazo projected for the year 2023. The research began by defining and delimiting the problem of vehicular congestion that has been generated on the polytechnic campus, and that due to its rapid population growth due to the diversification of its academic programs, the problem is expected to increase. It was oriented in the construction of the model of the dynamics of vehicular traffic through Cellular Automata based on the Nagel-Schreckenberg model under the microscopic approach using the non-stationary stochastic process. In the calculations performed, 900 vehicles were considered as the number of vehicles entering the campus hourly and a length of 743 meters distance with an average speed of 30 kilometers per hour. When the braking probability varied between 0 to 0.3, the vehicles moved without stopping very often, that is, they had minimum congestion, while, when the braking probability varied between 0.4 to 0.6, the congestion began to be observed, so the braking increased and the vehicles stopped more often; finally, when the braking probability varied between 0.7 to 1, the vehicles were stopped completely and there was no displacement, that is, the speed of each vehicle was equal to zero. The simulation of the model was performed in the Wolfram Mathematics software, which allowed us to have a detailed and real vision of the congestion inside the campus. It was recommended to extend the proposed model to include other factors that influence the behavior of vehicular traffic, these factors can be the weather, and road conditions, among others.

**Keywords:** <MATHEMATICAL MODEL>, <STATISTIC PROCESSES>, <VEHICULAR TRAFFIC>, <OPTIMIZATION>, <SIMULATION>.



# CAPÍTULO I

## 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, la importancia del uso del automóvil ha evolucionado de una necesidad a una dependencia en la que la sociedad comienza a sentir los estragos de este problema. Debido a esta dependencia del vehículo, este uso se ha incrementado rápidamente y ha provocado los problemas ya conocidos en las ciudades como los atascos, el congestionamiento por el alto tráfico vehicular, la contaminación acústica y ambiental, así como una ocupación sobredimensionada de los sitios públicos y las vías de circulación.

En este contexto, el propósito de esta investigación es desarrollar un modelo matemático mediante métodos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023.

### 1.1. Pregunta de Investigación.

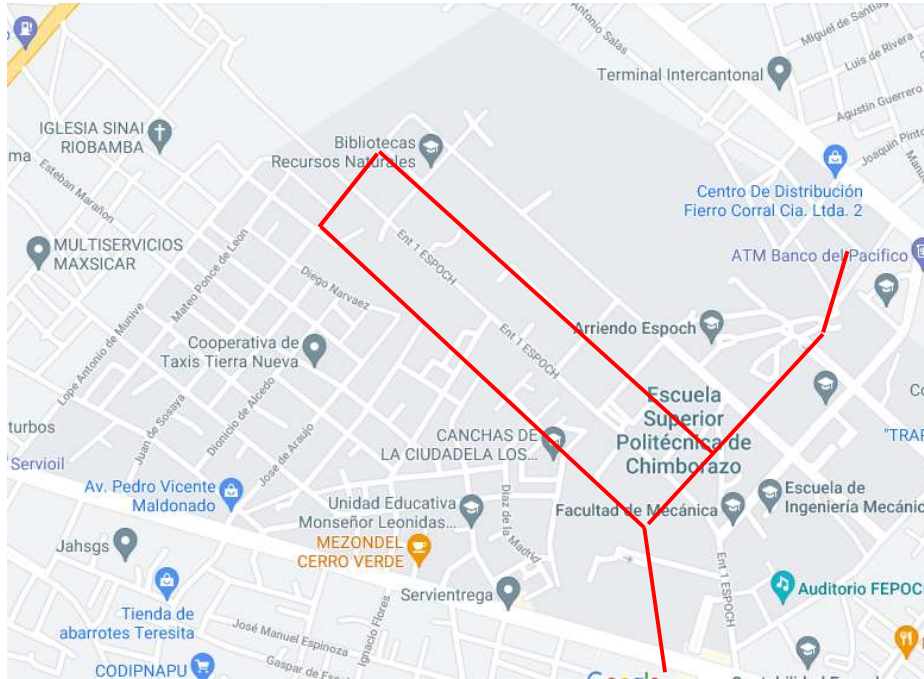
¿Cómo generar una alternativa de solución al problema de transporte mediante la implementación de modelos matemáticos a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023?

### 1.2. Planteamiento del Problema

El estudio y modelización del tráfico vehicular tiene su origen en la década de 1930 cuando se aplicaron por primera vez métodos matemáticos y fotográficos para medir diversas variables relacionadas con el flujo vehicular y su respectivo comportamiento (Grenshields, 1934), donde posteriormente se constató la existencia de una relación lineal entre la velocidad y la densidad del tráfico.

Asimismo, según las palabras de Medina y Veloz (2012) en las grandes ciudades, los centros universitarios han implementado diferentes estrategias y alternativas para optimizar las condiciones de movilidad dentro de sus campus.

En la figura 1-1 se muestra el mapa de la ESPOCH, donde la línea de color rojo muestra una vista general de la zona a modelar.



**Figura 1-1.** Mapa de la universidad

Realizado por: (Murillo Juan, 2021)

La Escuela Superior Politécnica de Chimborazo en la Figura 2-1, no ha sido la excepción en este problema ya que al interior del campus el número de vehículos que ingresan y salen en horas consideradas pico es alto, sin que existan controles en las vías por la que circulan.



**Figura 2.1.** Área a modelar

Realizado por: (Murillo Juan, 2021)

En los últimos años, el crecimiento progresivo de los estudiantes ha ido aumentando el empleo considerable del uso automotor para poder movilizarse dentro del campus, como se muestra en la Figura 3-1.



**Figura 3-1.** Vista panorámica de la universidad

Realizado por: (Murillo Juan, 2021)

### **1.3. Justificación de la Investigación**

Actualmente, el crecimiento demográfico en el mundo hace que sea más frecuente el uso de vehículos para la movilización a sus diversos destinos.

Sin embargo, la ESPOCH al ser uno de los principales y mayores centros de educación superior del centro del país, debe proyectarse hacia el futuro y mostrarse como una universidad organizada en la circulación de vehículos dentro del campus.

La ESPOCH en los últimos años ha experimentado un desarrollo acelerado en su oferta académica, número de alumnos, docentes, por esta razón son varios los usuarios que utilizan los medios vehiculares para poder movilizarse dentro del campus y llegar a sus destinos.

Este trabajo de investigación se centrará en la obtención de diferentes variables que componen la movilidad dentro del campus, que serán analizadas para proponer un modelo matemático que optimice el tráfico vehicular.

## **1.4. Objetivos: general y específicos**

### ***1.4.1. Objetivo General***

- Desarrollar un modelo matemático a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023.

### ***1.4.2. Objetivos Específicos***

- a. Fundamentar teóricamente el modelo matemático y su factibilidad de uso.
- b. Elaborar un modelo matemático teórico a partir de la teoría de procesos estocásticos.
- c. Simular procesos de optimización para minimizar la congestión de tráfico vehicular a través de la utilización de un software matemático en el campus politécnico.

## **1.5. Hipótesis**

El modelo matemático propuesto a través de procesos estocásticos para optimizar el flujo del tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo logra una visión detallada y real del congestionamiento dentro del campus.

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1. Antecedentes

Para llevar a cabo este trabajo de investigación, en virtud de la adquisición de conocimientos previos sobre las investigaciones de los trabajos que se ha realizado previamente y después de examinar el repositorio digital de la Escuela Politécnica Superior de Chimborazo, no se ha encontrado ninguna investigación referente al estudio de las variables en cuestión, lo que permite realizar una valiosa contribución al aprendizaje y comprensión del trabajo que se está desarrollando.

Naranjo (2019) en su tema de investigación denominado “Ordenamiento de la movilidad vehicular mediante la gestión de estacionamientos en el campus de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo” concluye:

“No existe un departamento de movilidad responsable de implementar políticas, controlar y monitorear la movilidad dentro del campamento, situación que evidencia un elevado número de vehículos circulando libremente dentro del campus, además de la falta de señalización para ambos accesos a las áreas de estacionamiento predestinadas, así como la señalización necesaria en el interior de los aparcamientos para facilitar la rápida entrada y salida de los mismos”. (p. 105).

Álvarez (2014) menciona en su trabajo “Modelo de tránsito y optimización de flujo vehicular en paralelo”, dentro de las conclusiones de su investigación lo siguiente: “La aplicación del modelo permite generar estrategias adecuadas para la optimización del flujo de tráfico, la detección temprana de atascos y la predicción del tráfico a corto plazo en sistemas de navegación dinámica.” (p. 88).

La preocupación actual en las ciudades latinoamericanas se deriva del aumento descontrolado de población y la mínima planificación urbanística que existe para este fenómeno.

A esta situación se agrega el crecimiento del parque automotor como lo detalla Bull (2003) con su tema “Congestión de tránsito, el problema y como enfrentarlo” lo siguiente:

“En las décadas actuales, el empleo del equipo automotor, ha ido aumentando considerablemente en los países. La creciente disponibilidad de coches ha permitido una mayor movilidad individual que, además del crecimiento de la población en las ciudades, el menor número de habitantes por hogar y la aplicación limitada de una política estructurada de transporte urbano, ha provocado un aumento del número de cargas de tráfico.” (p. 21).

En palabras de Vasconcellos (2011), en su tema “Desarrollo urbano y movilidad en América Latina”, quien manifiesta en sus conclusiones:

“El tiempo ha demostrado cómo estas condiciones de movilidad han prevalecido en las ciudades latinoamericanas. Esto se ha traducido en un aumento significativo de los problemas provocados por esta causa raíz, agravados por la falta de planificación y acción que favorezcan al desarrollo de la sostenibilidad de las zonas urbanas del territorio y su movilidad”. (s.p.).

Según el estudio denominado “Análisis de la movilidad en campus universitarios” en la Universidad de Antioquia (2011) se considera lo siguiente:

“Los campus politécnicos y universitarios son denominados como modelos de “pequeñas ciudades” que presentan dentro de ellos los mismos fenómenos que las “grandes ciudades” (tanto físicas como sociales, políticas, económicas y culturales) pero en menor escala. El tráfico es uno de los factores más representativos del funcionamiento del campus como un pueblo pequeño, y una buena movilidad tiene un impacto directo en el comportamiento de las personas que conforman la comunidad.” (p. 51).

Este artículo presenta la metodología para realizar un diagnóstico de movilidad dentro de los campus universitarios y muestra la Universidad de Antioquia (2011) como un caso de estudio en el que se realizó un diagnóstico en cuanto su accesibilidad en los distintos modos de transporte. Tráfico y atascos en estacionamientos, diagnóstico que eventualmente sirvió de materia prima para diseñar una propuesta de solución que se enfocaba en localizar atascos en estacionamientos y mejorar la accesibilidad cuanto a su uso.

En el artículo "Movilidad sostenible en campus universitarios, una comparación de las mejores prácticas en Estados Unidos y Europa" (2014), el objetivo es comparar las mejores prácticas de movilidad sostenible de los últimos años en universidades de Estados Unidos y Europa, con base en una investigación documental para examinar su posterior aplicación en el contexto venezolano, dice:

Los campus politécnicos y universitarios son conexiones significativas dentro de la red vial urbana, porque se determinan por la agrupación de acciones en explícitas horas del día, cautivando una formidable cantidad de deslizamientos por motivos de estudio y trabajo durante las horas pico de la mañana. Por ello se observan altos volúmenes de vehículos que ingresan al campus, incluido los vehículos de transporte colectivo y privado, así como una intensa actividad peatonal. Estos volúmenes suelen provocar retrasos temporales en el acceso al campus y también en las calles adyacentes. A la hora de comer o por la tarde, los viajes procedentes de la universidad y principalmente de regreso a casa también provocan retrasos internos y ambientales. Estas

características han llevado a las universidades a desarrollar sus propios sistemas de transporte que toman en cuenta las necesidades de los estudiantes mientras intentan reducir el impacto del tráfico dentro y fuera de sus respectivos campus. (p. 24).

## **2.2. Marco Conceptual**

Para comprender mejor y con mayor claridad los elementos que actúan en la problemática del tráfico vehicular y el tránsito peatonal, a continuación se definen los más importantes:

### **2.2.1. *Modelo Matemático***

Es una relación entre dos o más variables donde se representan por medio de ecuaciones, funciones, fórmulas matemáticas o algoritmos.

### **2.2.2. *Movilidad Urbana***

Según Enriquez (2000) la definición de movilidad urbana se refiere a "la tendencia de una persona a moverse por una ciudad",

### **2.2.3. *Tránsito***

El tráfico se define como el uso de carreteras por vehículos que transportan personas, animales o mercancías. El uso de la vía pública por parte de todos los vehículos que atienden la necesidad de movilidad provoca tráfico. (Dominguez, 1988)

### **2.2.4. *Transporte***

Según Aymerich (2001), el transporte suele ser visto como el transporte de personas o mercancías en el espacio por medios especiales o como una actividad económica compleja que interviene directamente en el progreso y crecimiento del país, facilita el movimiento y ofrece una posibilidad de accesibilidad en el sector o lugar de movilidad, etc.

### **2.2.5. *Vehículo***

El autor Dominguez (1988) define al vehículo como el elemento autopropulsado por un motor de combustión interna y que permite una conducción adecuada y alcanza altas velocidades.

## **2.3. Enfoques para modelar el tráfico vehicular.**

El movimiento de vehículos en una red urbana o en la carretera se puede analizar a diferentes escalas y, según la escala elegida, se obtendrán diferentes descripciones. Por ejemplo, si observamos el movimiento de vehículos a gran escala, obtenemos una situación en la que se

muestra el movimiento global y no podemos distinguir cada vehículo, es decir, observaremos una fila de hormigas. De igual manera, cuando observamos el movimiento de cada vehículo, se pierde la visión global de los fenómenos. De esta forma podemos mencionar tres tipos de enfoques para el estudio del movimiento del flujo vehicular: macroscópico, microscópico y cinético. (Delgado, Saavedra y Velasco, 2011, p. 33).

A medida que transcurren los años, han ido evolucionando los modelos matemáticos para el tráfico vehicular, quedándose obsoletos los modelos anteriores, dando más realce a los modelos matemáticos computacionales, que se explicaran más adelante.

### ***2.3.1. Enfoque macroscópico***

En el enfoque macroscópico, el flujo de vehículos en las autopistas se analiza como un fluido compresible que está determinado por variables macroscópicas que describen el comportamiento del flujo. Variables como la densidad y la velocidad proporcionan información sobre el comportamiento del flujo. Para analizar este tipo de flujo, trabajamos con modelos que describen cualitativamente el comportamiento colectivo del flujo. Hay algunos modelos para estudiarlos, dependen de la cantidad de variables involucradas.

En los modelos macroscópicos, el flujo de vehículos se describe de manera similar al movimiento de líquidos, es decir, se basa en el uso de ecuaciones de la mecánica de fluidos. Por eso también se les llama modelos hidrodinámicos. (Treiber y Kesting, 2013, p. 67-68)

En este enfoque se considera a las variables como la densidad de tránsito  $\rho(x, t)$ , el flujo  $\Phi(x, t)$ , la velocidad promedio  $v(x, t)$ . Para algunos casos también se considera la varianza de la velocidad  $\sigma_v^2(x, t)$ . La confiabilidad y calidad de los resultados dependen especialmente de la precisión de las ecuaciones de flujo aplicadas y de la selección de una forma de integración numérica conveniente.

Los modelos macroscópicos, de acuerdo con lo anterior, pueden representar fenómenos colectivos, ya que los vehículos son vistos como partículas que fluyen por tuberías. Entre estos fenómenos, puede haber, entre otros, el desarrollo de los tramos donde se produce la congestión, el desarrollo de la velocidad media, la velocidad de propagación de las ondas de tráfico, la aparición y desarrollo de ondas de choque o soluciones, viscosas, etc.

Por el carácter colectivo, debido a los fenómenos que ocurren, estos modelos son útiles si no se tienen en cuenta sus efectos en el flujo del tráfico, los cambios de carril y la variedad de automóviles existentes, o si la información de ingresos existente es de diferentes fuentes y tiene propiedades no homogéneas y / o no son inconsistentes. La posibilidad de agregar fuentes de



datos no homogéneas solo es importante porque permite la predicción y estimación de las condiciones del tráfico de vehículos para un horizonte de tiempo  $\tau$  para cada actualización en  $t$  intervalos de tiempo en tiempo real.

Dentro de los modelos macroscópicos encontramos inicialmente el modelo básico de Lighthill y Whitham (Lighthill y Whitham, 1955, págs. 281-345). Posteriormente, Payne, en 1979, reemplazo este modelo básico añadiendo una ecuación de inercia, similar a la ecuación de Navier-Stokes (Payne, 1979, págs. 68-77). Por su parte, Kühne (1984) adicionó un elemento en términos de viscosidad y empezó a emplear métodos de la dinámica no lineal.

En 1995, Helbing propuso un modelo (modelo H), que usa ecuaciones de Euler y Navier-Stokes, en el cual, la varianza de la velocidad  $\sigma_v^2(x, t)$ , es empleada como una cantidad de equilibrio; sin embargo, en situaciones donde no lo hay, puede considerarse como una variable dinámica (Helbing, 1995, págs. 1067-1141).

### ***2.3.2. Enfoque microscópico***

Un análisis microscópico, que permite estudiar el comportamiento de cada vehículo como parte de un todo, teniendo en cuenta reglas particulares (posición, velocidad y aceleración de los vehículos) para su movimiento. Existen numerosos modelos que analizan el comportamiento individual de los vehículos.

En los modelos microscópicos, se consideran las llamadas unidades conductor-vehículo, denotadas por  $\alpha$ , donde sus características y comportamiento forman colectivamente el flujo general de tráfico. Además, estos modelos tienen en cuenta las características del comportamiento humano como: el tiempo de reacción de cada conductor, su grado de cortesía o agresividad, el uso de indicadores de dirección (direccional) o el tiempo para cambiar de carril; así como las características del coche como: tiempo de aceleración o tiempo de frenado. Sus principales variables de estudio son la posición  $x_\alpha(t)$  la velocidad  $v_\alpha(t)$  y la aceleración  $\dot{v}_\alpha(t)$  de los vehículos.

Históricamente, los modelos de seguimiento de automóviles fueron los primeros modelos microscópicos en ser desarrollados, principalmente debido a una extensa investigación llevada a cabo en 1958 por la compañía automotriz norteamericana General Motors (Herman y Potts, 1959, págs. 147 - 157). Los modelos de seguimiento de coches se basan en las leyes de estímulo-respuesta (conductismo), donde la respuesta a la variación de velocidad se mide por la aceleración, pudiendo dicho estímulo tener diferentes orígenes, permitiendo así obtener diferentes modelos. Considerando la variación de los modelos, aparece una relación lineal entre la velocidad y la distancia entre los vehículos, o incluso entre la aceleración y la diferencia de velocidad entre vehículos consecutivos.

Otro aporte que se ha hecho a partir de la teoría de modelos microscópicos son los modelos con autómatas celulares (AC), también conocidos como modelos de salto. El uso de modelos de autómatas celulares comienza con Gerlough (Gerlough, 1957, págs. 7579), Cremer y Ludwig (1986, págs. 297303) quienes luego hicieron varias extensiones.

Los autores Knospe, Santen, Schadchneider y Schreckenberg (1999) publicaron el modelo de tráfico vehicular K - S - S - S utilizando autómatas celulares basados en el modelo Nagel-Schreckenberg y simulando el flujo de tráfico utilizando semáforos que advierten a los vehículos sucesores posibles reducciones de velocidad, por lo tanto resultando en un flujo más suave mientras conduce. Posteriormente, en 2002, Knospe propuso el modelo K - S - S - S<sub>2</sub> para el análisis de flujo de tráfico de dos carriles.

### ***2.3.3. Enfoque cinético***

Un análisis cinético, para el cual consideramos una función de distribución que proporciona información sobre el número de vehículos que tienen velocidad instantánea en un intervalo  $\Delta v$  en un segmento  $x$  en el instante  $t$ . Este análisis tiene en cuenta el comportamiento habitual de los conductores en relación con las velocidades, así como la interacción entre vehículos.

Los modelos cinéticos también se conocen como modelos mesoscópicos, que combinan los enfoques de modelos macroscópicos y microscópicos en un modelo híbrido, en el que los parámetros del enfoque microscópico, tales como: velocidad del vehículo individual, vehículo inter espacial, entre otros, podrían depender de la cantidad de enfoque macroscópico como densidad, velocidad local o el cambio de velocidad.

En el enfoque cinético existen dos enfoques principales, aquellos en los que los vehículos no se consideran individualmente sino que se agrupan en pelotones o caravanas que se mueven a lo largo de la red de flujo (permitiendo la existencia de pelotones de un solo vehículo), como en Leonard et al.; modelo (Leonard, Gower y Taylor, 1989) y aquellos donde la dinámica de flujo está expresada por la dinámica simplificada de los vehículos por separado, como en el caso de (Jayakrisham, Mahmassani y Yu, 1994, pp. 129 - 147).

Estos modelos incluyen modelos cinéticos de gas (modelos de tráfico de gas); donde las colisiones ideales se utilizan para describir la dinámica de una cantidad llamada densidad de fase espacial. El modelo de Prigogine (Prigogine y Andrews, 1961, págs. 787-797) es un ejemplo de esta aproximación y considera que la cantidad básica es una función de distribución  $f(x, v, t)$  que describe el número de vehículos en una determinada posición y velocidad en el tiempo  $t$ .

## 2.4. Modelos matemáticos de primer orden para el tráfico vehicular

En la literatura, los modelos de primer orden únicamente consideran a la densidad como la variable relevante y los modelos que consideran tanto a la densidad como a la velocidad promedio, se denominan modelos de segundo orden, o modelos tipo Navier-Stokes. Asimismo, los modelos que consideran un número mayor de variables, se los denomina “modelos de orden superior”.

Al pasar de los años, estos modelos pasan a ser obsoletos cuando se implementa un modelo nuevo.

### 2.4.1. Modelo de Lighthill-Witham-Pichards (LWR)

El propósito del modelo de Lighthill-Witham-Pichards, conocido como LWR, es ilustrar la relación fundamental del tráfico que existe entre la densidad, velocidad y el flujo, que son las variables relevantes.

Supongamos que en una carretera hay automóviles moviéndose a una velocidad constante  $v_0$ , y que en ese tramo hay una densidad constante  $\rho_0$ , de manera que la distancia entre automóviles es también constante. Por consiguiente, en el tiempo  $\tau$  cada vehículo se ha desplazado una distancia igual a  $v_0\tau$ . Dado que la densidad  $\rho_0$  es el número de vehículos por unidad de distancia y  $v_0\tau$  es la distancia, entonces el flujo viene dado por:

$$\rho_0 v_0 = \frac{N s}{s \tau} = \frac{N}{\tau} = f \quad (1)$$

Dónde N representa el número de vehículos. ES decir, la ecuación del flujo viene dado por:

$$f(\rho, v) = \rho(x, t) \cdot v(x, t) \quad (2)$$

Los fenómenos físicos que permanecen constantes a lo largo de su evolución se basan en la ley de conservación física y se dice que se conservan sus cantidades. En el fenómeno de los vehículos que entran y salen de un tramo de vía, se busca que el número de los que entran sea igual al de los que salen, es decir, que se retengan sus cantidades.

Para hacer esto, considere una sección de la carretera en la que los automóviles se mueven de izquierda a derecha. También se asume que no hay rampas de entrada o salida en esta sección de la carretera.

El número de vehículos comprendidos dentro del intervalo  $[x_1, x_2]$  en el instante de tiempo t está proporcionada por la integral de densidad de tráfico por:

$$N = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t) dx \quad (3)$$

Por otro lado, se conoce que a partir de la relación fundamental del tráfico, que el flujo es igual a:

$$f(\rho, v) = \rho(x, t) \cdot v(x, t) \quad (4)$$

Despejando la densidad

$$\rho(x, t) = \frac{f(\rho, v)}{v(x, t)} \quad (5)$$

Derivando la ecuación con respecto al tiempo tenemos:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t) dx \quad (6)$$

Sustituyendo el valor de la densidad se obtiene:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(\rho, v)}{v(x, t)} dx \quad (7)$$

y reemplazando la velocidad

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(\rho, v)}{\frac{dx}{dt}} dx \quad (8)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} f(\rho, v) dt \quad (9)$$

Después, tomando en cuenta el teorema fundamental del cálculo se obtiene:

$$\frac{dN}{dt} = f_{in}(\rho, v) - f_{out}(\rho, v) \quad (10)$$

Por lo tanto, el número de vehículos que ingresan es igual al número de vehículos que sale.

#### 2.4.2. Modelo de Lighthill-Witham con difusión (LWD)

Para evitar la aparición de la onda de choque en el modelo LWR se hace una cierta modificación.

En 1974 Lighthill eligió una ecuación constitutiva diferente:

$$\phi(\rho) = \rho V_{max} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}}\right) - D \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (11)$$

Dónde  $D$  es una constante denominada coeficiente de difusión, la cual siempre toma valores positivos. La situación directa de la nueva ecuación constitutiva en la ecuación de continuidad nos lleva a:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V_{max} \left(1 - \frac{2\rho}{\rho_{max}}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0 \quad (12)$$

Se observa que la estructura no lineal de la ecuación de Burgers persiste, pero ahora hay un término en segundas derivadas de la densidad, que es similar a un término de difusión usual. Esta es la ecuación de Burgers usual, que también se puede escribir en términos de variables adimensionales, tomando  $\rho = \rho_{max} \left(\frac{1-\rho'}{2}\right)$ ,  $x' = \rho_{max}x$ ,  $t' = \rho_{max}V_{max}t$  y, el coeficiente de difusión adimensional queda como  $D' = \frac{\rho_{max}}{V_{max}}D$ . Posteriormente se obtiene la ecuación en la forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \rho}{\partial t} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0 \quad (13)$$

### 2.4.3. Modelo de Nelson

El modelo de Nelson se guía al modelo LWD como punto de partida, sin embargo, se modifica el coeficiente de difusión para obtener la descripción de "flujo sincronizado", que permite la transición entre los dos sistemas de tráfico existentes: el flujo libre y el flujo congestionado. La forma más sencilla de entender el concepto es si consideramos una carretera de dos carriles, ambos en la misma dirección de viaje.

En ciertos parámetros de alta densidad, los vehículos se mueven a una velocidad constante, aunque a diferentes velocidades en cada carril. Este evento representa una sincronización entre los dos carriles y tampoco permite que los vehículos cambien de carril. Cuando solo hay un carril disponible, hay que tomar un marco de referencia que se mueva con la velocidad promedio de los vehículos y luego veremos que hay un frente parado, todo en alta densidad.

En este modelo, Nelson empleó un coeficiente de difusión que depende de la densidad como variable, de esa forma, la expresión necesaria para cerrar la ecuación depende de la densidad evaluada en la posición y los tiempos sustituidos.

$$V(x, t) = V_e(\rho(x + \lambda - VT, t - T)) \quad (14)$$

Dónde  $T$  es un tiempo de reacción en el que los conductores intentan ajustar su velocidad a cualquier posición en el tiempo  $t$ , de modo que  $T$  es en realidad un retraso de tiempo en la respuesta. Por otro lado, para compensar el retraso mencionado anteriormente, los conductores

intentan ajustar la densidad a una cierta distancia frente a su posición  $x$  (distancia de avance). Tanto  $T$  como  $\lambda$  se consideran pequeñas cantidades y se desarrollan en serie, por lo que el coeficiente de difusión tiene la forma:

$$D(\rho) = -\lambda\rho V'(\rho) - T\rho^2[V'(\rho)]^2 \quad (15)$$

La variable  $V'(\rho)$  es la derivada de la velocidad, dada por el orificio  $V_e(\rho) - \rho$  según la densidad y es negativa. El principal problema es que este coeficiente de difusión puede ser negativo para valores por debajo del máximo. El valor exacto depende del diagrama básico utilizado, cualitativamente esto significa que el conductor puede compensar más de lo necesario a partir de ciertas densidades.

#### 2.4.4. Modelo de Jordan

En el modelo de Jordan, se corrige una de las principales fallas de los modelos de primer orden mencionados anteriormente. Partiendo de la ecuación de continuidad e introduciendo una ecuación de material, las señales se alargan con una velocidad infinita, es decir, se puede sentir una perturbación del flujo en todos los lugares y posiciones de la carretera al mismo tiempo. En términos de tráfico de vehículos, esto significa que el conductor reacciona inmediatamente, dependiendo de su experiencia, a los cambios que ocurren a cualquier distancia frente a él.

Este aspecto ha sido documentado en la literatura y se ha propuesto una corrección a la ecuación constitutiva de flujo que agrega un tiempo de respuesta para la escalera.

$$\emptyset + T_0 \frac{\partial \emptyset}{\partial t} = V_{max} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \quad (16)$$

Obteniendo la ecuación para la densidad en la forma:

$$T_0 \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial \rho}{\partial t} + V_{max} \left(1 - \frac{2\rho}{\rho_{max}}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

Esta ecuación se conoce como la "Ecuación hiperbólica de Burgers (HBE)", donde  $T_0$  es el tiempo de reacción de los conductores.

La introducción del tiempo de reacción tiene como consecuencia que ahora el coeficiente de difusión  $D > 0$  es constante, la velocidad de las señales ya es finita y está determinada por el coeficiente de difusión y el tiempo de reacción. Desde un punto de vista matemático, la introducción de este tiempo altera radical y fundamentalmente la estructura de la ecuación, porque ahora en lugar de una ecuación de difusión típica, se obtiene una ecuación de onda.

## 2.5. Modelos matemáticos de segundo orden para el tráfico vehicular

Las variables relevantes que se consideran en los modelos de segundo orden son tanto la densidad  $\rho(x, t)$  como a la velocidad  $v(x, t)$ . De igual manera, la ecuación de continuidad seguirá siendo útil y válida, sin embargo, a diferencia con los modelos de primer orden, ahora necesitamos una ecuación diferencial adicional que nos permita describir la dinámica de ambas variables. Es decir, que además de la ecuación de continuidad, se obtiene una ecuación para la velocidad y ésta debe proponerse, o bien deducirse a partir de un modelo cinético. Los modelos de segundo orden han pasado por varias etapas y procesos, pero comparten la misma similitud con la ecuación de Navier-Sokes en la dinámica de fluidos compresibles.

### 2.5.1. Modelo de Kerner-Konhäuser

El modelo Kerner-Konhäuser (modelo K) considera la ecuación de continuidad para la densidad y en lugar de la ecuación constitutiva para el flujo  $\Phi$ , propone una ecuación dinámica para él, de esta forma se tiene que:

$$T_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \phi V + c_0^2 \rho - \eta \frac{\partial V}{\partial x} \right) = \frac{\rho}{\tau} [V_e(\rho) - V] \quad (18)$$

Dónde  $\eta > 0$  es constante y juega un papel semejante a la viscosidad volumétrica en flujo compresible, a su vez  $\tau > 0$  es un tiempo de relajamiento en el cual los conductores vehiculares tratan de ajustar su rapidez o velocidad. La ecuación también se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} + \frac{1}{\tau} [V_e(\rho) - V] \quad (19)$$

Esta ecuación (19), tiene igual similitud con la ecuación propuesta de Navier-Stokes en la dinámica de flujo compresible. La cantidad  $\mathcal{P}(x, t)$  se conoce con el nombre de “presión de tráfico”, por su semejanza con el tensor de presiones, además el modelo K propone que la presión de tráfico se escriba en la forma:

$$\mathcal{P}(x, t) = \rho(x, t) \theta_0 - \eta \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \quad (20)$$

Dónde  $\theta_0$  es la varianza, que en este caso propone como  $\theta(x, t)_0 = \theta_0 = c_0^2 = \text{constante} > 0$ . Si reescribimos las ecuaciones, podemos ver que la ecuación para la velocidad promedio es:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\theta_0}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\eta_0}{\rho} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1}{\tau} [V_e(\rho) - V] \quad (21)$$

En la cual se puede apreciar su similitud con la ecuación de Navier-Stokes.

## 2.6. Modelos matemáticos de orden superior para el tráfico vehicular

Los siguientes modelos poseen un orden mayor al segundo y se les conoce como modelos de orden superior, y el modelo de Helbing (H) descrito en esta sección pertenece a este conjunto porque tiene en cuenta tres variables relevantes en la descripción. El modelo H se propuso para superar las dificultades del modelo K mencionadas anteriormente. Por tanto, la varianza se considera una variable relevante y se propone una ecuación dinámica para determinar su comportamiento. Evidentemente, esta propuesta requiere parámetros y datos adicionales derivados del comportamiento empírico.

El modelo H contiene variables ( $\rho$ ,  $V$ ,  $\theta$ ) y, por lo tanto, tenemos tres ecuaciones acopladas no lineales para ellas. Además de una ecuación para la varianza, los parámetros del modelo H incluyen el tamaño de los vehículos y un tiempo relacionado con el progreso del conductor.

Las ecuaciones que correspondientes a este modelo se expresan en la siguiente manera:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\tau} [V_e(\rho) - V] \quad (23)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + V \frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{2\mathcal{P}}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x} + \frac{2}{\tau} [\theta_e(\rho, V) - \theta] \quad (24)$$

Se puede apreciar que las ecuaciones (22), (23) y (24) tienen la estructura de la dinámica de fluidos, donde también se considera a la temperatura como variable además de las ecuaciones de la densidad y la velocidad. Es importante señalar que la presencia de términos análogos, no significa que tengan el mismo significado. De manera similar,  $\mathcal{P}$  describe la presión del tráfico y  $\mathcal{J}$  representa el equivalente del flujo de calor y es una medida de la asimetría en la estructura de la función de distribución de velocidad.

Para el modelo H se tienen las siguientes expresiones:

$$\mathcal{P} = \frac{\rho \theta}{1 - \rho s(V)} - \eta \frac{\partial V}{\partial x} \quad (25)$$

$$\mathcal{J} = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (26)$$



Dónde:

$$\eta = \frac{\eta_0}{1-\rho s} \quad (27)$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{1-\rho s} \quad (28)$$

$\eta$  y  $\lambda$  corresponden a los coeficientes que intervienen en la presión de tráfico y en  $J$ . Las cantidades  $\eta_0$ ,  $\lambda_0$  son constantes y  $s(V) = l + V\Delta T$  es una corrección que toma en cuenta el tamaño de los vehículos,  $l$  es su longitud y  $\Delta T$  es un tiempo relacionado con el avance del conductor. Por otra parte, para la varianza que corresponde al estado homogéneo y estacionado,  $\theta_e(\rho, V)$ .

## 2.7. Autómatas Celulares

Un autómata celular es un conjunto de celdas o células "coloreadas" en una cuadrícula de forma especial que va cambiando a través de una serie de pasos de tiempo discretos respecto a un conjunto de normas basadas en los estados actuales de las celdas vecinas. A continuación, las reglas se aplican de forma iterativa durante tantos pasos de tiempo como se desee. Von Neumann fue una de las primeras personas en considerar tal modelo e incorporó un modelo celular en su "constructor universal". Los autómatas celulares se estudiaron a principios de la década de 1950 como un posible modelo para sistemas biológicos (Wolfram 2002, p. 48). S. Wolfram ha realizado estudios exhaustivos de autómatas celulares a partir de la década de 1980, y la investigación fundamental de Wolfram en el campo culminó con la publicación de su libro *A New Kind of Science* (Wolfram 2002) en el que Wolfram presenta una gigantesca colección de resultados sobre autómatas, entre los que se encuentran una serie de nuevos descubrimientos revolucionarios. (Hachinski, 2001).

Los modelos de Autómatas Celulares (AC) son modelos matemático computacionales que representan por medio de algoritmos, y son muy útiles por la velocidad a la que se muestran los resultados y el comportamiento que generan las dinámicas complejas mientras el autómata está en marcha, pudiendo observar también interesantes fenómenos y cambios.

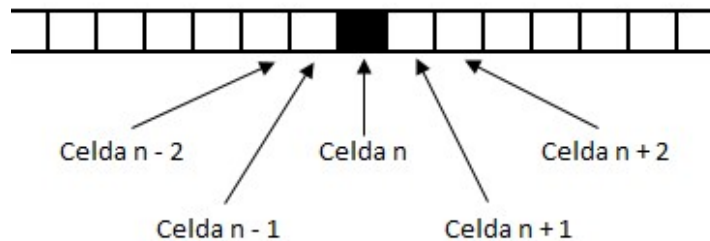
Por esta razón, los autómatas celulares tienen una amplia variedad de aplicaciones, que van desde simulaciones realistas de medios granulares, modelado de fluidos, modelado de cáncer, modelado de avalanchas, modelado de mercado de valores, así como fenómenos magnéticos. La aplicación en la dinámica del tráfico vehicular ha dado lugar a una gran cantidad de investigaciones sobre su aplicabilidad, encaminadas a comprender las irregularidades del tráfico vehicular, responsables de la aparición de congestión.

### 2.7.1. Definiciones

Para comprender mejor y con mayor claridad los elementos que intervienen en los autómatas celulares, a continuación se definen los más importantes:

#### 2.7.1.1. Definición de Lattice

Un "Lattice" o "célula" es una disposición uniforme, que se obtiene formando objetos idénticos llamados "celdas" o "células". Las disposiciones que pueden existir son n-dimensionales, sin embargo, para fines de simulación de sistemas naturales, se utilizan una, dos o tres dimensiones, que son de tamaño finito. En el Gráfico 1-2 se representa un autómata celular unidimensional, que se divide en celdas más pequeñas. Se considera cualquier celda  $n$ , las celdas adyacentes se identifican como celda  $n - 2$ , celda  $n - 1$ , celda  $+ 1$ , celda.  $+ 2$ .



**Gráfico 1-2:** Representación de un AC unidimensional

Fuente: (Hoyo Alan, 2006).

#### 2.7.1.2. Definición de Vecindad

Una vecindad para una célula  $c \in L$  se define como:

$$V(c) = \{r_1, r_2, \dots, r_n / r_i \in L; i = 0, 1, \dots, n\} \quad (29)$$

Donde  $r$  es el radio o distancia entre vecinos, por lo tanto, una vecindad es un conjunto de células para las cuales la célula  $c$  es el punto de referencia para el área de influencia.

En el caso de AC de una dimensión, la vecindad de la  $i$ -ésima celda puede consistir en las celdas contiguas a la derecha y a la izquierda, de modo que esta vecindad tiene el radio  $r$  como se indica en el Gráfico 6-2.



el siguiente estado representa el siguiente estado del nodo central en un momento discreto posterior, estas reglas son aplicadas sincrónicamente en todos los nodos.

**Tabla 1-2:** Aplicación de la regla de transición de un Automata Celular unidimensional binario.

<b>Vecindad</b>	<b>Estado Siguiente</b>
000	0
001	0
010	0
011	1
100	1
101	1
110	0
111	1

**Fuente:** Hoyo, 2006.

**Elaborado por:** (Murillo Juan, 2022).

La función o regla de transición toma valores discretos sobre un conjunto finito (en el caso de un AC binario el conjunto es  $\{0,1\}$ ), se puede mostrar en la Tabla 1-2, que restringe los estados de las celdas a un conjunto generalmente pequeño, lo que las diferencia de otros sistemas dinámicos con las ecuaciones diferenciales parciales. (Hoyo, 2006).

### **2.7.2. Modelo de Nagel-Schreckenberg**

#### **2.7.2.1. Definición del Modelo de Nagel-Schreckenberg.**

Un Automata Celular básico para el modelado del flujo de tránsito vehicular es el modelo de Nagel-Schreckenberg o simplemente denominado modelo Na-Sch. La característica de este un Automata Celular radica que se puede modelar el flujo de tránsito vehicular en un sólo carril.

El modelo de Nagel-Schreckenberg contiene  $N$  vehículos desplazándose en una Lattice  $L$  unidimensional con condiciones de frontera periódicas, es decir, el número de vehículos que se desplazan se conservan, en donde el número de vehículos es el mismo en cada instante de tiempo  $t$ , en otras palabras, la cantidad de vehículos es realimentado en un extremo y es perdido en el otro.

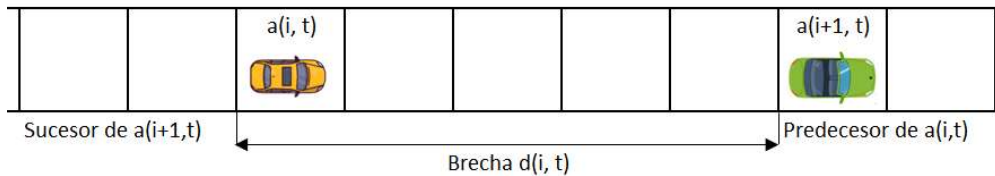
Para cualquier tiempo  $t$ , cada célula puede estar libre u ocupada por un vehículo, y se denota por  $x(i, t)$  a la posición del vehículo,  $a(i, t)$  sobre  $L$  en el tiempo  $t$ . Cada uno de los vehículos tendrá en un tiempo  $t$ , así mismo, un desplazamiento  $v(i, t) \in \{0, 1, 2, \dots, v_{max}\}$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  la cual está dada en células por unidad de tiempo (el espacio y el tiempo son discretos).

Con estos conceptos, la definición de brecha entre un vehículo y su predecesor puede ser definida como:

Sea  $AC = (L, S, V, F)$  un Autómata Celular que modela el flujo del tránsito vehicular y  $a(i, t)$  es un vehículo en el tiempo  $t$ , tal que  $a(i, t)$  tiene predecesor. La posición del vehículo  $a(i, t)$  es  $x(i, t)$  y la célula que lo representa es  $r_a(i, t) = r_j$ , es decir,  $x(i, t) = j$ ; la posición de  $a(i + 1, t)$  es  $x(i + 1, t)$  y la célula que lo representa es  $r_a(i + 1, t) = r_k$ , o sea,  $x(i + 1, t) = k$ . La brecha entre  $a(i, t)$  y  $a(i + 1, t)$  es la distancia entre ambos vehículos, que se calcula como el número de células vacías entre  $a(i, t)$  y  $a(i + 1, t)$ .

Es otras palabras, si  $d(i, t)$  representa la brecha o distancia entre ambos vehículos en el tiempo  $t$ , por lo tanto, se tiene que definir como:

$$d(i, t) = \begin{cases} x(i + 1, t) - x(i, t) - 1 & \text{Si } x(i + 1, t) > x(i, t) \\ x(i + 1, t) - x(i, t) + (l - 1) & \text{Si } x(i + 1, t) < x(i, t) \end{cases} \quad (30)$$



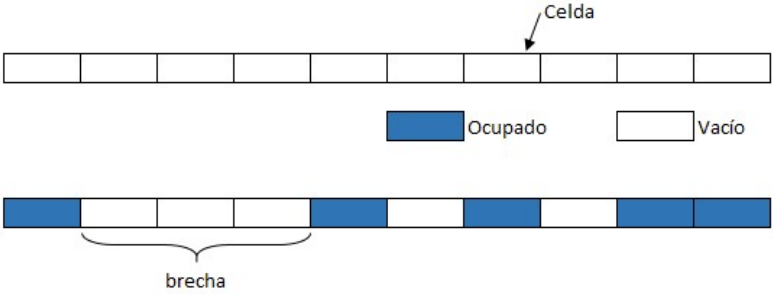
**Gráfico 3-2.** Carril en un modelo de tráfico vehicular representado con un autómata celular.

**Fuente:** (Fernández, 2009).

En el modelo, el tiempo se divide en pequeños intervalos iguales y en cada uno de ellos se actualizan al mismo tiempo las posiciones y las velocidades de los vehículos como se indica en el gráfico 3-2.

Todos los vehículos están descritos por su propia ecuación de movimiento, se asume una velocidad uniforme para todos los vehículos, existirá un parámetro probabilístico, que se refiere a la probabilidad de que un vehículo tenga que disminuir su velocidad.

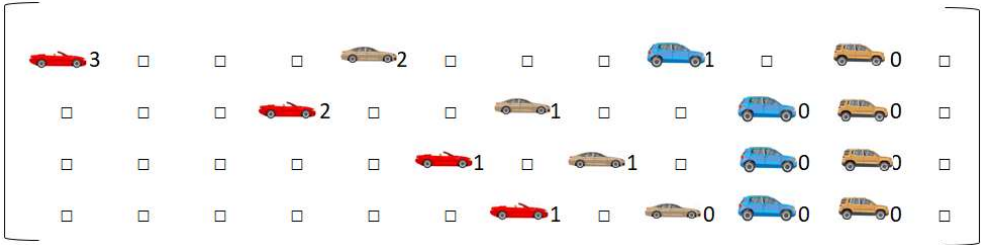
En el gráfico 4-2 se puede observar que el carril está dividido en celdas iguales, de tal tamaño que cada una de ellas tiene como máximo un vehículo, el espacio entre dos vehículos consecutivos está delimitado por el número de celdas vacías.



**Gráfico 4-2.** Arreglo de 10 celdas

Fuente: (Murillo Juan, 2021).

La carretera está representada por un conjunto discreto de lugares, y se obtiene que los automóviles cambian de lugar instantáneamente de una iteración a la siguiente. Por ejemplo, si observamos en el gráfico 5-2, este momento a un automóvil en esta posición con una velocidad de 3 unidades, entonces el automóvil avanzará 3 cuadros, la unidad de tiempo es una iteración. El coche tomará esa velocidad dependiendo de quién esté delante. Se les llama leyes locales de evolución y se les llama autómatas celulares porque ambos estados son discretos, es decir, solo toman un número finito de valores alias las posibles velocidades que este objeto puede realizar. El espacio está discretizado y también el tiempo, ya que el tiempo evoluciona a saltos. El espacio de estados y el tiempo de variación de forma discreta o discontinua.



**Gráfico 5-2.** Modelo de Nagel- Schreckenberg

**Fuente:** (Murillo Juan, 2021).

En los autómatas celulares, los autos solo pueden ocupar un número discreto de posiciones y en cada posición se asocia un número que es su velocidad, en el gráfico 9-2 se muestra el primer auto que tiene una velocidad de 3 unidades, el segundo auto una velocidad de 2 unidades, la siguiente de 1 y la última se detiene. Todo esto se representa en el tiempo  $t$  igual a cero. En el tiempo  $t$  igual a 1, el primer auto que tiene una velocidad de 3 unidades, avanza 3 cuadros y cómo ve que ya tiene a alguien delante, luego baja su velocidad a 2. El auto que tiene 2 unidades de velocidad, avanza 2 espacios pero como tiene un coche delante de él, reduce la velocidad a 1 unidad. El siguiente solo pudo avanzar una unidad y luego tuvo que detenerse para evitar chocar con el que estaba al frente. Este es el estilo de cómo evoluciona un autómata celular, y esto se puede representar gráficamente poniendo una celda negra si la celda está ocupada por un automóvil, o una celda blanca si la celda no está ocupada, y acompañada de un número que represente su velocidad.

### **2.7.1.2. Probabilidad de Frenado.**

En la regla de aleatorización empleada en el modelo de Na-Sch,  $p$  es la probabilidad de que un vehículo disminuya su velocidad aleatoriamente. Esta probabilidad puede distinguirse como la ocasional de congestionamientos aleatorios en un flujo de tráfico normal, causado en la realidad por alguna causa arbitraria, por ejemplo, la distracción de un conductor al empezar a acelerar, reductores de velocidad existentes en la vía que son los principales factores.

La probabilidad de frenado  $p$ , varía entre 0 a 1. Cuando  $p$  se acerca a 0, los vehículos se desplazan con determinada velocidad, es decir, no frenan o su frenado es mínimo; sin embargo, cuando  $p$  se acerca a 1, los vehículos se detienen, es decir, su velocidad es cero, por lo que no habría desplazamiento de los vehículos en cada iteración.

### **2.7.1.3. Modelo matemático de Nagel y Schreckenberg.**

En el modelo de Nagel y Schreckenberg (en lo sucesivo AC Na-Sch) la carretera consta de  $L$  celdas (cada una corresponde aproximadamente a 4 metros) y  $N$  es el número de autos. Cada celda puede estar vacía u ocupada por un sólo vehículo. Con  $x_n \in \{1, 2, \dots, L\}$  se denota la posición del  $n$ -ésimo auto.

La brecha es el espacio que existe entre dos vehículos consecutivos, es decir, es el número de celdas vacías que hay entre los dos. La velocidad de cada vehículo  $v_n, n = 1, 2, \dots, N$  puede tomar los valores  $0, 1, 2, \dots, v_{max}$ . El estado de la carretera al tiempo  $t + 1$  a partir del estado al tiempo  $t$  se puede obtener aplicando las siguientes reglas a todos los vehículos al mismo tiempo:

Regla 1: aceleración:

$$v_n \rightarrow \min(v_n + 1, v_{max}) \quad (31)$$

Esta regla se cumple si  $v < v_{max}$  y  $v < brecha$ , entonces la velocidad del vehículo al inicio de la siguiente iteración varía entre  $v_n + 1$  y la velocidad máxima permitida.

Regla 2: Frenado

$$v_n \rightarrow \min(v_n, brecha - 1) \quad (32)$$

Si  $v > brecha$ , entonces la velocidad del vehículo al inicio de la siguiente iteración será el valor de la brecha.

Regla 3: Aleatorización

$$v_n \rightarrow \max(v_n - 1, 0), \text{ con probabilidad } p \quad (33)$$

Se genera un número aleatorio "Random", que varía entre 0 y 1, la cual si  $\text{Random} < p$ , donde  $p$  es la probabilidad de frenado, entonces la velocidad del vehículo en la siguiente iteración será " $v - 1$ ".

Regla 4: Avance

$$x_n \rightarrow x_n + v_n \quad (34)$$

En esta regla, el vehículo avanza  $v_n$  en la siguiente iteración.

La primera regla refleja el impulso del conductor de acelerar hasta la velocidad máxima permitida  $v_{max}$ . Para evitar accidentes expresamente prohibidos por el modelo, el conductor deberá frenar si su velocidad supera el espacio que tiene delante. El factor aleatorio intenta modelar el comportamiento de los conductores individuales, como la inestabilidad a la velocidad máxima, la reacción exagerada al frenar y una fuerte aceleración desacelerada.

Con estas reglas obtenemos la siguiente ecuación de movimiento, que también usaremos en nuestro modelo matemático.

$$x(t + 1) = x(t) + v(t + 1) \quad (35)$$

En el modelo, el tiempo se divide en pequeños intervalos iguales y en cada uno de ellos las posiciones y velocidades de los vehículos al mismo tiempo.



Todos los vehículos están descritos por su propia ecuación de movimiento, se asume una velocidad uniforme para todos los vehículos, existe un parámetro probabilístico que se relaciona con la posibilidad de que un vehículo tenga que reducir su velocidad.

## **2.8. Procesos estocásticos para el tráfico vehicular**

También conocido como proceso aleatorio, es un conjunto de variables aleatorias que depende de un argumento o de un parámetro. En el análisis de series temporales, el argumento o parámetro es el tiempo.

Dicho proceso se define como una familia de variables aleatorias “X” indicadas por el tiempo, t, de tal manera que para cada valor de t, X tiene una distribución de probabilidad determinada.

En términos más simples, definimos como un suceso que no se puede pronosticar, es decir, se mueve al azar.

Algunos ejemplos de los procesos estocásticos se presentan a continuación.

- Electrocardiograma
- Terremotos
- El clima
- El segundo preciso de un partido en el que un jugador anota un gol
- Tráfico vehicular

Como podemos demostrar son procesos totalmente aleatorios. Es imposible conocer en qué segundo anotará el jugador un gol. Aun con los avances tecnológicos sigue siendo imposible predecir un terremoto. Al igual que es absurdo anunciar de forma exacta qué tiempo existirá alto o bajo tráfico vehicular.

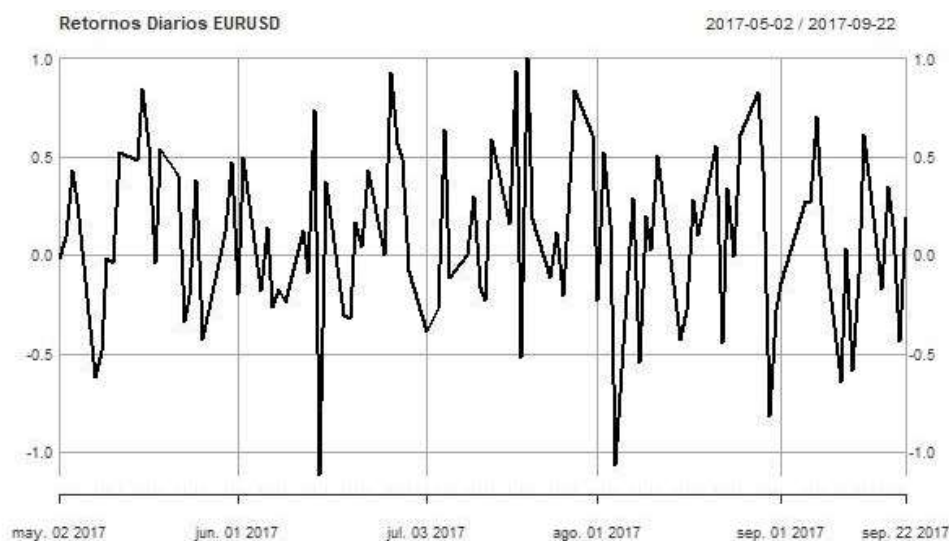
### **2.8.1. Tipos de procesos estocásticos**

Existen dos tipos. La diferencia entre los mismos, tiene que ver con predictibilidad de una serie temporal:

- Procesos estocásticos estacionarios: Posee una serie de particularidades que lo hacen, en cierta forma, previsible.
- Procesos estocásticos no estacionarios: En términos generales, sería impredecible.

### 2.8.1.1. Proceso estocástico estacionario

Es aquel cuya colocación de posibilidad varía de forma más o menos firme a lo largo de cierto periodo de tiempo. Con otras frases, una serie de números puede parecer (y ser) confusa, pero tomar valores dentro de un rango limitado. Por medio de esta averiguación se pueden realizar modelos que intenten predecir la variable. Los retornos diarios de un activo bancario son un ejemplo. Los retornos diarios del EURUSD, es decir, la variación diaria en porcentaje se muestra en la Gráfica 6.2.



**Gráfico 6-2.** Proceso estocástico estacionario

Fuente: (Hoyo Alan, 2006).

Este gráfico refleja los retornos diarios en porcentaje del EURUSD desde 1999. Sin embargo, para entender mejor el concepto, vamos a ofrecer solo los últimos 100 días.

En la gráfica se puede visualizar con más claridad el comportamiento de la variable. Durante los últimos 100 días el EURUSD ha tenido variaciones dentro del rango -1% y 1%. No podemos pronosticar cuál será la variación de un día en concreto, pero podemos vislumbrar (que no confirmar), el rango de valores entre el que estará la variable.

### 2.8.1.2. Proceso estocástico no estacionario

Es aquel cuya distribución de probabilidad varía de forma no constante. De otra manera, si una sucesión de números se comporta de forma completamente caótica. Como ejemplo mostramos el importe del par de divisas EURUSD.



**Gráfico 7-2.** Proceso estocástico no estacionario.

**Fuente:** (Hoyo Alan, 2006).

Como se puede evidenciar de la Gráfica 7.2, tanto la variabilidad, como la media, varía a lo largo del tiempo, en el cual no se puede pronosticar si el EURUSD, va a subir o bajar. Ha subido durante algunos años y ha bajado durante otros tantos. Con lo citado anteriormente, no tiene sentido pretender anunciar el movimiento.

Se considera que un proceso estocástico compone un proceso aleatorio. El cual no sigue un esquema. Por tanto, coexisten dos tipos. Los procesos estocásticos no estacionarios o caóticos. Y los procesos estocásticos estacionarios que, por las particularidades, consiguen intentar predecirse.

Puesto que la palabra estocástico es un sinónimo de aleatoriedad, por lo cual un proceso estocástico es un método que manejamos para darle búsqueda a un fenómeno aleatorio a través del tiempo. Cada valor perfecto mediante la inconstante aleatoria definida, nos informará de lo que acontece con el fenómeno expuesto conforme acontece el tiempo. A cada valor posible se le llama una etapa y a las diferentes permutas de un estado a otra transición. En la búsqueda de cada registro se le conoce como realización del proceso, y se los aplica a cualquier sistema que perciba variabilidad al azar acorde acontece el tiempo. (Kalin y Taylor, 1975)

En particular, para nuestro modelo, definimos el proceso estocástico  $X(p)$  como el número de vehículos que transitan en el intervalo  $(0, t)$ . Con lo cual, para cada valor de  $p$  (probabilidad de

frenado) que se elija se tiene una variable aleatoria diferente que representará al tráfico vehicular para cada simulación. En el proceso estocástico, originado por el problema, se hace indiscutible que la consecuencia puede variar estribando de la medida  $p$ .

## CAPÍTULO III

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1. Identificación de las variables

##### 3.1.1 Variable independiente:

- Flujo Vehicular.

##### 3.1.2 Variable dependiente:

- Desplazamiento Vehicular.

#### 3.2. Operacionalización de variables y matriz de consistencia.

La Tabla 1-3 muestra la operacionalización de la variable independiente, seguido la Tabla 2-3 muestra la operacionalización de la variable dependiente y la Tabla 3-3 indica la matriz de consistencia.

**Tabla 1-3:** Operacionalización de la variable independiente

<b>VARIABLE INDEPENDIENTE</b>	<b>CONCEPTUALIZACIÓN</b>	<b>DIMENSIONES</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>DEFINICIÓN DE LOS INDICADORES</b>	<b>CRITERIO DE MEDICIÓN</b>	<b>TÉCNICA</b>	<b>INSTRUMENTO</b>	<b>ESCALA</b>
Flujo Vehicular	Es el fenómeno causado por el creciente uso de vehículos y exceso de peatones en una vía, calle o autopista.	Aforo Vehicular	Número de vehículos	Cantidad de vehículos que transitan	Determinar la cantidad de vehículos dentro de la ESPOCH	Encuesta	Cuestionario	Nominal

**Fuente:** Juan Murillo, 2022.

**Elaborado por:** (Murillo Juan, 2022).

**Tabla 2-3:** Operacionalización de la variable dependiente

<b>VARIABLE DEPENDIENTE</b>	<b>CONCEPTUALIZACIÓN</b>	<b>DIMENSIONES</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>DEFINICIÓN DE LOS INDICADORES</b>	<b>CRITERIO DE MEDICIÓN</b>	<b>TÉCNICA</b>	<b>INSTRUMENTO</b>	<b>ESCALA</b>
Desplazamiento Vehicular	Es el movimiento que realiza un vehículo para ir de un punto inicial a un punto final en una determinada sección de una vía pública.	Longitud de cola	Espaciamiento promedio entre vehículos	Es la longitud lineal de todos los vehículos que esperan antes de cruzar una intersección vial por un determinado periodo de tiempo.	Determinar la longitud lineal vehicular existente en la ESPOCH	Encuesta	Cuestionario	Nominal

Fuente: Juan Murillo, 2022.

Elaborado por: (Murillo Juan, 2022).

**Tabla 3-3:** Matriz de consistencia

<b>FORMULACIÓN DEL PROBLEMA</b>	<b>OBJETIVO GENERAL</b>	<b>HIPÓTESIS</b>	<b>VARIABLES</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>TÉCNICAS</b>	<b>INSTRUMENTOS</b>
¿Cómo generar una alternativa de solución al problema de transporte mediante la implementación de modelos matemáticos a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023?	Desarrollar un modelo matemático a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023.	El modelo matemático propuesto a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo logra una mejor visión en el congestionamiento dentro del campus.	<b>Variable Independiente</b> Flujo Vehicular	Número de vehículos	Encuesta	Cuestionario
			<b>Variable Dependiente</b> Desplazamiento Vehicular	Espaciamiento promedio entre vehículos	Encuesta	Cuestionario

Fuente: Juan Murillo, 2022.

Elaborado por: (Murillo Juan, 2022).



### **3.3. Tipo y diseño de investigación**

El tipo de la investigación a realizarse en este trabajo será explicativo, puesto que en él no se crea nueva teoría, pero sí se presenta una manera expedita para usar la teoría existente y establecer relación de correlación entre variables. (Hernández et al. 2014, pp. 150).

El diseño de investigación a utilizarse, para este trabajo de titulación, es experimental, porque se centran en obtener información a través de herramientas como encuestas.

### **3.4. Métodos de investigación**

El método empleado en la realización de la investigación es el método deductivo, puesto que, necesario primero entender toda la teoría relacionada al tráfico vehicular y posteriormente determinar un modelo matemático que se ajuste al comportamiento de las variables para su optimización.

### **3.5. Enfoque de la investigación**

El enfoque que va a tomar la investigación será cuantitativo ya que la situación de control en el cual se manipulan, de manera intencional, una o más variables independientes (causas) analizaran las consecuencias de tal manipulación sobre una o varias variables dependientes (efectos).

### **3.6. Alcance de la investigación**

Debido a que se analizan las relaciones entre una o más variables independientes y una o dos más dependientes, así como los efectos causales de las primeras sobre las segundas son estudios explicativos, que determinan correlaciones.

El presente trabajo investigativo se basa en un modelo teórico, sujeto a experimentación a través de la simulación, justamente por las condiciones de pandemia por el COVID-19.

### **3.7. Población de estudio**

En la investigación no es preciso definir una población o una muestra porque los datos con los que se van a trabajar para realizar un modelo de la planta serán adquiridos mediante experimentación durante el desarrollo del presente trabajo de titulación.

### **3.8. Unidad de análisis**

En este caso, el presente trabajo de titulación estudia a todos los casos de sistemas estables discretos lineales.

### **3.9. Selección de la muestra**

No aplica en la presente investigación, ya que los datos de las variables se obtendrán de una encuesta realizada en un trabajo de investigación previa.

### **3.10. Instrumentos para procesar datos recopilados**

Para procesar los datos se lo realizará en base al software Wólfram Matemática, el cual facilita la verificación de la hipótesis y así determinar el parámetro para optimizar el tráfico vehicular.

En este capítulo se desarrolla la construcción del modelo de la dinámica del tránsito vehicular mediante Autómatas Celulares basado en el modelo de Nagel-Schreckenberg bajo el enfoque microscópico empleando el proceso estocástico no estacionario. Para ello se requiere la teoría planteada en el capítulo anterior. Adicional se simulará la dinámica del flujo vehicular dentro de la ESPOCH por medio del programa Wólfram Matemática.

### **3.11. Modelo Matemático Propuesto**

El problema se considera modelado de eventos discretos, donde nos interesa conocer la posición, la velocidad y el comportamiento de los vehículos en una vía de un solo carril que interactúan con otros vehículos.

El modelo que se presenta para el tráfico de vehículos en una vía de un carril con vehículos que se mueven en un solo sentido de izquierda a derecha tratará de describir el comportamiento individual de cada uno de los vehículos. Este comportamiento está influenciado por el comportamiento de otros vehículos, lo que provoca una interacción entre todos los vehículos que forman parte del sistema.

Como se analizó en el capítulo anterior, las reglas que se deben tomar en cuenta para armar nuestro modelo matemático se basa en las reglas basadas en (31), (32), (33) y (34) y (35), las cuales se arman en el diagrama de flujo representadas en el ANEXO A.

#### **3.11.1. Algoritmo del modelo propuesto**

En el ANEXO A se observa que los datos de entrada son el número de Lattice, número de vehículos, velocidad máxima y la probabilidad de frenado. De estas variables, se obtienen unas variables auxiliares o denominadas variables locales, como que permitirán el uso de las reglas planteadas en el capítulo anterior para el modelo matemático.

La toma de decisiones que se emplea en el modelo propuesto, es comprobar si la velocidad actual del vehículo es mayor a la brecha, entonces el vehículo tendrá que disminuir su velocidad, caso contrario, el vehículo puede aumentar su velocidad.

En el caso de que el vehículo deba disminuir la velocidad, se hace la siguiente comparación, que si el Random es mayor a la probabilidad de frenado, entonces el vehículo adquiere la velocidad equivalente a la brecha menos una unidad, caso contrario, únicamente se desplazara el valor de la brecha que será su velocidad.

En el caso de que el vehículo deba aumentar su velocidad, se hace la siguiente comparación, si la velocidad con la que circula es menor a la velocidad máxima permitida, entonces el vehículo puede aumentar su velocidad a una unidad, caso contrario, permanece con su velocidad actual.

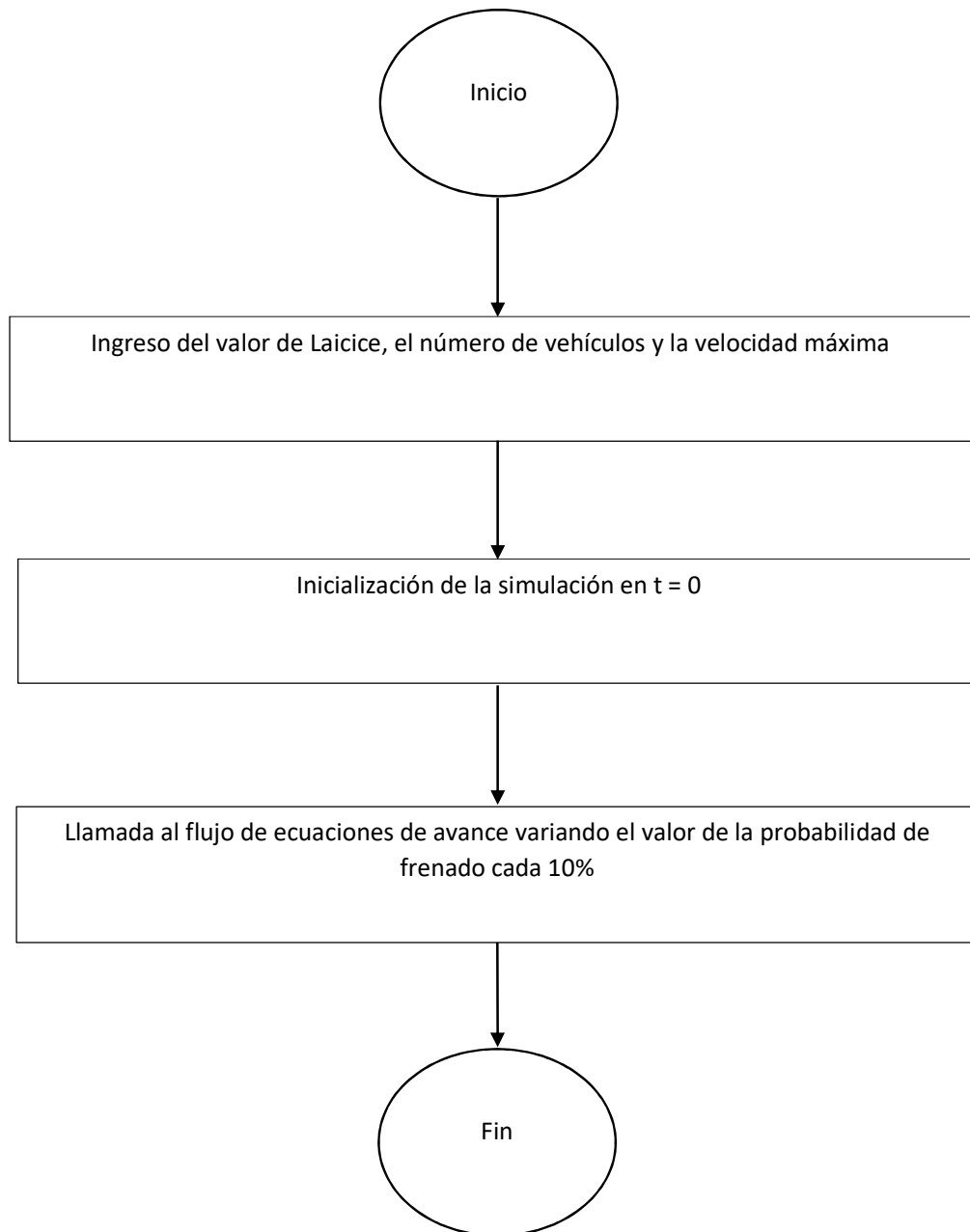
### **3.12. Reglas de interacción**

Se describe la relación que existe entre los componentes y la influencia que tienen, alterando sus condiciones y evolucionando el sistema.

- ✓ Durante un tiempo  $t$ , cada celda puede estar ocupada por un vehículo o puede estar vacía.
- ✓ Un vehículo puede tener solo una posición en un tiempo determinado.
- ✓ Cada vehículo tendrá un desplazamiento a la vez.
- ✓ El desplazamiento lo dan las celdas a lo largo del tiempo.
- ✓ La distancia entre el vehículo y el vehículo anterior es la brecha entre los dos.
- ✓ El vehículo avanza si hay celdas desocupadas frente a él hasta que alcanza su velocidad máxima.
- ✓ Si hay un vehículo precedente y no hay casillas vacías para avanzar, el vehículo disminuye su velocidad en 1.
- ✓ Un vehículo tendrá una posición en un intervalo de tiempo.
- ✓ El vehículo tendrá una probabilidad de frenado en el rango 0 - 1.
- ✓ Las células cambian su estado en etapas de tiempo de acuerdo con la función local.
- ✓ El conductor del vehículo se encuentra delante de una distancia para la que es necesario reducir la velocidad.

### 3.13. Construcción del Programa en Computador

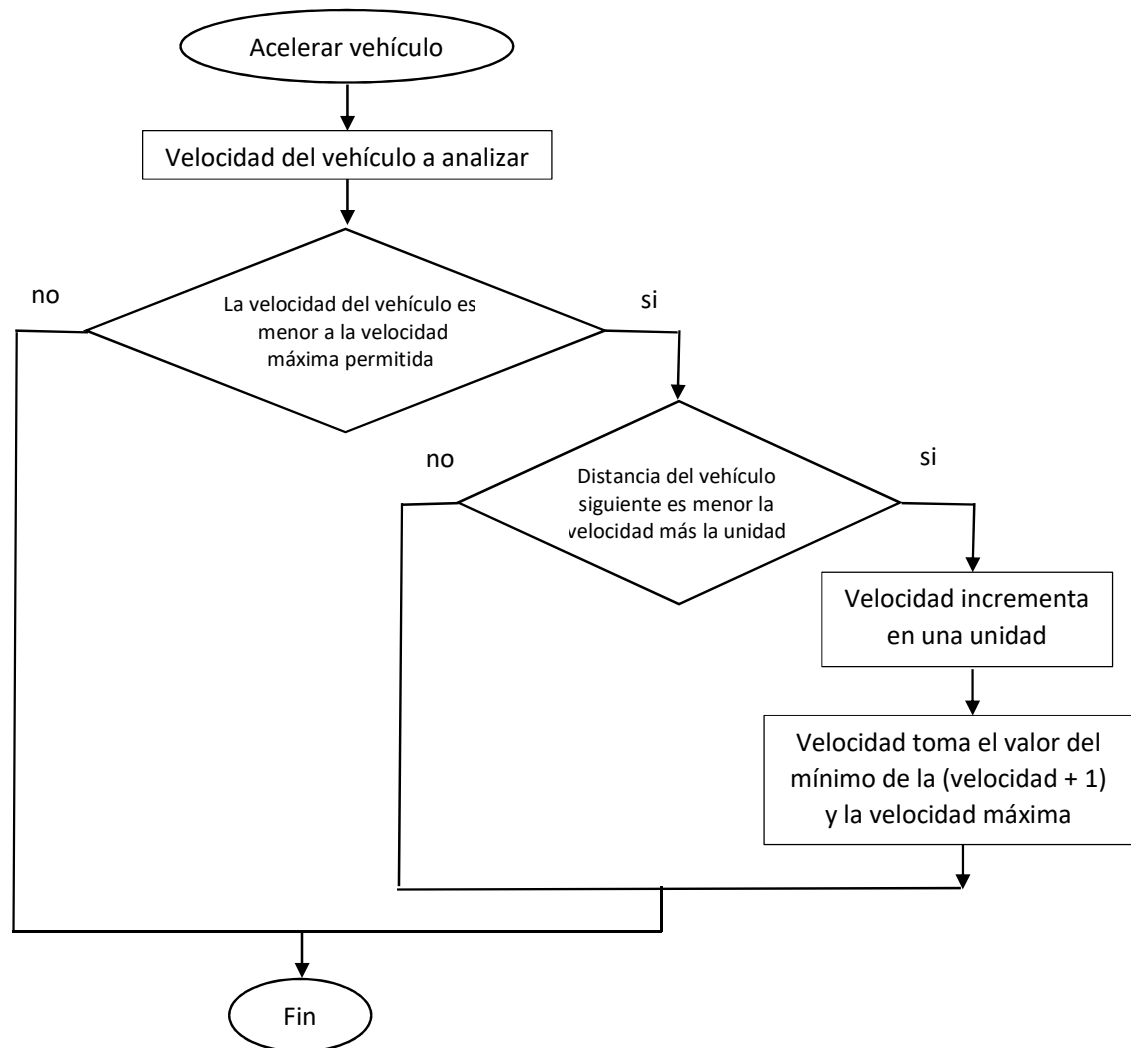
En el Gráfico 1-3 se muestra el diagrama de Flujo para la llamada a la rutina de Inicialización, la cual servirá para programar en el computador.



**Gráfico 1-3.** Diagrama de Flujo para la simulación

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

Las funciones que explican las ecuaciones de avance, detalladas en (35), se expresa en el Gráfico 2-3:



**Gráfico 2-3.** Diagrama de Flujo del Método Na-Sch

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

### 3.14. Conteos vehiculares

Por situaciones presentes por la pandemia surgidos por la COVID - 19, no han permitido obtener datos actualizados del tráfico vehicular dentro de la ESPOCH, sin embargo, los datos se obtuvieron según Naranjo (2019), en su trabajo de titulación denominado “Ordenamiento de la movilidad vehicular mediante la gestión de estacionamientos en el campus de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo” para la aplicación de los aforos vehiculares efectuados en el intervalo de 06H00 a 22H00, proceso obtenido durante 3 días en el lapso de 15 minutos, tomando en cuenta los tres accesos principales que tiene la ESPOCH, se obtiene la tabla 1-3:

- Ingreso puerta 1: Acceso por la avenida Maldonado
- Ingreso puerta 2: Acceso por la avenida Milton Reyes
- Ingreso puerta 3: Acceso por la avenida Canónigo Ramos

**Tabla 4.3.** Conteos Vehiculares

<b>PUERTA</b>	<b>VEHICULO</b>	<b>TAXI</b>	<b>FURGON</b>	<b>BUSETA</b>	<b>BICICLETA</b>	<b>MOTOS</b>	<b>OTRO</b>	<b>TOTAL</b>
<b>1</b>	2164	1653	25	38	61	131	4	4076
<b>2</b>	2310	1201	26	48	64	155	13	3816
<b>3</b>	2618	1717	40	44	87	138	11	4654
<b>TOTAL DIARIO</b>	7092	4571	90	130	211	425	27	12546
<b>PORCENTAJE</b>	57 %	36 %	1 %	1 %	2 %	3 %	0 %	100%

**Fuente:** (Naranjo, 2019).

**Elaborado por:** (Murillo Juan, 2021).

De la Tabla 4-3, se puede determinar la cantidad total de vehículos que ingresan por cada una de las entradas principales, en la cuales, utilizaremos para nuestro estudio la cantidad de 11883 que son la cantidad de conteos vehiculares que ingresan al interior del campus, tanto en vehículos, taxi, furgón y buseta.

Para poder calcular el flujo de vehículos que circulan por hora, debemos dividir el total de vehículos para 16 horas, aplicando la siguiente deducción:

$$\text{Tiempo total} = \text{tiempo final} - \text{tiempo inicial}$$

$$\text{Tiempo total} = 22:00 - 06:00$$

$$\text{Tiempo total} = 16 \text{ horas}$$

De esta manera dividimos la cantidad total de vehículos para el tiempo total para obtener un promedio de la cantidad de vehículos que circulan en el lapso de una hora.

$$n = \frac{\text{total vehiculos}}{\text{total tiempo}}$$

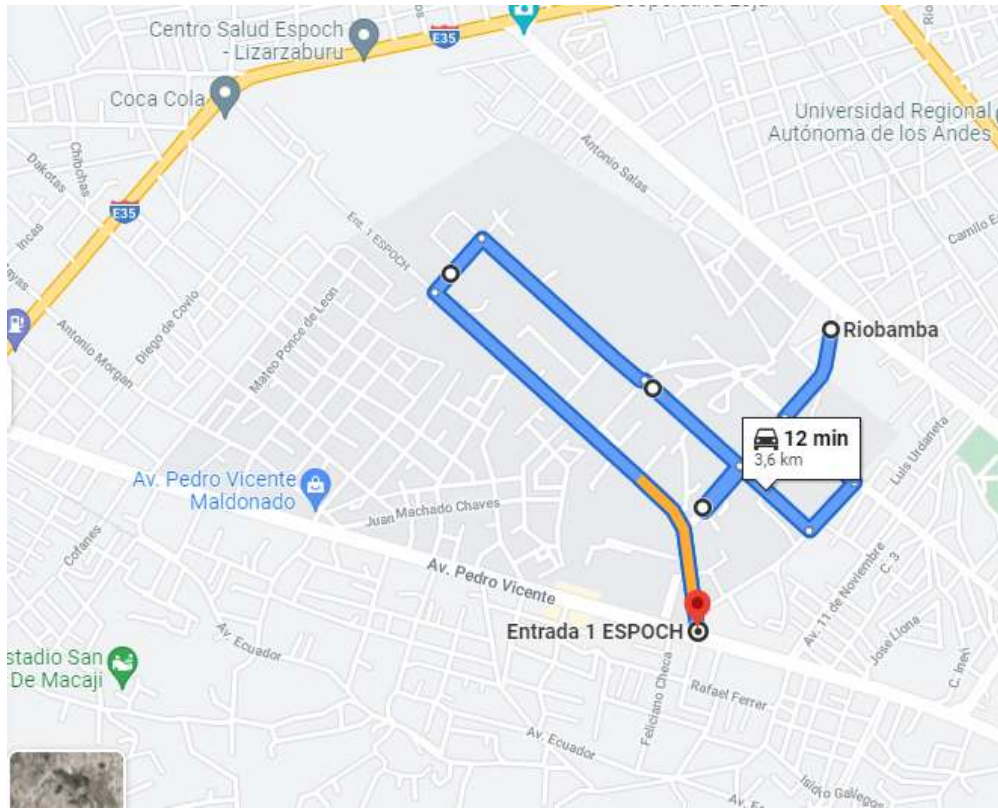
$$n = \frac{11883}{16}$$

$$n = 743$$

El valor “n” representa la cantidad de vehículos que circulan dentro de la ESPOCH en promedio cada hora correspondiente a 743; ese valor se va a utilizar en la modelación y en la simulación.

### **3.15. Valor de Lattice.**

Para conocer la “retícula”, es decir, es un arreglo uniforme, formado por objetos idénticos llamados “células”, mencionado en el capítulo anterior, debemos conocer la distancia total que tiene la carretera dentro de la ESPOCH. Para ello nos basamos en Figura 1-3, donde la distancia medida en las calles principales del área a modelar es aproximadamente 3.6 km, lo que representa 3600 metros.



**Figura 1-3.** Zona donde transitan los vehículos a modelar

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

Según el Código Nacional de Tránsito, se debe circular a 30 kilómetros por hora (velocidad de manejo promedio en zonas residenciales y escolares), adicional se debe dejar 4 metros de espacio con el vehículo que va adelante. Con este dato podemos calcular el Lattice, dividiendo la longitud total para el espacio que ocuparía cada vehículo en promedio.

$$Lattice = \frac{\text{longitud total de la carretera en metros}}{\text{distancia promedio que ocupa un vehiculo en metros}}$$

$$Lattice = \frac{3600}{4}$$

$$Lattice = 900$$

Los 900 representa la cantidad de celdas que se va a utilizar para poder realizar nuestra simulación.



### 3.16. Probabilidad de Frenado.

La simulación se hace en dependencia de la probabilidad de frenado o aleatorización, la cual se empieza con la probabilidad de cero y vamos aumentando cada 10% en cada simulación hasta llegar al valor de  $p = 1$ . De esta manera, podemos identificar en que rango de  $p$  existen mayor desplazamiento vehicular y mínimo congestionamiento.

En la tabla 5-3 se representa las variables que se va a emplear en la simulación.

**Tabla 5-3.** Valor de las variables para la modelación

Variable	Valor
L	900
v	30
n	742
p	Varía entre 0 a 1 cada 10%

Fuente: (Hoyo Alan, 2006).

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

Dónde,

L representa el número de células o celdas,

n es la cantidad de vehículos que transitan a modelar,

v es la velocidad máxima permitida y

p es la probabilidad de frenado.

### 3.17. Aplicación del modelo para la simulación

Para la simulación del tráfico vehicular mediante Autómatas Celulares basado en el modelo de Na-Sch, se emplea el software Wólffram Mathematica. Para ello se ingresan los valores obtenidos en la tabla 2-3.

Las reglas de Na-Sch se presentan en el Gráfico 3.3, en donde el programa va analizando las posiciones y velocidades de cada vehículo que tiene en ese instante de tiempo y luego va

actualizando los valores en cada iteración, en la cual se emplean las cuatro reglas analizadas en el capítulo anterior.

```
If[VelocidadEnesima < vmax, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima + 1, VelocidadEnesima];  
|si  
If[VelocidadEnesima > brecha, VelocidadEnesima = brecha, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima - 1];  
|si  
If[VelocidadEnesima > 0 && RandomReal[] < p, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima - 1, VelocidadEnesima = brecha];  
|si |real aleatorio
```

### Gráfico 3-3. Comandos Wólfram Mathematica

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

Con este comando se puede realizar un arreglo de posiciones y velocidades cumpliendo con las reglas mencionadas anteriormente. Los códigos que se debe ingresar en el programa Wolfram Mathematica está presentada en Anexo A, Anexo B y Anexo C.

## CAPÍTULO IV

### 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

#### 4.1. Análisis de los resultados

La simulación de la dinámica del tráfico de vehículos bajo el enfoque microscópico y procesos estocástico no estacionario, da paso a la implementación de pruebas de simulación para determinar la precisión del modelo y la confiabilidad de los resultados obtenidos.

Para realizar las pruebas del modelo, se debe tomar en cuenta que los desplazamientos de los vehículos son de izquierda a derecha y en un solo carril con un Lattice de 900 celdas.

En la simulación del tráfico vehicular según autómatas celulares por medio del software Wólfram Matemática, se realiza la iteración para 10 instantes de tiempo, adicional se ingresaron los datos:

$$L = 900.$$

$$n = 743$$

$$v = 30$$

$$p = \text{varía entre 0 y 1 cada 10\%}$$

dónde,

L representa el número de células o celdas,

n es la cantidad de vehículos a modelar,

v es la velocidad máxima permitida y

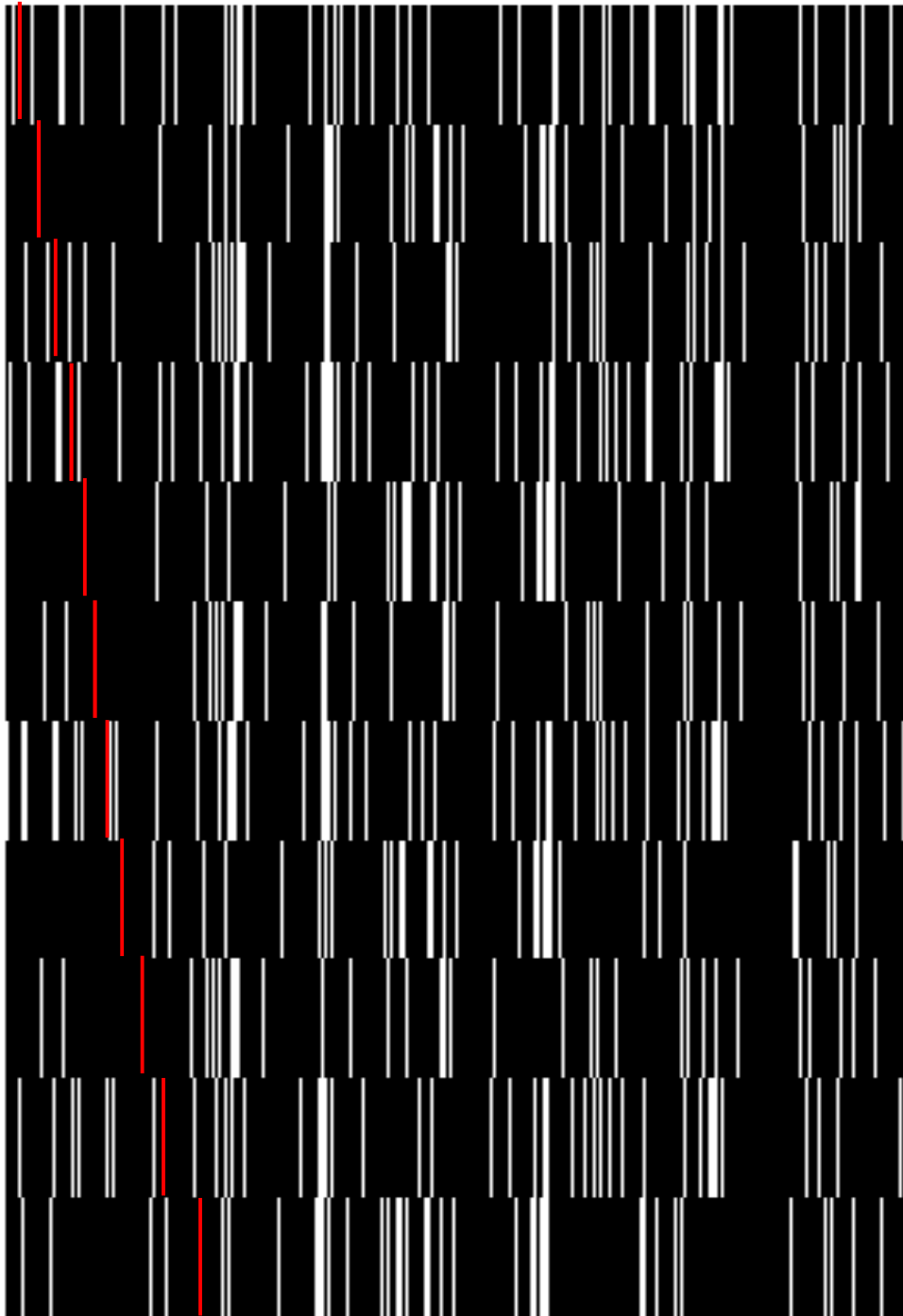
p es la probabilidad de frenado.

Adicional, se simulará en función de la probabilidad de frenado “p” desde 0 hasta 1, variando el parámetro un 10% en cada simulación para poder observar los cambios que se producen y la importancia de la probabilidad de frenado.

Los cuadros de color negro representan los espacios que ocupan los vehículos, donde, a mayor concentración de las celdas negras, habrá un congestionamiento, es decir los vehículos están detenidos (velocidad = 0). Los cuadros blancos son celdas vacías que no están ocupadas por los vehículos. La línea de color rojo representa un vehículo en particular en cada simulación, y esto servirá para poder visualizar lo que ocurre en cada iteración.

El Gráfico 1-4, muestra la simulación del tráfico vehicular con una probabilidad de frenado de 0%, en donde se representa a un vehículo en particular con una línea pintada de color rojo, en la

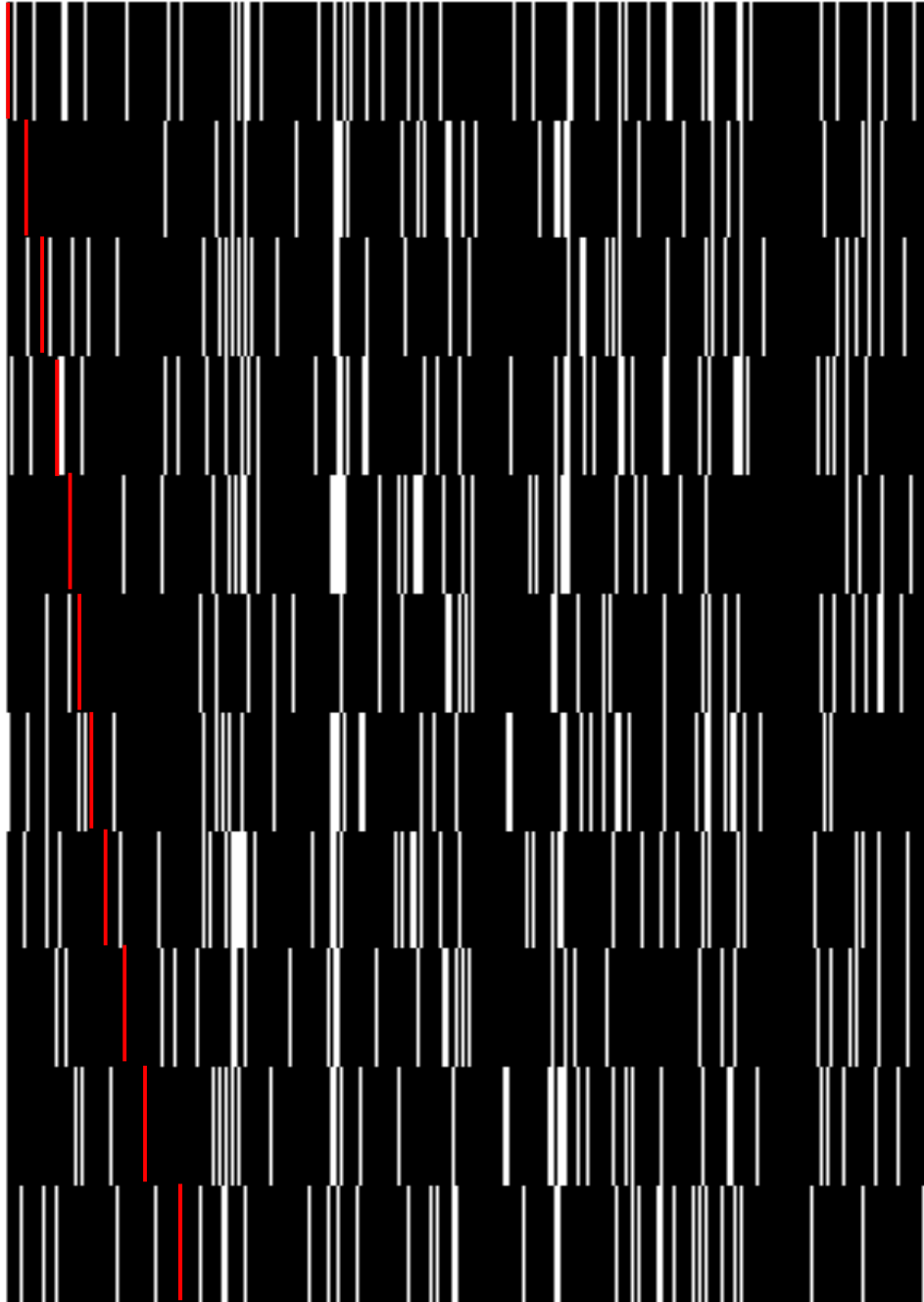
cual se observa que el móvil se desplaza sin frenar en cada iteración de tiempo, es decir su velocidad se mantiene.



**Gráfico 1-4.** Simulación del modelo con  $p = 0$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

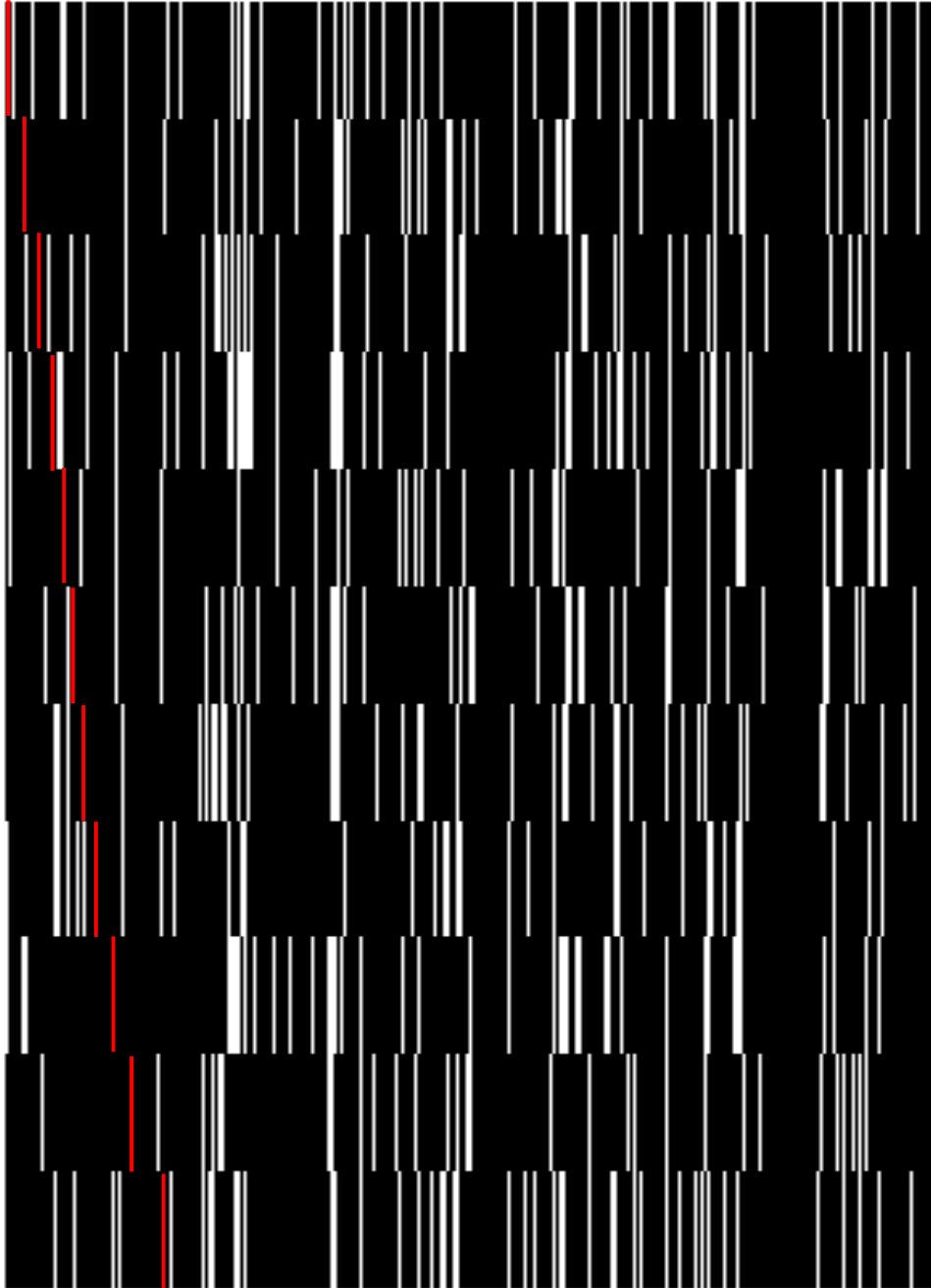
En el Gráfico 2-4, se aumenta la probabilidad de frenado al 10%. El vehículo representado con línea de color rojo disminuye ligeramente la distancia que recorre en cada iteración, en comparación cuando la probabilidad de frenado es igual a cero. Esto sucede porque ya aparece el valor del frenado, aunque su probabilidad sea mínima.



**Gráfico 2-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.1$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

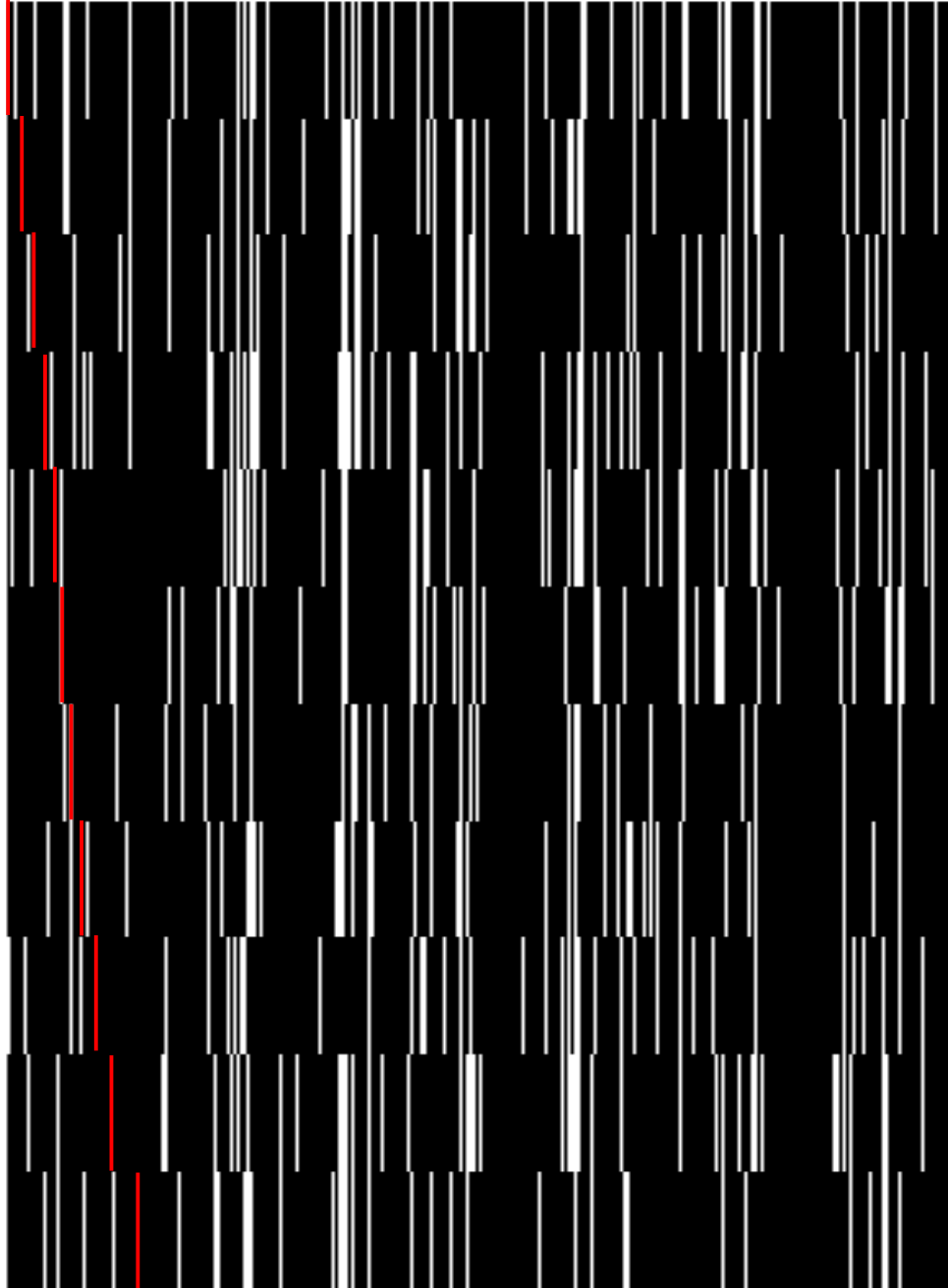
El Gráfico 3-4, muestra la probabilidad de frenado igual a 20%, el vehículo representado con línea de color rojo, sigue disminuyendo su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada instante de tiempo, debido a que el valor de la probabilidad de frenado aumenta.



**Gráfico 3-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.2$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

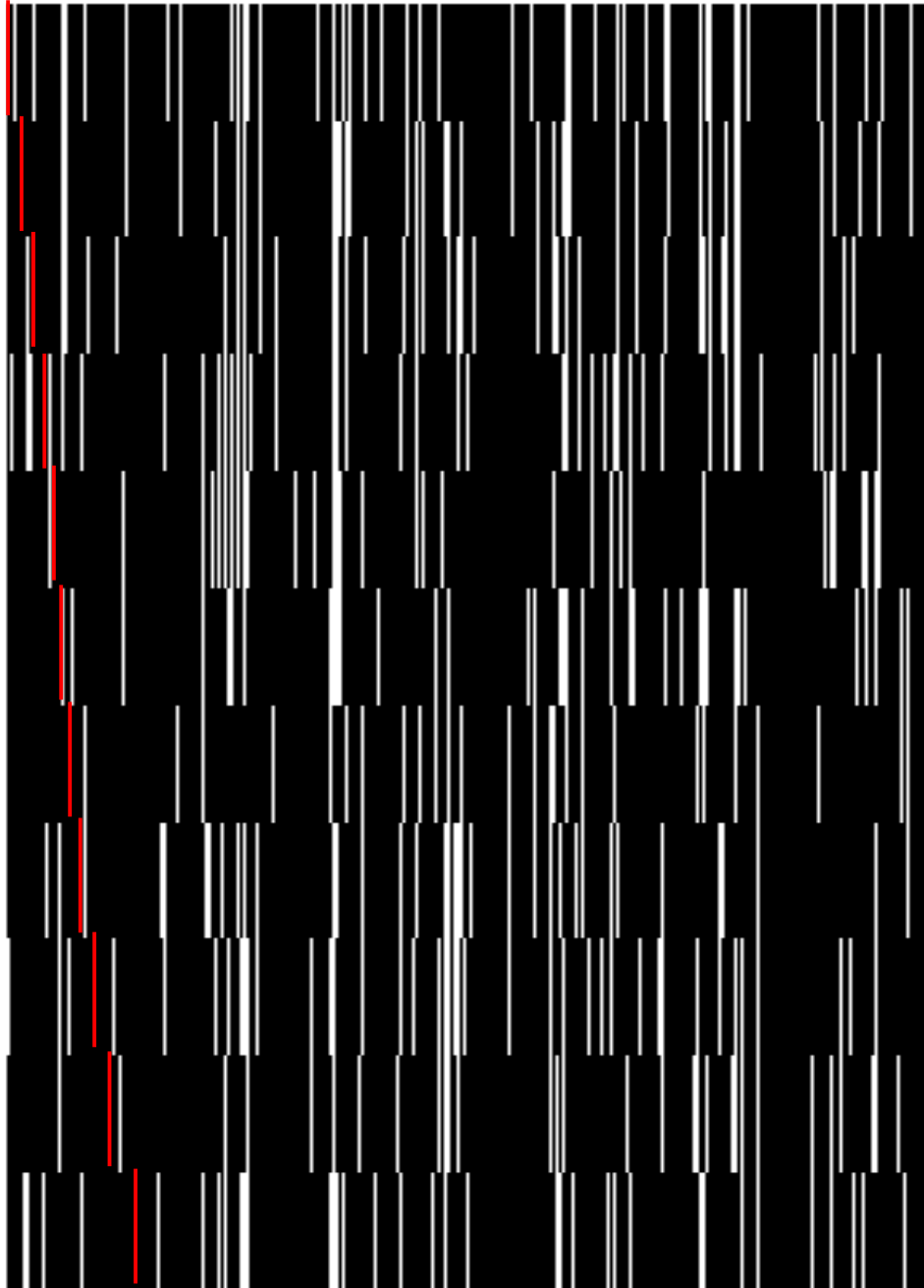
El Gráfico 4-4, cuya probabilidad de frenado es igual a 30%, el vehículo representado con línea de color rojo, sigue disminuyendo su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada instante de tiempo, debido a que el valor de la probabilidad de frenado aumenta.



**Gráfico 4-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.3$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

El Gráfico 5-4, con probabilidad de frenado es igual a 40%, el vehículo representado con línea de color rojo, sigue disminuyendo su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada instante de tiempo, debido a que el valor de la probabilidad de frenado aumenta.

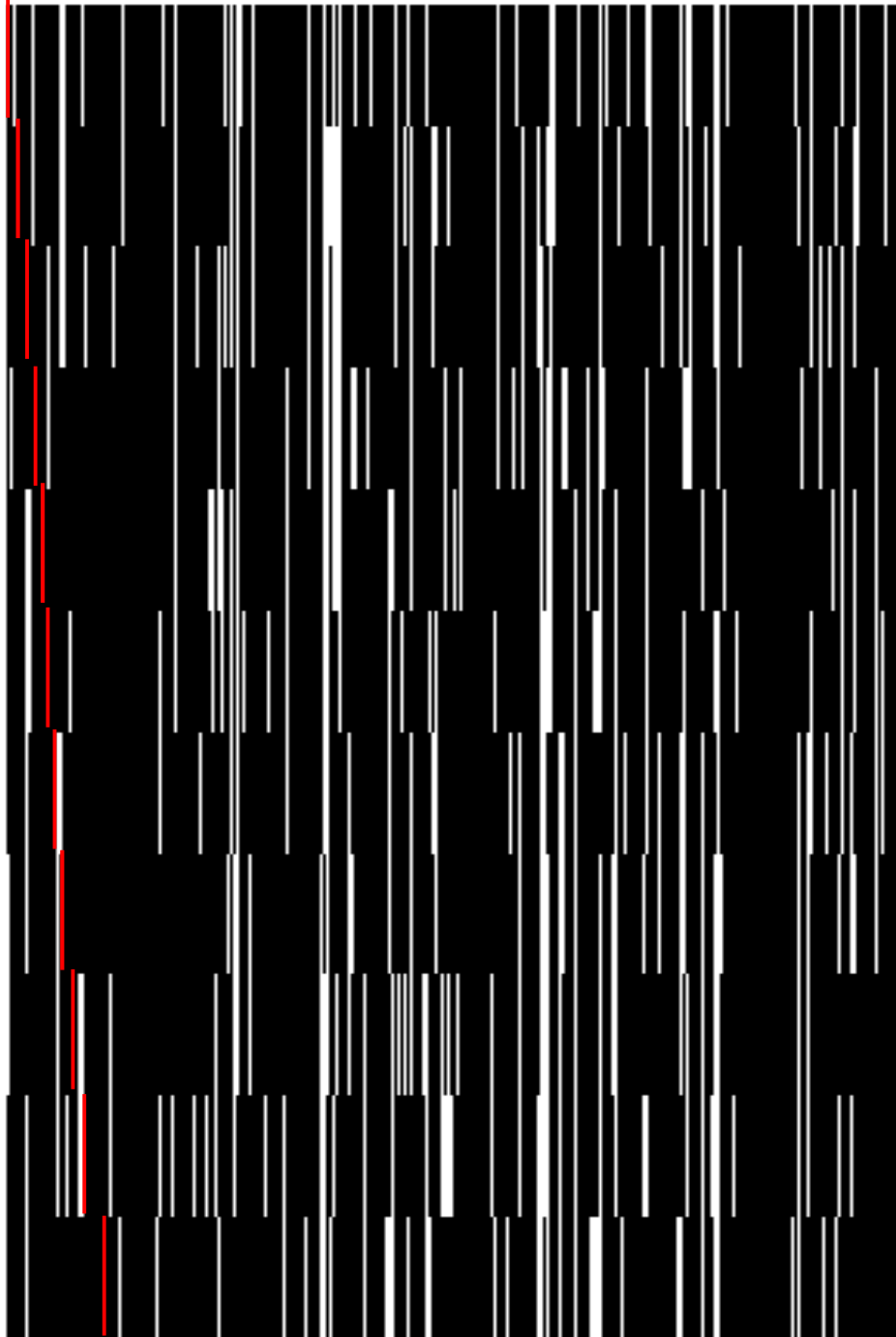


**Gráfico 5-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.4$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).



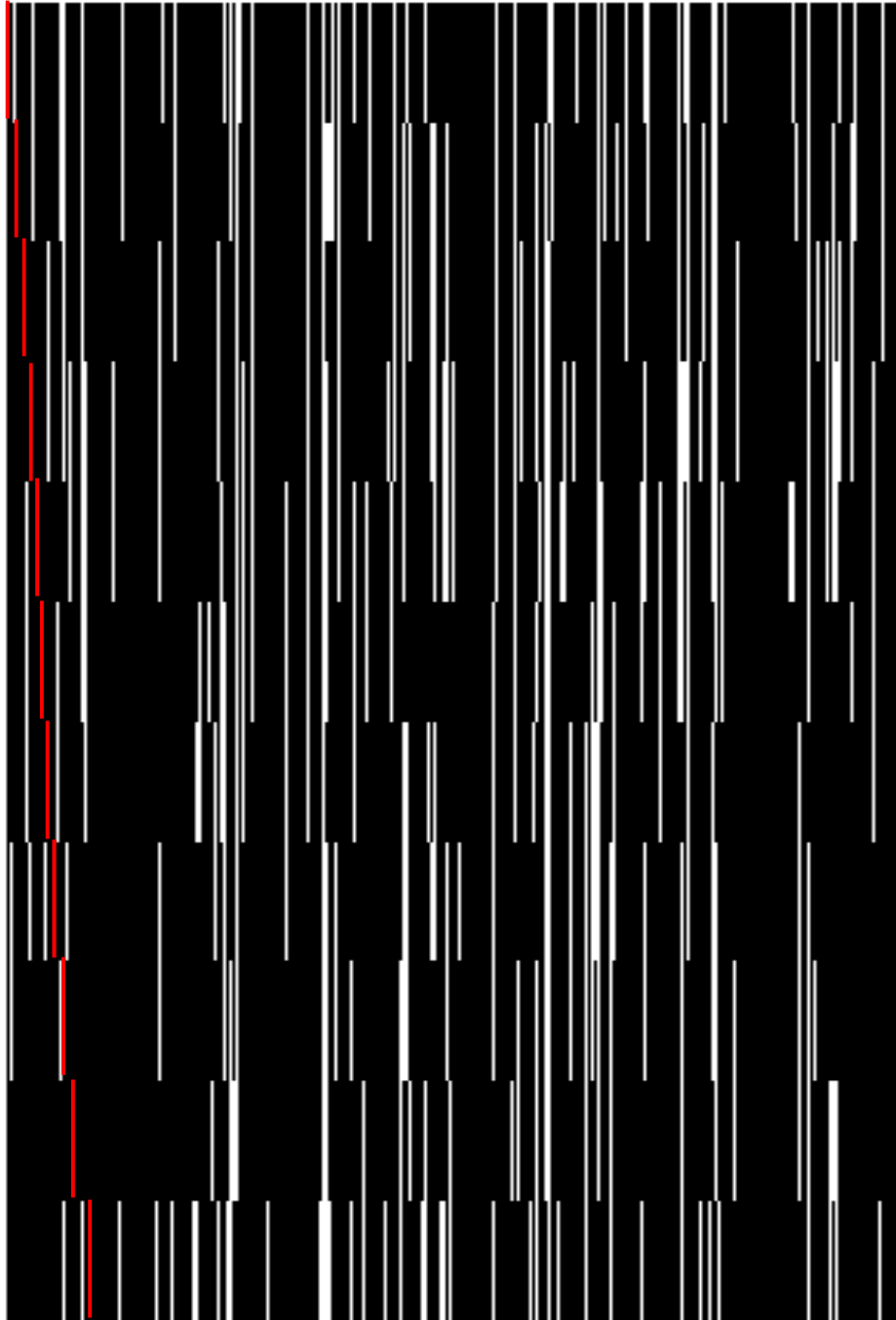
El Gráfico 6-4, donde la probabilidad de frenado es igual a 50 %, el vehículo representado con línea de color rojo continúa disminuyendo su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada iteración, debido a que el valor de la probabilidad de frenado aumenta.



**Gráfico 6-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.5$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

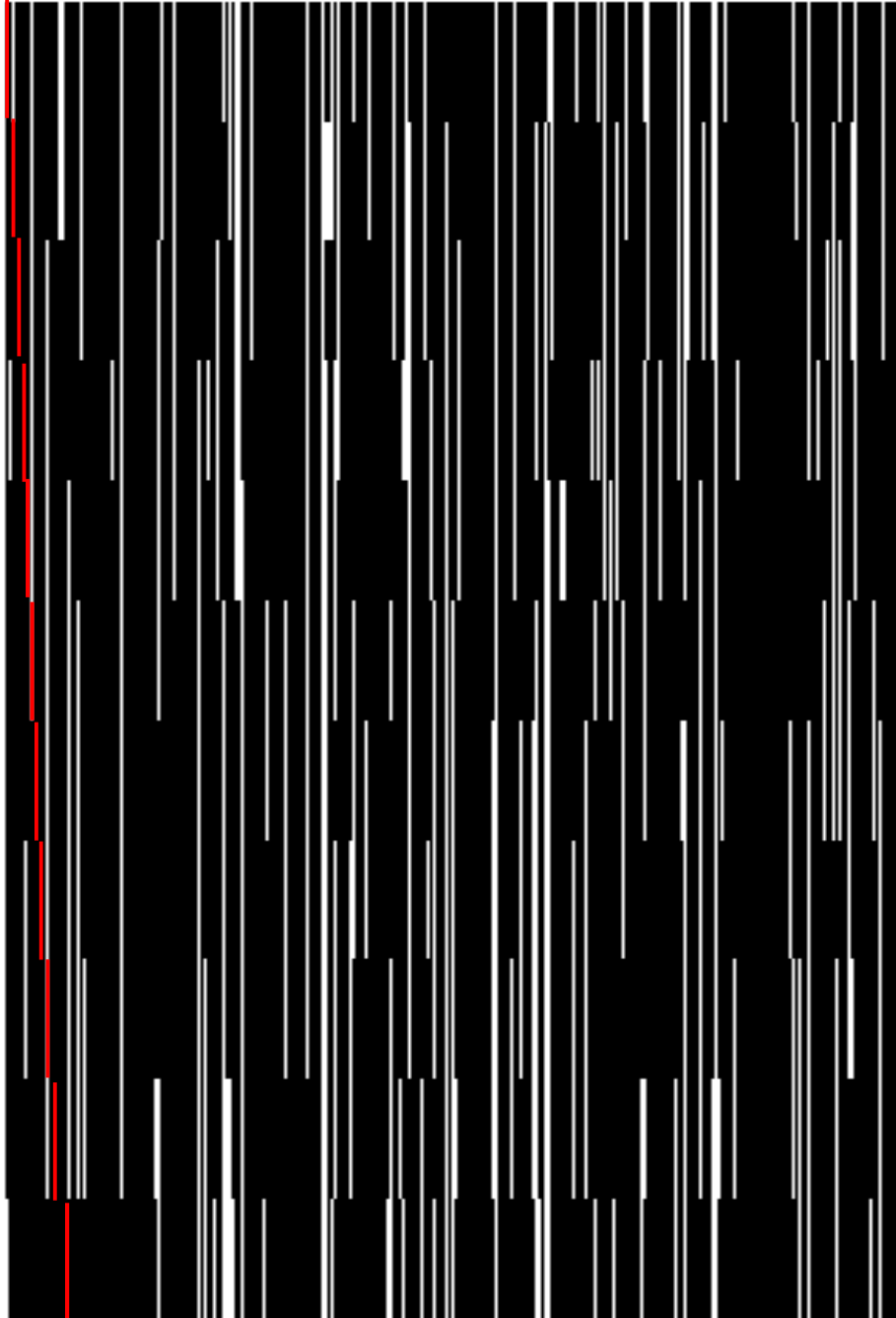
El Gráfico 7-4, con una probabilidad de frenado igual al 60%, el vehículo representado con línea de color rojo empieza a frenar más pronunciadamente, es decir, disminuye su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada instante de tiempo.



**Gráfico 7-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.6$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

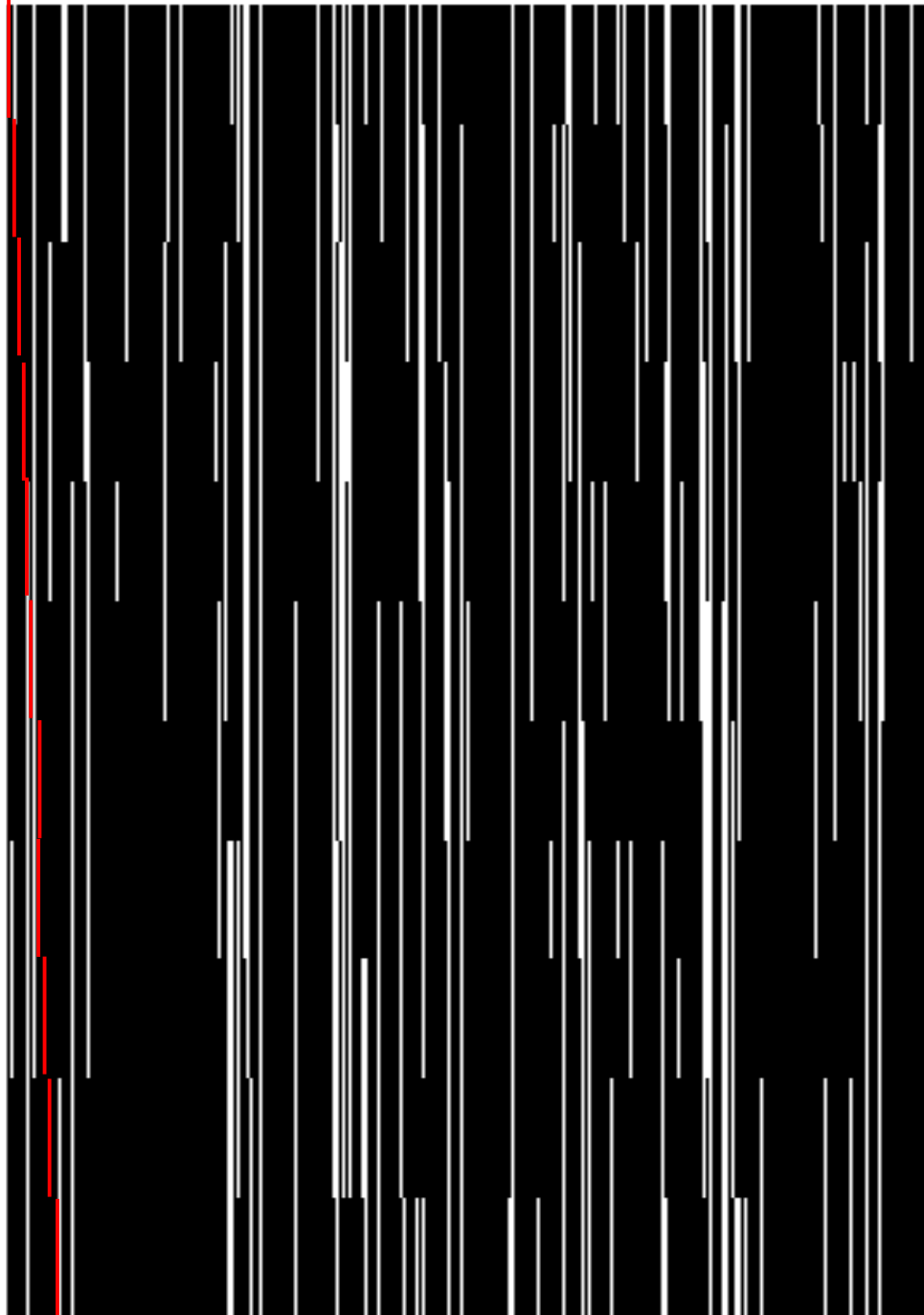
El Gráfico 8-4, cuya probabilidad de frenado es igual a 70%, el vehículo representado con línea de color rojo empieza a frenar más seguido, es decir, disminuye su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento. Se observa el congestionamiento existente por la acumulación de cuadros negros en cada iteración.



**Gráfico 8-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.7$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

El Gráfico 9-4, cuya probabilidad de frenado es igual a 80%, el vehículo representado con línea de color rojo se desplaza a menor distancia en cada iteración respecto a la simulación anterior, debido a que el frenado tiene un valor alto y produce que la velocidad en cada iteración disminuya.



**Gráfico 9-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.8$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

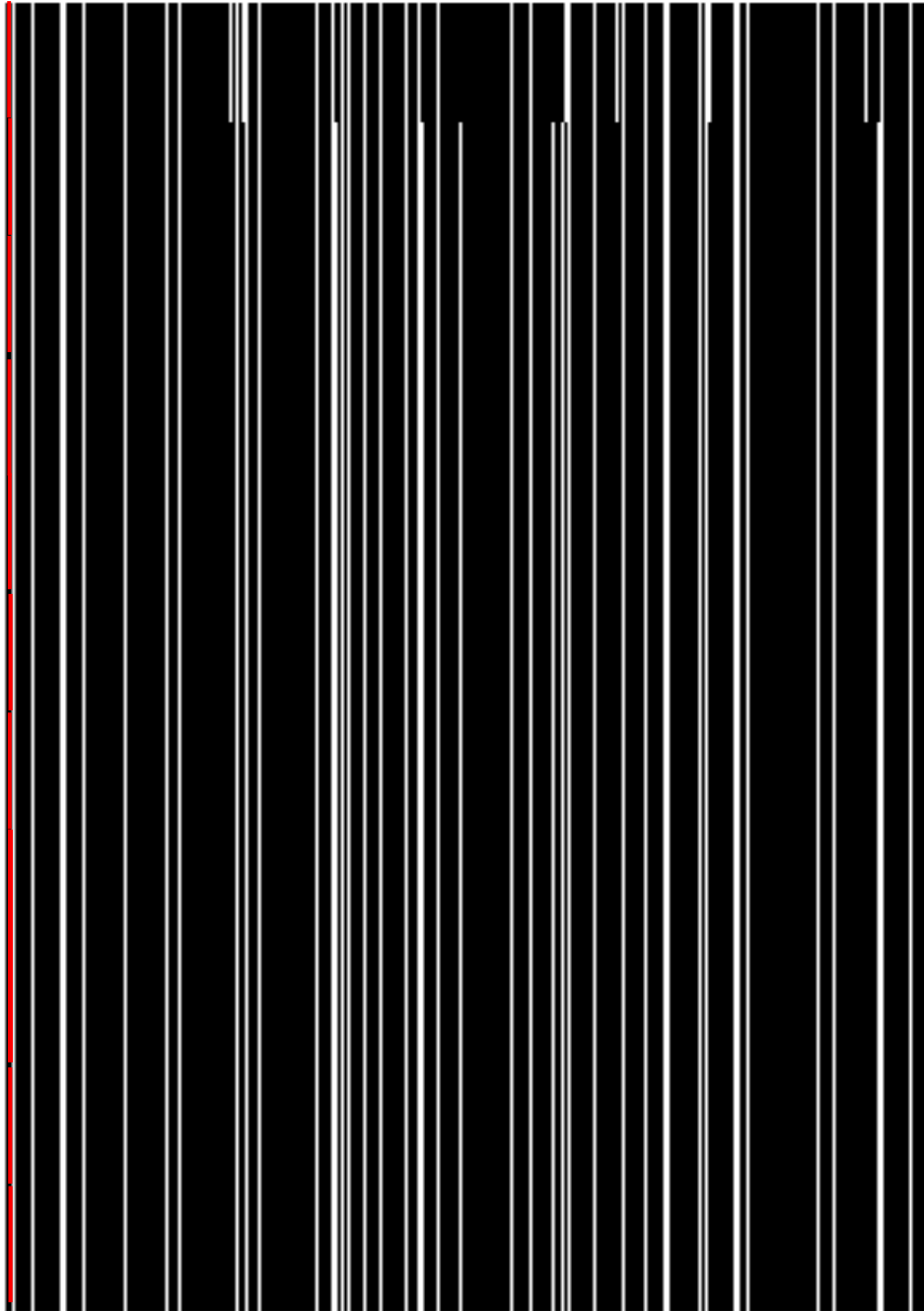
El Gráfico 10-4, cuya probabilidad de frenado es igual a 90%, el vehículo representado con línea de color rojo se desplaza muy ligeramente en cada iteración, puesto que el frenado tiene un valor más alto, provocando que la velocidad en cada iteración disminuya, tendiendo su velocidad a cero.



**Gráfico 10-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.9$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

El Gráfico 11-4, se cuya probabilidad de frenado es igual a 100 %, el vehículo representado con línea de color rojo se encuentra detenido en su totalidad en cada iteración, es decir su velocidad es igual a cero, esto se debe a que la probabilidad de frenado es el máximo en esta simulación.



**Gráfico 11-4.** Simulación del modelo con  $p = 1$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

## **4.2. Interpretación de resultados**

Para realizar las simulaciones, empleados en el modelo implementado, únicamente se aumenta el valor de la probabilidad de frenado en un 10% en cada gráfica, adicional se conservan los mismos valores iniciales cuando el tiempo  $t$  es igual a 0.

De esta manera se puede observar en el Gráfico 1-4, cuya probabilidad de frenado es igual a cero, hasta el Grafico 4-4, cuya probabilidad de frenado es 0.3, nos muestran como los vehículos se desplazan sin detenerse muy seguido, es decir, tienen un congestionamiento mínimo.

En el Grafico 5-4 con probabilidad de frenado 0.4 hasta el al Grafico 7-4 con probabilidad de frenado 0.6, el embotellamiento empieza a observarse, por lo que el frenado aumenta y los vehículos se detienen más seguidos.

En el Grafico 8-4 con probabilidad de frenado 0.7 hasta el al Grafico 10-4 con probabilidad de frenado 0.9, la mayor parte de los vehículos empiecen a detenerse y producir congestionamiento alto, que inclusive en el Grafico 11-4 con probabilidad 1, los vehículos se encuentran detenidos en su totalidad y no existe desplazamiento, es decir la velocidad es igual a cero.

## CAPÍTULO V

### 5. PROPUESTA

#### 5.1. Modelo matemático propuesto para optimizar el tráfico vehicular.

El modelo matemático computacional propuesto, se rige en la aplicación de las reglas de Nagel - Schreckenberg y siguiendo el flujograma presentado en el ANEXO 3, empleamos en el lenguaje de programación del software matemático denominado Wólffram Matemática, la cual se plantea los siguientes comandos:

```
(*Ingreso de los datos al programa*)

L = Input ["Ingresar el valor de Lattice"];

(*Longitud de la carretera 'Lattice*

vmax = Input ["Ingresar el valor de la velocidad máxima"];

(*Velocidad máxima permitida*)

n = Input ["Ingresar el número total de vehículos"];

(*Número total de vehículos*)

p = Input ["Ingresar el valor de la probabilidad de frenado"];

(*Probabilidad de frenado*)

<< "Combinatorica`"

SeedRandom [2]; (*Semilla para que se mantengan los valores iniciales en cada
simulación*)

(*Inicio de las condiciones iniciales*)

CondicionesIniciales[NumeroDeCarros_] :=Block[{TotalCeldasAleatorias,
EspaciosaOcupar, ListaDeCarros, Posicion, PosicionInicial, VelocidadInicial},

ListaDeCarros = Table[i, {i, 1, NumeroDeCarros}];

TotalCeldasAleatorias = RandomPermutation[L];
```



```

EspaciosaOcupar[x_] := If[Evaluate[MemberQ[ListaDeCarros, x]], 1, 0];

SetAttributes[EspaciosaOcupar, Listable];

PosicionInicial = EspaciosaOcupar[TotalCeldasAleatorias];

Posicion = Position[PosicionInicial, 1];

velocidadesiniciales = Table[i, {i, 1, L}];

Velocidad = Table[IntegerPart[vmax RandomReal[] + 1], {NumeroDeCarros}];

VelocidadInicial = ReplacePart[velocidadesiniciales, Thread[Posicion -> Velocidad]];

Return[{PosicionInicial, VelocidadInicial}]

(*Fin de las condiciones iniciales*)

(*Inicio para avanzar un paso*)

AvanzarUnPaso[{x0_, v0_}] := Block[{VelocidadEnesima, PosicionEnesima, jnew, dj,
PosicionAnterior, PosicionNueva, VelocidadNueva},

PosicionAnterior = Flatten[Position[x0, 1]];

ncars0 = Length[PosicionAnterior];

PosicionNueva = x0;

VelocidadNueva = v0;

For[j = ncars0, j >= 1, j--, PosicionEnesima = PosicionAnterior[[j]];
VelocidadEnesima = VelocidadNueva[[PosicionEnesima]];

If [j == ncars0, dj = L - PosicionEnesima + PosicionAnterior[[1]] - 2,

dj = PosicionAnterior[[j + 1]] - PosicionEnesima - 1];

If[VelocidadEnesima < vmax, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima + 1];

If [VelocidadEnesima > dj, VelocidadEnesima = dj];

```

```

If[ VelocidadEnesima > 0 && RandomReal[ ] < p,

VelocidadEnesima = VelocidadEnesima - 1];

jnew = PosicionEnesima + VelocidadEnesima;

PosicionNueva = ReplacePart[ PosicionNueva, {Mod[jnew, L, 1] → 1,
PosicionEnesima -> 0}];

VelocidadNueva = ReplacePart[ VelocidadNueva, {Mod[jnew, L, 1] →
VelocidadEnesima, PosicionEnesima -> 0}];];

Return[{PosicionNueva, VelocidadNueva}];]

(*Fin para avanzar un paso*)

(*Construir el formato de puntos para lugares vacios; para lugares ocupados el valor de
velocidad*)

formatOrbit[PosicionesyVelocidades_List] := Block[ {posiciones, velocidades,
vformatted, LongitudDeOrbita, LongitudDeCarril, d, tamano},

d = Dimensions[PosicionesyVelocidades];

LongitudDeOrbita = First[d];

LongitudDeCarril = Last[d];

tamano = LongitudDeOrbita*LongitudDeCarril;

positions = Flatten[Part[#, 1] & /@ PosicionesyVelocidades];

velocidades = Flatten[Part[#, 2] & /@ PosicionesyVelocidades];

For[j = 1, j <= tamano, j++,

If[positions[[j]] == 0,

velocidades = ReplacePart[velocidades, j -> "."];

];

```

```

vformatted = Partition[velocidades, LongitudDeCarril];

Return[ToString[

Style[TableForm[vformatted, TableSpacing -> {0, 0}],

FontSize -> 6]]];

] (*Termina formatOrbit*)

```

(\*Ejemplo de una simulación por 10 unidades de tiempo\*)

```

Simulacion[state_?MatrixQ, colors_Integer : 2, opts___] :=

Graphics[Raster[Reverse[1 - state/(colors - 1)]], AspectRatio ->

(AsspectRatio /. {opts} /. AspectRatio -> Automatic), opts]

```

(\*de Órbita a posiciones\*)

```

orbitToPositions[PosicionesyVelocidades_List] := Block[{posiciones},

Return[Part[#, 1] & /@ PosicionesyVelocidades]]

ic = CondicionesIniciales[n];

list = NestList[AvanzarUnPaso, ic, 10];

formatOrbit[list];

positions = orbitToPositions[list]

Show[Simulacion[positions, 2, AspectRatio -> 2]]

```

Con base en los experimentos realizados y por medio de los comandos propuestos, se comprobó que el modelo permite optimizar el comportamiento del tránsito vehicular.

Podemos modificar la modelación variando los valores de ingreso, como son: el Lattice o distancia de la carretera, la velocidad máxima, el número de vehículos y la probabilidad de frenado, permitiendo de esta manera, proyectando el modelo matemático del tráfico vehicular para el año 2023.

La aplicación del modelo permite generar estrategias adecuada para la optimización del flujo de tránsito, la detección temprana de embotellamientos y la predicción de tráfico a corto plazo en los sistemas dinámicos de navegación asistida.

La optimización del modelo ocurre cuando la probabilidad de frenado varía entre el 40% al 60%.

## CONCLUSIONES

Con el presente trabajo se ha demostrado que el modelo de dinámica de tránsito dentro de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo bajo el enfoque microscópico, logra resultados que además de mostrar de manera más realista cómo los vehículos interactúan en una vía en cuanto al congestionamiento.

Con el valor ingresado de 743 que representa el número de vehículos que circula dentro del campus, nos proporciona una visión de cómo es la movilidad dentro de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, en la cual, respecto al valor de Lattice ingresado de 900, se obtienen diferentes grados de congestionamiento dependiendo del valor de probabilidad de frenado que se ingrese.

La probabilidad de frenado  $p$ , produce que el movimiento de los vehículos se altere, ya que se trata de un proceso estocástico no estacionario. Cuando el valor de la probabilidad de frenado es próximo a 0, los vehículos se desplazan provocando mínimos congestionamientos. Mientras que, cuando el valor de la probabilidad de frenado es próximo a 1, existe un congestionamiento vehicular; y cuando la probabilidad de frenado es igual a 1, los vehículos están detenidos, es decir, sus velocidades son iguales a cero.

Con lo expuesto anteriormente, se puede confirmar la hipótesis de la investigación, puesto que para optimizar el tráfico vehicular se debe establecer la probabilidad de frenado entre 0.4 a 0.6, es decir, del 40% al 60%.

## RECOMENDACIONES

Gracias al modelo microscópico que permite el uso de saltos de partículas, los vehículos pueden ser estudiados uno a uno, posibilitando decisiones a niveles macroscópicos.

Realizar algún tipo de modificación en la ecuación de Na-Sch para mostrar resultados aún más realistas de lo que predijo el modelo variando el parámetro  $p$  entre 0.4 a 0.6.

Obtener mayor cantidad de datos para realizar pruebas durante varios días de observación en el Campus ESPOCH y no solo por horas.

Ampliar el modelo propuesto para incluir otros factores que influyen en el comportamiento del tráfico vehicular; Estos factores pueden ser el clima (despejado, nublado, llovizna, chubascos, precipitaciones, tormentas, viento, niebla, neblina), el estado de las carreteras (elevación, reductor de velocidad), entre otros.

## BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, J.** (diciembre de 2014). Modelado de tránsito y optimización de flujo vehicular en paralelo. Obtenido de <http://148.204.63.111/SABERv3/Repositorios/webVerArchivo/25826>
- Aymerich, F.** (2001). Transportes. Obtenido de <https://www.caminosmadrid.es/>
- Bull, A.** (2003). CONGESTIÓN DE TRÁNSITO EL PROBLEMA Y CÓMO ENFRENTARLO. Obtenido de <http://cdi.mecon.gov.ar/bases/doc/cepal/fal/206.pdf>
- Cremer, M., and Ludwing, J.** (1986). A Fast Simulation Model for Traffic Flow on the Basis of Boolean Operation. *Matgematics and Computers in Simulation.*
- Delgado, J., Saavedra, P., and Velasco, R. M.** (2011). Modelación de problemas de flujo de vehicular. México.
- Dominguez, V.** (1988). Desarrollo de la viabilidad en función del crecimiento poblacional. . Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/autor?codigo=6956>
- Enriquez, M.** (2000). Espacio público y movilidad urbana. Obtenido de [https://www.tesisenred.net/bitstream/handle/10803/319707/01.CVVM\\_1de5.pdf?sequence=1](https://www.tesisenred.net/bitstream/handle/10803/319707/01.CVVM_1de5.pdf?sequence=1)
- Fernandez, A. M.** (2009). Modelación y Simulación con Rampas Usando Automatas.
- Gerlough, D. L.** (1957). Control of Automobile Traffic: A Paroblem in Real-time Computation. Washintong: Eastern Joint Computer Conference: Computers with Deadlines to Meet.
- Grenshields, B. D.** (1934). The Photografic Method of Studying Traffic Behavior. En W. C. Roy (Ed.). *Proceeding of the 13th Annual Meeting of Highway Research Board* . Washintong, D. C. : USA: Highway Research Board.
- Hachinski.** (2001). *Cellular Automata.* World Scientific.
- Helbing, D.** (1995). Improved Fluis-dynamic model for vehicular traffic. Germany: Physical Review.
- Herman, R., and Potts, R.** (1959). Single Lane Traffic Theory and Experiment. *Proceedings of the Symposium on Theory of Traffic Flow.* New York: Elsevier.
- Hoyo, A.** (2006). *Simulacion de Trafico Vehicular con automatas celulares.* Caracas.
- Jayakrisham, R., Mahmassani, H., and Yu, T.** (1994). An evaluation tool for advanced traffic information and management systems in urban networks. *Transportation Research* .

- Karlin S., Taylor H.**, (1975). A first course in stochastic processes, Academic Press. Obtenido en <http://infinity.wecabrio.com/123985528-a-first-course-in-stochastic-processes.pdf>.
- Knospe, W. S.** (2002). A realistic two-lane traffic model for highway traffic. . Berlín: Journal of Physics A: Mathematical and General.
- Knospe, W., Santen , L., Schadschneider, A., and Schreckenberg, M.** (2002). A realistic two-lane traffic model for highway traffic. Journal of Physics A: Mathematical and General.
- Knospe, W., Santen, L., Schadschneider, A., and Schreckenberg, M.** (1999). Disorder effects in cellular automata for two-lane traffic. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.
- Kühne, R.** (1984). Highway Capacity and Level of Service. Heidelberg: En Proceedings of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory.
- Kunush, J.** (2003). On Transportation and Traffic Theory. Obtenido de <https://www.emerald.com/insight/publication/doi/10.1108/9780585474601>
- Leonard, D., Gower, P., and Taylor, N.** (1989). Structure of the model. Reporte 178, Transport and Road Research Laboratory. Crowthorne: CONTRAM.
- Lighthill, M., and Whitham, G.** (1955). On kinetic waves: II) A theory of traffic Flow on long crowded roads. Proceeding of Royal Society of London.
- Medina, R. y Veloz, R.** (2012). Guía de estrategias para la reducción del uso del auto en ciudades mexicanas. Obtenido de <http://mexico.itdp.org/wp-content/uploads/Guia-de-estrategias-reducir-uso-del-auto.pdf>
- Naranjo, F.** (2019). Ordenamiento de la movilidad vehicular mediante la gestión de estacionamientos en el campus de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.(Tesis de Maestría, Escuela Superior Politecnica de Chimborazo) Recuperado de <http://dspace.espace.edu.ec/handle/123456789/9699>
- Payne, H. J.** (1979). FREFLO: A macroscopic simulation model of freeway traffic. San Diego: Transportation Research Record.
- Priogine, I., and Andrews, F.** (1961). A Boltzmann-Like Approach for Traffic Flow. New York: Operations Research.
- Rapport, J.** (1987). Relación entre movilidad sostenible y desarrollo urbano. Obtenido de <https://revistas.elpoli.edu.co/index.php/pol/article/view/179>



**Real Academia Española.** (2001). Diccionario de la lengua española. . Obtenido de <https://dle.rae.es/peat%C3%B3n>

**Treiber , M., and Kesting, A.** (2013). Traffic Flow Dynamics Data, Models and Simulation. Springer Berlin Heidelberg.

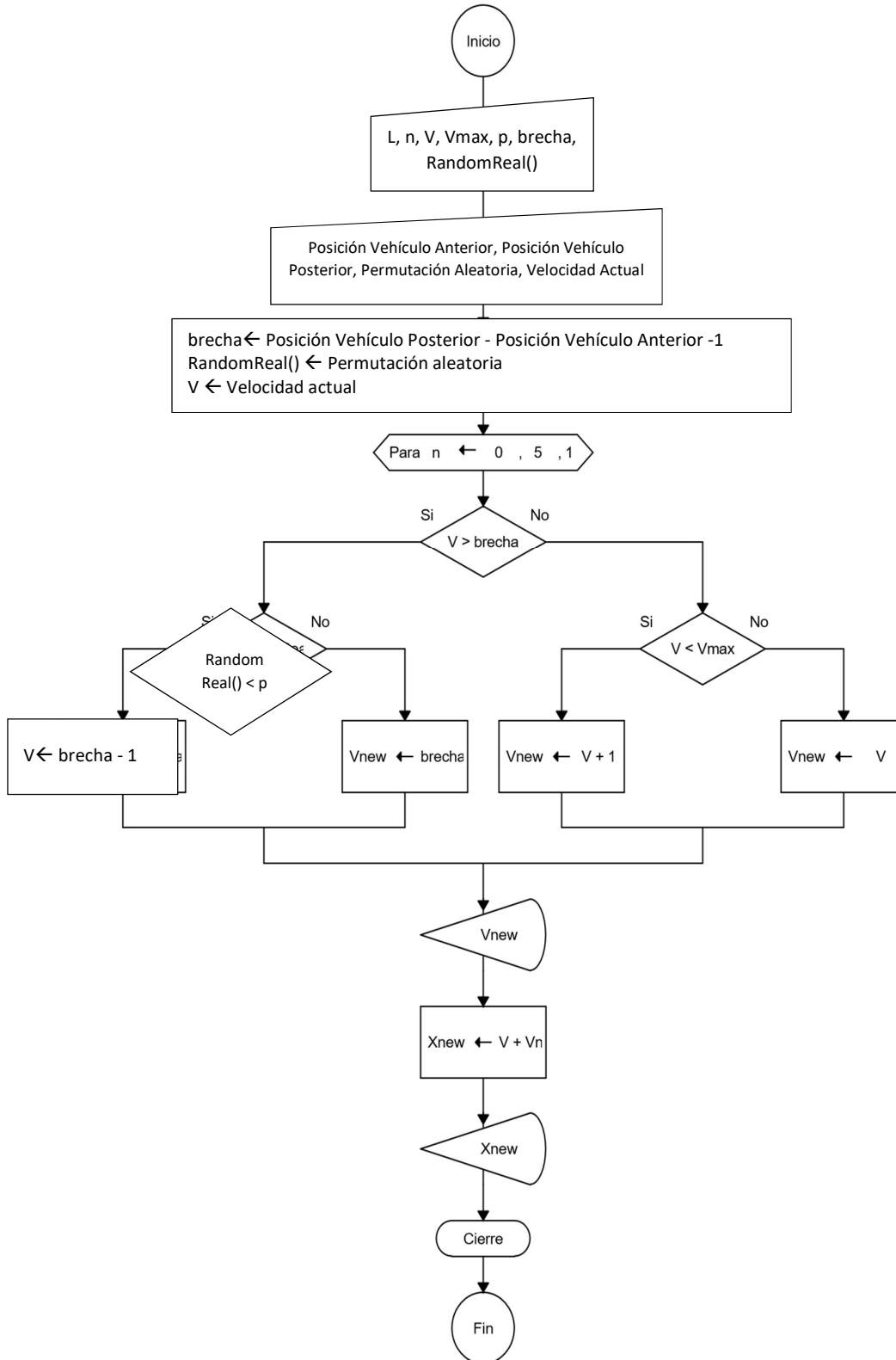
**Universidad de Antioquia.** (2011). ANÁLISIS DE LA MOVILIDAD EN CAMPUS UNIVERSITARIOS: CASO DE ESTUDIO UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA. Obtenido de <https://revistas.elpoli.edu.co/index.php/pol/article/view/179>

**Vasconcellos, E.** (2011). Desarrollo urbano y movilidad en América Latina. Obtenido de <http://scioteca.caf.com/handle/123456789/419>

**Wolfram, S.** A New Kind of Science. Champaign, IL: Wolfram Media, 2002. Obtenido de <https://mathworld.wolfram.com/CellularAutomaton.html>

# ANEXO A.

## FLUJOGRAMA DEL MODELO PLANTEADO.



## ANEXO B.

### COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 1.

(\*Ingreso de los datos al programa\*)

```
L = Input["Ingresar el valor de Lattice"];  
  |  
  |entra
```

(\*Longitud de la carretera 'Lattice\*)

```
vmax = Input["Ingresar el valor de la velocidad maxima"];  
  |  
  |entra
```

(\*Velocidad maxima permitida\*)

```
n = Input["Ingresar el numero total de vehiculos"];  
  |  
  |entra
```

(\*Numero total de vehiculos\*)

```
p = Input["Ingresar el valor de la probabilidad de frenado"];  
  |  
  |entra
```

(\*Probabilidad de frenado\*)

## ANEXO C

### COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 2.

```
<< "Combinatorica`"
SeedRandom[2]; (*Semilla para que se mantengan los valores iniciales en cada simulacion*)
|semilla aleatoria

(*Inicio de las condiciones iniciales*)
CondicionesIniciales[NumeroDeCarros_] := Block[{TotalCeldasAleatorias, EspaciosaOcupar,
|bloquea
    ListaDeCarros, Posicion, PosicionInicial, VelocidadInicial},
ListaDeCarros = Table[i, {i, 1, NumeroDeCarros}];
|tabla
TotalCeldasAleatorias = RandomPermutation[L];
|permutación aleatoria
EspaciosaOcupar[x_] := If[Evaluate[MemberQ[ListadeCarros, x]], 1, 0];
|si |evalúa |¿contenido en?
SetAttributes[EspaciosaOcupar, Listable];
|asigna atributos |listable
PosicionInicial = EspaciosaOcupar[TotalCeldasAleatorias];
Posicion = Position[PosicionInicial, 1];
|posición
velocidadesiniciales = Table[i, {i, 1, L}];
|tabla
Velocidad = Table[IntegerPart[vmax RandomReal[] + 1], {NumeroDeCarros}];
|tabla |parte entera |real aleatorio
VelocidadInicial = ReplacePart[velocidadesiniciales, Thread[Posicion -> Velocidad]];
|sustituye una parte |atraviesa
Return[{PosicionInicial, VelocidadInicial}]]
|retorna
(*Fin de las condiciones iniciales*)
```

## ANEXO D

### COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 3

(\*Inicio para avanzar un paso\*)

```
AvanzarUnPaso[{x $\theta$ _, v $\theta$ _}] := Block[{VelocidadEnesima, PosicionEnesima, jnew, dj, PosicionAnterior,  
    [bloquea]  
    PosicionNueva, VelocidadNueva}, PosicionAnterior = Flatten[Position[x $\theta$ , 1]];  
    [aplana] [posición]  
  
    ncars $\theta$  = Length[PosicionAnterior];  
    [longitud]  
  
    PosicionNueva = x $\theta$ ;  
    VelocidadNueva = v $\theta$ ;  
  
    For[j = ncars $\theta$ , j  $\geq$  1, j--, PosicionEnesima = PosicionAnterior[[j]];  
    [para cada]  
    VelocidadEnesima = VelocidadNueva[[PosicionEnesima]];  
    If[j == ncars $\theta$ , dj = L - PosicionEnesima + PosicionAnterior[[1]] - 2,  
    [si]  
    dj = PosicionAnterior[[j + 1]] - PosicionEnesima - 1];  
    If[VelocidadEnesima < vmax, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima + 1];  
    [si]  
    If[VelocidadEnesima > dj, VelocidadEnesima = dj];  
    [si]  
    If[VelocidadEnesima > 0 && RandomReal[] < p, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima - 1];  
    [si] [real aleatorio]  
  
    jnew = PosicionEnesima + VelocidadEnesima;  
    PosicionNueva = ReplacePart[PosicionNueva, {Mod[jnew, L, 1]  $\rightarrow$  1, PosicionEnesima  $\rightarrow$  0}];  
    [sustituye una parte] [operación módulo]  
  
    VelocidadNueva = ReplacePart[VelocidadNueva, {Mod[jnew, L, 1]  $\rightarrow$  VelocidadEnesima, PosicionEnesima  $\rightarrow$  0}];  
    [sustituye una parte] [operación módulo]  
  
    Return[{PosicionNueva, VelocidadNueva}];  
    [retorna]
```

(\*Fin para avanzar un paso\*)

## ANEXO E

### COMANDOS WOLFRAM MATHEMATICA PARTE 4

```
(*Construir el formato de puntos para lugares vacios;
para lugares ocupados el valor de velocidad*)
formatOrbit[PosicionesyVelocidades_List] :=
Block[{posiciones, velocidades, vformatted, LongitudDeOrbita, LongitudDeCarril, d, tamano},
|bloquea
  d = Dimensions[PosicionesyVelocidades];
  |dimensiones
  LongitudDeOrbita = First[d];
  |primero
  LongitudDeCarril = Last[d];
  |ultimo
  tamano = LongitudDeOrbita * LongitudDeCarril;
  posiciones = Flatten[Part[#, 1] & /@ PosicionesyVelocidades];
  |aplana |parte
  velocidades = Flatten[Part[#, 2] & /@ PosicionesyVelocidades];
  |aplana |parte
  For[j = 1, j ≤ tamano, j++, If[positions[[j]] == 0, velocidades = ReplacePart[velocidades, j → "."]];
  |para cada |si |sustituye una parte
  ];
  vformatted = Partition[velocidades, LongitudDeCarril];
  |particiona
  Return[ToString[Style[TableForm[vformatted, TableSpacing → {0, 0}], FontSize → 6]]];
  |retorna |convierte a... |estilo |forma de tabla |espaciado de tabla |tamaño de tipo de letra
] (*Termina formatOrbit*)
```

## ANEXO F

### COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 5

```
(*Ejemplo de una simulación por 10 unidades de tiempo*)
Simulacion[state_?MatrixQ, colors_Integer : 2, opts___] :=
  |matriz? |entero

Graphics[Raster[Reverse[1 - state / (colors - 1) ]], AspectRatio →
  |gráfico |mapa d... |invierte orden |cociente de aspecto
  (AspectRatio /. {opts} /. AspectRatio → Automatic), opts]
  |cociente de aspecto |cociente de aspe... |automático

(*de Órbita a posiciones*)
orbitToPositions[PosicionesyVelocidades_List] := Block[{posiciones},
  |bloquea

  Return[Part[#, 1] & /@ PosicionesyVelocidades]]
  |retorna |parte

ic = CondicionesIniciales[n];
list = NestList[AvanzarUnPaso, ic, 10];
  |lista de resultados anidados

formatOrbit[list];
positions = orbitToPositions[list];
Show[Simulacion[positions, 2, AspectRatio → 2]]
  |muestra |cociente de aspecto
```

## TRANSLATION 08 April 2022

 Traducir mensaje a: Español | No traducir nunca de: Inglés



MARJORY ESTEFANIA LECHON DE LA CRUZ

Vie 08/04/2022 9:19

Para: Juan Pablo Murillo Fajardo; Centro de Idiomas

 1    



Abstract Juan Pablo Murillo F...  
26 KB

Dear Mr. Juan Pablo Murillo,

The purpose of this email is to inform you that the respective translation of your abstract :

Maestría en Matemática Mención Modelación y Docencia

It has been carried out satisfactorily. If you have any queries, please answer the email.

Sincerely  
Marjory E. Lechon  
EFL Professor

[Responder](#) | [Responder a todos](#) | [Reenviar](#)



## ABSTRACT

The objective was to develop a mathematical model through stochastic processes to optimize vehicular traffic in the Escuela Superior Politécnica de Chimborazo projected for the year 2023. The research began by defining and delimiting the problem of vehicular congestion that has been generated on the polytechnic campus, and that due to its rapid population growth due to the diversification of its academic programs, the problem is expected to increase. It was oriented in the construction of the model of the dynamics of vehicular traffic through Cellular Automata based on the Nagel-Schreckenberg model under the microscopic approach using the non-stationary stochastic process. In the calculations performed, 900 vehicles were considered as the number of vehicles entering the campus hourly and a length of 743 meters distance with an average speed of 30 kilometers per hour. When the braking probability varied between 0 to 0.3, the vehicles moved without stopping very often, that is, they had minimum congestion, while, when the braking probability varied between 0.4 to 0.6, the congestion began to be observed, so the braking increased and the vehicles stopped more often; finally, when the braking probability varied between 0.7 to 1, the vehicles were stopped completely and there was no displacement, that is, the speed of each vehicle was equal to zero. The simulation of the model was performed in the Wolfram Mathematics software, which allowed us to have a detailed and real vision of the congestion inside the campus. It was recommended to extend the proposed model to include other factors that influence the behavior of vehicular traffic, these factors can be the weather, and road conditions, among others.

**Keywords:** <MATHEMATICAL MODEL>, <STATISTIC PROCESSES>, <VEHICULAR TRAFFIC>, <OPTIMIZATION>, <SIMULATION>.

# CAPÍTULO I

## 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, la importancia del uso del automóvil ha evolucionado de una necesidad a una dependencia en la que la sociedad comienza a sentir los estragos de este problema. Debido a esta dependencia del vehículo, este uso se ha incrementado rápidamente y ha provocado los problemas ya conocidos en las ciudades como los atascos, el congestionamiento por el alto tráfico vehicular, la contaminación acústica y ambiental, así como una ocupación sobredimensionada de los sitios públicos y las vías de circulación.

En este contexto, el propósito de esta investigación es desarrollar un modelo matemático mediante métodos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023.

### 1.1. Pregunta de Investigación.

¿Cómo generar una alternativa de solución al problema de transporte mediante la implementación de modelos matemáticos a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023?

### 1.2. Planteamiento del Problema

El estudio y modelización del tráfico vehicular tiene su origen en la década de 1930 cuando se aplicaron por primera vez métodos matemáticos y fotográficos para medir diversas variables relacionadas con el flujo vehicular y su respectivo comportamiento (Grenshields, 1934), donde posteriormente se constató la existencia de una relación lineal entre la velocidad y la densidad del tráfico.

Asimismo, según las palabras de Medina y Veloz (2012) en las grandes ciudades, los centros universitarios han implementado diferentes estrategias y alternativas para optimizar las condiciones de movilidad dentro de sus campus.

En la figura 1-1 se muestra el mapa de la ESPOCH, donde la línea de color rojo muestra una vista general de la zona a modelar.



En los últimos años, el crecimiento progresivo de los estudiantes ha ido aumentando el empleo considerable del uso automotor para poder movilizarse dentro del campus, como se muestra en la Figura 3-1.



**Figura 3-1.** Vista panorámica de la universidad

Realizado por: (Murillo Juan, 2021)

### **1.3. Justificación de la Investigación**

Actualmente, el crecimiento demográfico en el mundo hace que sea más frecuente el uso de vehículos para la movilización a sus diversos destinos.

Sin embargo, la ESPOCH al ser uno de los principales y mayores centros de educación superior del centro del país, debe proyectarse hacia el futuro y mostrarse como una universidad organizada en la circulación de vehículos dentro del campus.

La ESPOCH en los últimos años ha experimentado un desarrollo acelerado en su oferta académica, número de alumnos, docentes, por esta razón son varios los usuarios que utilizan los medios vehiculares para poder movilizarse dentro del campus y llegar a sus destinos.

Este trabajo de investigación se centrará en la obtención de diferentes variables que componen la movilidad dentro del campus, que serán analizadas para proponer un modelo matemático que optimice el tráfico vehicular.

## **1.4. Objetivos: general y específicos**

### ***1.4.1. Objetivo General***

- Desarrollar un modelo matemático a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023.

### ***1.4.2. Objetivos Específicos***

- a. Fundamentar teóricamente el modelo matemático y su factibilidad de uso.
- b. Elaborar un modelo matemático teórico a partir de la teoría de procesos estocásticos.
- c. Simular procesos de optimización para minimizar la congestión de tráfico vehicular a través de la utilización de un software matemático en el campus politécnico.

## **1.5. Hipótesis**

El modelo matemático propuesto a través de procesos estocásticos para optimizar el flujo del tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo logra una visión detallada y real del congestionamiento dentro del campus.

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1. Antecedentes

Para llevar a cabo este trabajo de investigación, en virtud de la adquisición de conocimientos previos sobre las investigaciones de los trabajos que se ha realizado previamente y después de examinar el repositorio digital de la Escuela Politécnica Superior de Chimborazo, no se ha encontrado ninguna investigación referente al estudio de las variables en cuestión, lo que permite realizar una valiosa contribución al aprendizaje y comprensión del trabajo que se está desarrollando.

Naranjo (2019) en su tema de investigación denominado “Ordenamiento de la movilidad vehicular mediante la gestión de estacionamientos en el campus de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo” concluye:

“No existe un departamento de movilidad responsable de implementar políticas, controlar y monitorear la movilidad dentro del campamento, situación que evidencia un elevado número de vehículos circulando libremente dentro del campus, además de la falta de señalización para ambos accesos a las áreas de estacionamiento predestinadas, así como la señalización necesaria en el interior de los aparcamientos para facilitar la rápida entrada y salida de los mismos”. (p. 105).

Álvarez (2014) menciona en su trabajo “Modelo de tránsito y optimización de flujo vehicular en paralelo”, dentro de las conclusiones de su investigación lo siguiente: “La aplicación del modelo permite generar estrategias adecuadas para la optimización del flujo de tráfico, la detección temprana de atascos y la predicción del tráfico a corto plazo en sistemas de navegación dinámica.” (p. 88).

La preocupación actual en las ciudades latinoamericanas se deriva del aumento descontrolado de población y la mínima planificación urbanística que existe para este fenómeno.

A esta situación se agrega el crecimiento del parque automotor como lo detalla Bull (2003) con su tema “Congestión de tránsito, el problema y como enfrentarlo” lo siguiente:

“En las décadas actuales, el empleo del equipo automotor, ha ido aumentando considerablemente en los países. La creciente disponibilidad de coches ha permitido una mayor movilidad individual que, además del crecimiento de la población en las ciudades, el menor número de habitantes por hogar y la aplicación limitada de una política estructurada de transporte urbano, ha provocado un aumento del número de cargas de tráfico.” (p. 21).

En palabras de Vasconcellos (2011), en su tema “Desarrollo urbano y movilidad en América Latina”, quien manifiesta en sus conclusiones:

“El tiempo ha demostrado cómo estas condiciones de movilidad han prevalecido en las ciudades latinoamericanas. Esto se ha traducido en un aumento significativo de los problemas provocados por esta causa raíz, agravados por la falta de planificación y acción que favorezcan al desarrollo de la sostenibilidad de las zonas urbanas del territorio y su movilidad”. (s.p.).

Según el estudio denominado “Análisis de la movilidad en campus universitarios” en la Universidad de Antioquia (2011) se considera lo siguiente:

“Los campus politécnicos y universitarios son denominados como modelos de “pequeñas ciudades” que presentan dentro de ellos los mismos fenómenos que las “grandes ciudades” (tanto físicas como sociales, políticas, económicas y culturales) pero en menor escala. El tráfico es uno de los factores más representativos del funcionamiento del campus como un pueblo pequeño, y una buena movilidad tiene un impacto directo en el comportamiento de las personas que conforman la comunidad.” (p. 51).

Este artículo presenta la metodología para realizar un diagnóstico de movilidad dentro de los campus universitarios y muestra la Universidad de Antioquia (2011) como un caso de estudio en el que se realizó un diagnóstico en cuanto su accesibilidad en los distintos modos de transporte. Tráfico y atascos en estacionamientos, diagnóstico que eventualmente sirvió de materia prima para diseñar una propuesta de solución que se enfocaba en localizar atascos en estacionamientos y mejorar la accesibilidad cuanto a su uso.

En el artículo "Movilidad sostenible en campus universitarios, una comparación de las mejores prácticas en Estados Unidos y Europa" (2014), el objetivo es comparar las mejores prácticas de movilidad sostenible de los últimos años en universidades de Estados Unidos y Europa, con base en una investigación documental para examinar su posterior aplicación en el contexto venezolano, dice:

Los campus politécnicos y universitarios son conexiones significativas dentro de la red vial urbana, porque se determinan por la agrupación de acciones en explícitas horas del día, cautivando una formidable cantidad de deslizamientos por motivos de estudio y trabajo durante las horas pico de la mañana. Por ello se observan altos volúmenes de vehículos que ingresan al campus, incluido los vehículos de transporte colectivo y privado, así como una intensa actividad peatonal. Estos volúmenes suelen provocar retrasos temporales en el acceso al campus y también en las calles adyacentes. A la hora de comer o por la tarde, los viajes procedentes de la universidad y principalmente de regreso a casa también provocan retrasos internos y ambientales. Estas

características han llevado a las universidades a desarrollar sus propios sistemas de transporte que toman en cuenta las necesidades de los estudiantes mientras intentan reducir el impacto del tráfico dentro y fuera de sus respectivos campus. (p. 24).

## **2.2. Marco Conceptual**

Para comprender mejor y con mayor claridad los elementos que actúan en la problemática del tráfico vehicular y el tránsito peatonal, a continuación se definen los más importantes:

### **2.2.1. *Modelo Matemático***

Es una relación entre dos o más variables donde se representan por medio de ecuaciones, funciones, fórmulas matemáticas o algoritmos.

### **2.2.2. *Movilidad Urbana***

Según Enriquez (2000) la definición de movilidad urbana se refiere a "la tendencia de una persona a moverse por una ciudad",

### **2.2.3. *Tránsito***

El tráfico se define como el uso de carreteras por vehículos que transportan personas, animales o mercancías. El uso de la vía pública por parte de todos los vehículos que atienden la necesidad de movilidad provoca tráfico. (Dominguez, 1988)

### **2.2.4. *Transporte***

Según Aymerich (2001), el transporte suele ser visto como el transporte de personas o mercancías en el espacio por medios especiales o como una actividad económica compleja que interviene directamente en el progreso y crecimiento del país, facilita el movimiento y ofrece una posibilidad de accesibilidad en el sector o lugar de movilidad, etc.

### **2.2.5. *Vehículo***

El autor Dominguez (1988) define al vehículo como el elemento autopropulsado por un motor de combustión interna y que permite una conducción adecuada y alcanza altas velocidades.

## **2.3. Enfoques para modelar el tráfico vehicular.**

El movimiento de vehículos en una red urbana o en la carretera se puede analizar a diferentes escalas y, según la escala elegida, se obtendrán diferentes descripciones. Por ejemplo, si observamos el movimiento de vehículos a gran escala, obtenemos una situación en la que se



muestra el movimiento global y no podemos distinguir cada vehículo, es decir, observaremos una fila de hormigas. De igual manera, cuando observamos el movimiento de cada vehículo, se pierde la visión global de los fenómenos. De esta forma podemos mencionar tres tipos de enfoques para el estudio del movimiento del flujo vehicular: macroscópico, microscópico y cinético. (Delgado, Saavedra y Velasco, 2011, p. 33).

A medida que transcurren los años, han ido evolucionando los modelos matemáticos para el tráfico vehicular, quedándose obsoletos los modelos anteriores, dando más realce a los modelos matemáticos computacionales, que se explicaran más adelante.

### ***2.3.1. Enfoque macroscópico***

En el enfoque macroscópico, el flujo de vehículos en las autopistas se analiza como un fluido compresible que está determinado por variables macroscópicas que describen el comportamiento del flujo. Variables como la densidad y la velocidad proporcionan información sobre el comportamiento del flujo. Para analizar este tipo de flujo, trabajamos con modelos que describen cualitativamente el comportamiento colectivo del flujo. Hay algunos modelos para estudiarlos, dependen de la cantidad de variables involucradas.

En los modelos macroscópicos, el flujo de vehículos se describe de manera similar al movimiento de líquidos, es decir, se basa en el uso de ecuaciones de la mecánica de fluidos. Por eso también se les llama modelos hidrodinámicos. (Treiber y Kesting, 2013, p. 67-68)

En este enfoque se considera a las variables como la densidad de tránsito  $\rho(x, t)$ , el flujo  $\Phi(x, t)$ , la velocidad promedio  $v(x, t)$ . Para algunos casos también se considera la varianza de la velocidad  $\sigma_v^2(x, t)$ . La confiabilidad y calidad de los resultados dependen especialmente de la precisión de las ecuaciones de flujo aplicadas y de la selección de una forma de integración numérica conveniente.

Los modelos macroscópicos, de acuerdo con lo anterior, pueden representar fenómenos colectivos, ya que los vehículos son vistos como partículas que fluyen por tuberías. Entre estos fenómenos, puede haber, entre otros, el desarrollo de los tramos donde se produce la congestión, el desarrollo de la velocidad media, la velocidad de propagación de las ondas de tráfico, la aparición y desarrollo de ondas de choque o soluciones, viscosas, etc.

Por el carácter colectivo, debido a los fenómenos que ocurren, estos modelos son útiles si no se tienen en cuenta sus efectos en el flujo del tráfico, los cambios de carril y la variedad de automóviles existentes, o si la información de ingresos existente es de diferentes fuentes y tiene propiedades no homogéneas y / o no son inconsistentes. La posibilidad de agregar fuentes de

datos no homogéneas solo es importante porque permite la predicción y estimación de las condiciones del tráfico de vehículos para un horizonte de tiempo  $\tau$  para cada actualización en  $t$  intervalos de tiempo en tiempo real.

Dentro de los modelos macroscópicos encontramos inicialmente el modelo básico de Lighthill y Whitham (Lighthill y Whitham, 1955, págs. 281-345). Posteriormente, Payne, en 1979, reemplazo este modelo básico añadiendo una ecuación de inercia, similar a la ecuación de Navier-Stokes (Payne, 1979, págs. 68-77). Por su parte, Kühne (1984) adicionó un elemento en términos de viscosidad y empezó a emplear métodos de la dinámica no lineal.

En 1995, Helbing propuso un modelo (modelo H), que usa ecuaciones de Euler y Navier-Stokes, en el cual, la varianza de la velocidad  $\sigma_v^2(x, t)$ , es empleada como una cantidad de equilibrio; sin embargo, en situaciones donde no lo hay, puede considerarse como una variable dinámica (Helbing, 1995, págs. 1067-1141).

### **2.3.2. Enfoque microscópico**

Un análisis microscópico, que permite estudiar el comportamiento de cada vehículo como parte de un todo, teniendo en cuenta reglas particulares (posición, velocidad y aceleración de los vehículos) para su movimiento. Existen numerosos modelos que analizan el comportamiento individual de los vehículos.

En los modelos microscópicos, se consideran las llamadas unidades conductor-vehículo, denotadas por  $\alpha$ , donde sus características y comportamiento forman colectivamente el flujo general de tráfico. Además, estos modelos tienen en cuenta las características del comportamiento humano como: el tiempo de reacción de cada conductor, su grado de cortesía o agresividad, el uso de indicadores de dirección (direccional) o el tiempo para cambiar de carril; así como las características del coche como: tiempo de aceleración o tiempo de frenado. Sus principales variables de estudio son la posición  $x_\alpha(t)$  la velocidad  $v_\alpha(t)$  y la aceleración  $\dot{v}_\alpha(t)$  de los vehículos.

Históricamente, los modelos de seguimiento de automóviles fueron los primeros modelos microscópicos en ser desarrollados, principalmente debido a una extensa investigación llevada a cabo en 1958 por la compañía automotriz norteamericana General Motors (Herman y Potts, 1959, págs. 147 - 157). Los modelos de seguimiento de coches se basan en las leyes de estímulo-respuesta (conductismo), donde la respuesta a la variación de velocidad se mide por la aceleración, pudiendo dicho estímulo tener diferentes orígenes, permitiendo así obtener diferentes modelos. Considerando la variación de los modelos, aparece una relación lineal entre la velocidad y la distancia entre los vehículos, o incluso entre la aceleración y la diferencia de velocidad entre vehículos consecutivos.

Otro aporte que se ha hecho a partir de la teoría de modelos microscópicos son los modelos con autómatas celulares (AC), también conocidos como modelos de salto. El uso de modelos de autómatas celulares comienza con Gerlough (Gerlough, 1957, págs. 7579), Cremer y Ludwig (1986, págs. 297303) quienes luego hicieron varias extensiones.

Los autores Knospe, Santen, Schadchneider y Schreckenberg (1999) publicaron el modelo de tráfico vehicular K - S - S - S utilizando autómatas celulares basados en el modelo Nagel-Schreckenberg y simulando el flujo de tráfico utilizando semáforos que advierten a los vehículos sucesores posibles reducciones de velocidad, por lo tanto resultando en un flujo más suave mientras conduce. Posteriormente, en 2002, Knospe propuso el modelo K - S - S - S<sub>2</sub> para el análisis de flujo de tráfico de dos carriles.

### ***2.3.3. Enfoque cinético***

Un análisis cinético, para el cual consideramos una función de distribución que proporciona información sobre el número de vehículos que tienen velocidad instantánea en un intervalo  $\Delta v$  en un segmento  $x$  en el instante  $t$ . Este análisis tiene en cuenta el comportamiento habitual de los conductores en relación con las velocidades, así como la interacción entre vehículos.

Los modelos cinéticos también se conocen como modelos mesoscópicos, que combinan los enfoques de modelos macroscópicos y microscópicos en un modelo híbrido, en el que los parámetros del enfoque microscópico, tales como: velocidad del vehículo individual, vehículo inter espacial, entre otros, podrían depender de la cantidad de enfoque macroscópico como densidad, velocidad local o el cambio de velocidad.

En el enfoque cinético existen dos enfoques principales, aquellos en los que los vehículos no se consideran individualmente sino que se agrupan en pelotones o caravanas que se mueven a lo largo de la red de flujo (permitiendo la existencia de pelotones de un solo vehículo), como en Leonard et al.; modelo (Leonard, Gower y Taylor, 1989) y aquellos donde la dinámica de flujo está expresada por la dinámica simplificada de los vehículos por separado, como en el caso de (Jayakrisham, Mahmassani y Yu, 1994, pp. 129 - 147).

Estos modelos incluyen modelos cinéticos de gas (modelos de tráfico de gas); donde las colisiones ideales se utilizan para describir la dinámica de una cantidad llamada densidad de fase espacial. El modelo de Prigogine (Prigogine y Andrews, 1961, págs. 787-797) es un ejemplo de esta aproximación y considera que la cantidad básica es una función de distribución  $f(x, v, t)$  que describe el número de vehículos en una determinada posición y velocidad en el tiempo  $t$ .

## 2.4. Modelos matemáticos de primer orden para el tráfico vehicular

En la literatura, los modelos de primer orden únicamente consideran a la densidad como la variable relevante y los modelos que consideran tanto a la densidad como a la velocidad promedio, se denominan modelos de segundo orden, o modelos tipo Navier-Stokes. Asimismo, los modelos que consideran un número mayor de variables, se los denomina “modelos de orden superior”.

Al pasar de los años, estos modelos pasan a ser obsoletos cuando se implementa un modelo nuevo.

### 2.4.1. Modelo de Lighthill-Witham-Pichards (LWR)

El propósito del modelo de Lighthill-Witham-Pichards, conocido como LWR, es ilustrar la relación fundamental del tráfico que existe entre la densidad, velocidad y el flujo, que son las variables relevantes.

Supongamos que en una carretera hay automóviles moviéndose a una velocidad constante  $v_0$ , y que en ese tramo hay una densidad constante  $\rho_0$ , de manera que la distancia entre automóviles es también constante. Por consiguiente, en el tiempo  $\tau$  cada vehículo se ha desplazado una distancia igual a  $v_0\tau$ . Dado que la densidad  $\rho_0$  es el número de vehículos por unidad de distancia y  $v_0\tau$  es la distancia, entonces el flujo viene dado por:

$$\rho_0 v_0 = \frac{N}{s} \frac{s}{\tau} = \frac{N}{\tau} = f \quad (1)$$

Dónde N representa el número de vehículos. ES decir, la ecuación del flujo viene dado por:

$$f(\rho, v) = \rho(x, t) \cdot v(x, t) \quad (2)$$

Los fenómenos físicos que permanecen constantes a lo largo de su evolución se basan en la ley de conservación física y se dice que se conservan sus cantidades. En el fenómeno de los vehículos que entran y salen de un tramo de vía, se busca que el número de los que entran sea igual al de los que salen, es decir, que se retengan sus cantidades.

Para hacer esto, considere una sección de la carretera en la que los automóviles se mueven de izquierda a derecha. También se asume que no hay rampas de entrada o salida en esta sección de la carretera.

El número de vehículos comprendidos dentro del intervalo  $[x_1, x_2]$  en el instante de tiempo t está proporcionada por la integral de densidad de tráfico por:

$$N = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t) dx \quad (3)$$

Por otro lado, se conoce que a partir de la relación fundamental del tráfico, que el flujo es igual a:

$$f(\rho, v) = \rho(x, t) \cdot v(x, t) \quad (4)$$

Despejando la densidad

$$\rho(x, t) = \frac{f(\rho, v)}{v(x, t)} \quad (5)$$

Derivando la ecuación con respecto al tiempo tenemos:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t) dx \quad (6)$$

Sustituyendo el valor de la densidad se obtiene:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(\rho, v)}{v(x, t)} dx \quad (7)$$

y reemplazando la velocidad

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(\rho, v)}{\frac{dx}{dt}} dx \quad (8)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} f(\rho, v) dt \quad (9)$$

Después, tomando en cuenta el teorema fundamental del cálculo se obtiene:

$$\frac{dN}{dt} = f_{in}(\rho, v) - f_{out}(\rho, v) \quad (10)$$

Por lo tanto, el número de vehículos que ingresan es igual al número de vehículos que sale.

#### 2.4.2. Modelo de Lighthill-Witham con difusión (LWD)

Para evitar la aparición de la onda de choque en el modelo LWR se hace una cierta modificación.

En 1974 Lighthill eligió una ecuación constitutiva diferente:

$$\phi(\rho) = \rho V_{max} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}}\right) - D \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (11)$$

Dónde  $D$  es una constante denominada coeficiente de difusión, la cual siempre toma valores positivos. La situación directa de la nueva ecuación constitutiva en la ecuación de continuidad nos lleva a:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V_{max} \left(1 - \frac{2\rho}{\rho_{max}}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0 \quad (12)$$

Se observa que la estructura no lineal de la ecuación de Burgers persiste, pero ahora hay un término en segundas derivadas de la densidad, que es similar a un término de difusión usual. Esta es la ecuación de Burgers usual, que también se puede escribir en términos de variables adimensionales, tomando  $\rho = \rho_{max} \left(\frac{1-\rho'}{2}\right)$ ,  $x' = \rho_{max}x$ ,  $t' = \rho_{max}V_{max}t$  y, el coeficiente de difusión adimensional queda como  $D' = \frac{\rho_{max}}{V_{max}}D$ . Posteriormente se obtiene la ecuación en la forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \rho}{\partial t} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0 \quad (13)$$

### 2.4.3. Modelo de Nelson

El modelo de Nelson se guía al modelo LWD como punto de partida, sin embargo, se modifica el coeficiente de difusión para obtener la descripción de "flujo sincronizado", que permite la transición entre los dos sistemas de tráfico existentes: el flujo libre y el flujo congestionado. La forma más sencilla de entender el concepto es si consideramos una carretera de dos carriles, ambos en la misma dirección de viaje.

En ciertos parámetros de alta densidad, los vehículos se mueven a una velocidad constante, aunque a diferentes velocidades en cada carril. Este evento representa una sincronización entre los dos carriles y tampoco permite que los vehículos cambien de carril. Cuando solo hay un carril disponible, hay que tomar un marco de referencia que se mueva con la velocidad promedio de los vehículos y luego veremos que hay un frente parado, todo en alta densidad.

En este modelo, Nelson empleó un coeficiente de difusión que depende de la densidad como variable, de esa forma, la expresión necesaria para cerrar la ecuación depende de la densidad evaluada en la posición y los tiempos sustituidos.

$$V(x, t) = V_e(\rho(x + \lambda - VT, t - T)) \quad (14)$$

Dónde  $T$  es un tiempo de reacción en el que los conductores intentan ajustar su velocidad a cualquier posición en el tiempo  $t$ , de modo que  $T$  es en realidad un retraso de tiempo en la respuesta. Por otro lado, para compensar el retraso mencionado anteriormente, los conductores

intentan ajustar la densidad a una cierta distancia frente a su posición  $x$  (distancia de avance). Tanto  $T$  como  $\lambda$  se consideran pequeñas cantidades y se desarrollan en serie, por lo que el coeficiente de difusión tiene la forma:

$$D(\rho) = -\lambda\rho V'(\rho) - T\rho^2[V'(\rho)]^2 \quad (15)$$

La variable  $V'(\rho)$  es la derivada de la velocidad, dada por el orificio  $V_e(\rho) - \rho$  según la densidad y es negativa. El principal problema es que este coeficiente de difusión puede ser negativo para valores por debajo del máximo. El valor exacto depende del diagrama básico utilizado, cualitativamente esto significa que el conductor puede compensar más de lo necesario a partir de ciertas densidades.

#### 2.4.4. Modelo de Jordan

En el modelo de Jordan, se corrige una de las principales fallas de los modelos de primer orden mencionados anteriormente. Partiendo de la ecuación de continuidad e introduciendo una ecuación de material, las señales se alargan con una velocidad infinita, es decir, se puede sentir una perturbación del flujo en todos los lugares y posiciones de la carretera al mismo tiempo. En términos de tráfico de vehículos, esto significa que el conductor reacciona inmediatamente, dependiendo de su experiencia, a los cambios que ocurren a cualquier distancia frente a él.

Este aspecto ha sido documentado en la literatura y se ha propuesto una corrección a la ecuación constitutiva de flujo que agrega un tiempo de respuesta para la escalera.

$$\emptyset + T_0 \frac{\partial \emptyset}{\partial t} = V_{max} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \quad (16)$$

Obteniendo la ecuación para la densidad en la forma:

$$T_0 \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial \rho}{\partial t} + V_{max} \left(1 - \frac{2\rho}{\rho_{max}}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

Esta ecuación se conoce como la "Ecuación hiperbólica de Burgers (HBE)", donde  $T_0$  es el tiempo de reacción de los conductores.

La introducción del tiempo de reacción tiene como consecuencia que ahora el coeficiente de difusión  $D > 0$  es constante, la velocidad de las señales ya es finita y está determinada por el coeficiente de difusión y el tiempo de reacción. Desde un punto de vista matemático, la introducción de este tiempo altera radical y fundamentalmente la estructura de la ecuación, porque ahora en lugar de una ecuación de difusión típica, se obtiene una ecuación de onda.

## 2.5. Modelos matemáticos de segundo orden para el tráfico vehicular

Las variables relevantes que se consideran en los modelos de segundo orden son tanto la densidad  $\rho(x, t)$  como a la velocidad  $v(x, t)$ . De igual manera, la ecuación de continuidad seguirá siendo útil y válida, sin embargo, a diferencia con los modelos de primer orden, ahora necesitamos una ecuación diferencial adicional que nos permita describir la dinámica de ambas variables. Es decir, que además de la ecuación de continuidad, se obtiene una ecuación para la velocidad y ésta debe proponerse, o bien deducirse a partir de un modelo cinético. Los modelos de segundo orden han pasado por varias etapas y procesos, pero comparten la misma similitud con la ecuación de Navier-Sokes en la dinámica de fluidos compresibles.

### 2.5.1. Modelo de Kerner-Konhäuser

El modelo Kerner-Konhäuser (modelo K) considera la ecuación de continuidad para la densidad y en lugar de la ecuación constitutiva para el flujo  $\Phi$ , propone una ecuación dinámica para él, de esta forma se tiene que:

$$T_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \phi V + c_0^2 \rho - \eta \frac{\partial V}{\partial x} \right) = \frac{\rho}{\tau} [V_e(\rho) - V] \quad (18)$$

Dónde  $\eta > 0$  es constante y juega un papel semejante a la viscosidad volumétrica en flujo compresible, a su vez  $\tau > 0$  es un tiempo de relajamiento en el cual los conductores vehiculares tratan de ajustar su rapidez o velocidad. La ecuación también se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} + \frac{1}{\tau} [V_e(\rho) - V] \quad (19)$$

Esta ecuación (19), tiene igual similitud con la ecuación propuesta de Navier-Stokes en la dinámica de flujo compresible. La cantidad  $\mathcal{P}(x, t)$  se conoce con el nombre de “presión de tráfico”, por su semejanza con el tensor de presiones, además el modelo K propone que la presión de tráfico se escriba en la forma:

$$\mathcal{P}(x, t) = \rho(x, t) \theta_0 - \eta \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \quad (20)$$

Dónde  $\theta_0$  es la varianza, que en este caso propone como  $\theta(x, t)_0 = \theta_0 = c_0^2 = \text{constante} > 0$ . Si reescribimos las ecuaciones, podemos ver que la ecuación para la velocidad promedio es:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\theta_0}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\eta_0}{\rho} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1}{\tau} [V_e(\rho) - V] \quad (21)$$

En la cual se puede apreciar su similitud con la ecuación de Navier-Stokes.



## 2.6. Modelos matemáticos de orden superior para el tráfico vehicular

Los siguientes modelos poseen un orden mayor al segundo y se les conoce como modelos de orden superior, y el modelo de Helbing (H) descrito en esta sección pertenece a este conjunto porque tiene en cuenta tres variables relevantes en la descripción. El modelo H se propuso para superar las dificultades del modelo K mencionadas anteriormente. Por tanto, la varianza se considera una variable relevante y se propone una ecuación dinámica para determinar su comportamiento. Evidentemente, esta propuesta requiere parámetros y datos adicionales derivados del comportamiento empírico.

El modelo H contiene variables  $(\rho, V, \theta)$  y, por lo tanto, tenemos tres ecuaciones acopladas no lineales para ellas. Además de una ecuación para la varianza, los parámetros del modelo H incluyen el tamaño de los vehículos y un tiempo relacionado con el progreso del conductor.

Las ecuaciones que correspondientes a este modelo se expresan en la siguiente manera:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\tau} [V_e(\rho) - V] \quad (23)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + V \frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{2\mathcal{P}}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x} + \frac{2}{\tau} [\theta_e(\rho, V) - \theta] \quad (24)$$

Se puede apreciar que las ecuaciones (22), (23) y (24) tienen la estructura de la dinámica de fluidos, donde también se considera a la temperatura como variable además de las ecuaciones de la densidad y la velocidad. Es importante señalar que la presencia de términos análogos, no significa que tengan el mismo significado. De manera similar,  $\mathcal{P}$  describe la presión del tráfico y  $\mathcal{J}$  representa el equivalente del flujo de calor y es una medida de la asimetría en la estructura de la función de distribución de velocidad.

Para el modelo H se tienen las siguientes expresiones:

$$\mathcal{P} = \frac{\rho \theta}{1 - \rho s(V)} - \eta \frac{\partial V}{\partial x} \quad (25)$$

$$\mathcal{J} = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (26)$$

Dónde:

$$\eta = \frac{\eta_0}{1-\rho s} \quad (27)$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{1-\rho s} \quad (28)$$

$\eta$  y  $\lambda$  corresponden a los coeficientes que intervienen en la presión de tráfico y en  $J$ . Las cantidades  $\eta_0$ ,  $\lambda_0$  son constantes y  $s(V) = l + V\Delta T$  es una corrección que toma en cuenta el tamaño de los vehículos,  $l$  es su longitud y  $\Delta T$  es un tiempo relacionado con el avance del conductor. Por otra parte, para la varianza que corresponde al estado homogéneo y estacionado,  $\theta_e(\rho, V)$ .

## 2.7. Autómatas Celulares

Un autómata celular es un conjunto de celdas o células "coloreadas" en una cuadrícula de forma especial que va cambiando a través de una serie de pasos de tiempo discretos respecto a un conjunto de normas basadas en los estados actuales de las celdas vecinas. A continuación, las reglas se aplican de forma iterativa durante tantos pasos de tiempo como se desee. Von Neumann fue una de las primeras personas en considerar tal modelo e incorporó un modelo celular en su "constructor universal". Los autómatas celulares se estudiaron a principios de la década de 1950 como un posible modelo para sistemas biológicos (Wolfram 2002, p. 48). S. Wolfram ha realizado estudios exhaustivos de autómatas celulares a partir de la década de 1980, y la investigación fundamental de Wolfram en el campo culminó con la publicación de su libro *A New Kind of Science* (Wolfram 2002) en el que Wolfram presenta una gigantesca colección de resultados sobre autómatas, entre los que se encuentran una serie de nuevos descubrimientos revolucionarios. (Hachinski, 2001).

Los modelos de Autómatas Celulares (AC) son modelos matemático computacionales que representan por medio de algoritmos, y son muy útiles por la velocidad a la que se muestran los resultados y el comportamiento que generan las dinámicas complejas mientras el autómata está en marcha, pudiendo observar también interesantes fenómenos y cambios.

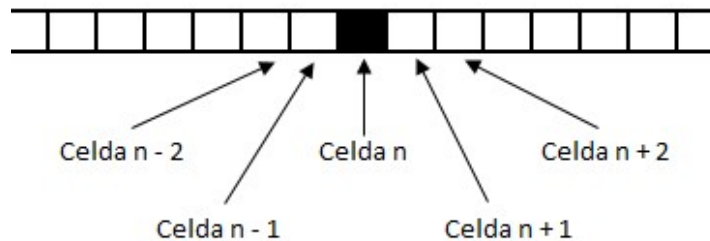
Por esta razón, los autómatas celulares tienen una amplia variedad de aplicaciones, que van desde simulaciones realistas de medios granulares, modelado de fluidos, modelado de cáncer, modelado de avalanchas, modelado de mercado de valores, así como fenómenos magnéticos. La aplicación en la dinámica del tráfico vehicular ha dado lugar a una gran cantidad de investigaciones sobre su aplicabilidad, encaminadas a comprender las irregularidades del tráfico vehicular, responsables de la aparición de congestión.

### 2.7.1. Definiciones

Para comprender mejor y con mayor claridad los elementos que intervienen en los autómatas celulares, a continuación se definen los más importantes:

#### 2.7.1.1. Definición de Lattice

Un "Lattice" o "célula" es una disposición uniforme, que se obtiene formando objetos idénticos llamados "celdas" o "células". Las disposiciones que pueden existir son n-dimensionales, sin embargo, para fines de simulación de sistemas naturales, se utilizan una, dos o tres dimensiones, que son de tamaño finito. En el Gráfico 1-2 se representa un autómata celular unidimensional, que se divide en celdas más pequeñas. Se considera cualquier celda n, las celdas adyacentes se identifican como celda n - 2, celda n - 1, celda + 1, celda. + 2.



**Gráfico 1-2:** Representación de un AC unidimensional

Fuente: (Hoyo Alan, 2006).

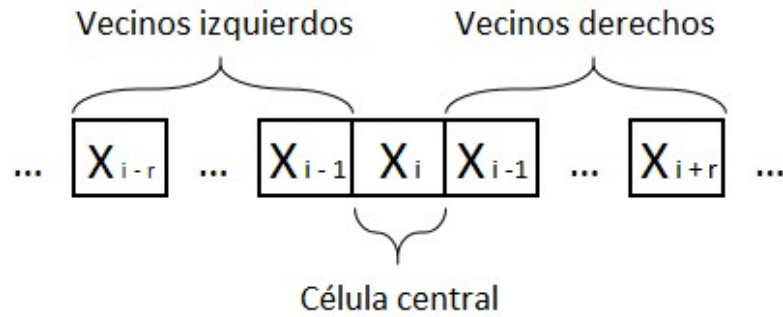
#### 2.7.1.2. Definición de Vecindad

Una vecindad para una célula  $c \in L$  se define como:

$$V(c) = \{r_1, r_2, \dots, r_n / r_i \in L; i = 0, 1, \dots, n\} \quad (29)$$

Donde r es el radio o distancia entre vecinos, por lo tanto, una vecindad es un conjunto de células para las cuales la célula c es el punto de referencia para el área de influencia.

En el caso de AC de una dimensión, la vecindad de la i-ésima celda puede consistir en las celdas contiguas a la derecha y a la izquierda, de modo que esta vecindad tiene el radio r como se indica en el Gráfico 6-2.



**Gráfico 2-2.** Vecindad radio r.

Fuente: (Murillo Juan 2022).

### 2.7.1.3. Definición de la tupla AC

Un Automata Celular se define como una 4-tupla  $AC = (L, S, V, F)$  donde:

$L$ : Representa una retícula regular y se define como  $L = \{c \in C\}$  para una Lattice  $d$ -dimensional.

$S$ : Representa el conjunto finito de todos los posibles estados que puede tener cada célula,  $c \in L$ .

$V$ : Representa el conjunto finito de células que definen la vecindad para una celda o célula.

$F: F \rightarrow f$ . Representa a una función de transición aplicada simultáneamente a las células que conforman la Lattice.

Para actualizar el estado de las celdas, se requiere conocer el estado de las celdas adyacentes o vecinas. Las reglas de transición existentes de un AC binario unidimensional dan el siguiente estado de un nodo con una configuración dada en el caso de usar un radio circundante  $r = 1$ , solo se requieren 8 reglas ya que al trabajar con un alfabeto binario 0 (celda libre) o 1 (celda ocupada), el vecindario se compone de tres nodos, el central y los vecinos de cada lado.

En la Tabla 1-2 se muestra un ejemplo de las reglas de transición para una AC binaria unidimensional. En este ejemplo, la vecindad se representa como una disposición binaria de dimensión 3, donde cada valor binario representa el estado de cada nodo que forma la vecindad y

el siguiente estado representa el siguiente estado del nodo central en un momento discreto posterior, estas reglas son aplicadas sincrónicamente en todos los nodos.

**Tabla 1-2:** Aplicación de la regla de transición de un Automata Celular unidimensional binario.

<b>Vecindad</b>	<b>Estado Siguiente</b>
000	0
001	0
010	0
011	1
100	1
101	1
110	0
111	1

**Fuente:** Hoyo, 2006.

**Elaborado por:** (Murillo Juan, 2022).

La función o regla de transición toma valores discretos sobre un conjunto finito (en el caso de un AC binario el conjunto es  $\{0,1\}$ ), se puede mostrar en la Tabla 1-2, que restringe los estados de las celdas a un conjunto generalmente pequeño, lo que las diferencia de otros sistemas dinámicos con las ecuaciones diferenciales parciales. (Hoyo, 2006).

### **2.7.2. Modelo de Nagel-Schreckenberg**

#### **2.7.2.1. Definición del Modelo de Nagel-Schreckenberg.**

Un Automata Celular básico para el modelado del flujo de tránsito vehicular es el modelo de Nagel-Schreckenberg o simplemente denominado modelo Na-Sch. La característica de este un Automata Celular radica que se puede modelar el flujo de tránsito vehicular en un sólo carril.

El modelo de Nagel-Schreckenberg contiene  $N$  vehículos desplazándose en una Lattice  $L$  unidimensional con condiciones de frontera periódicas, es decir, el número de vehículos que se desplazan se conservan, en donde el número de vehículos es el mismo en cada instante de tiempo  $t$ , en otras palabras, la cantidad de vehículos es realimentado en un extremo y es perdido en el otro.

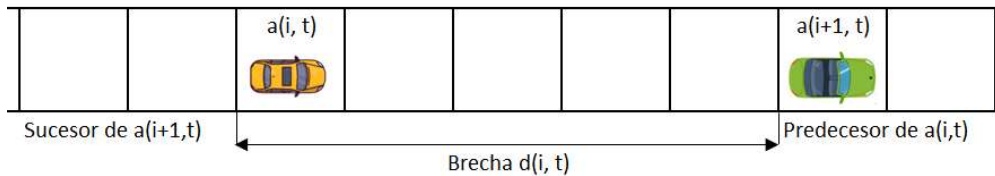
Para cualquier tiempo  $t$ , cada célula puede estar libre u ocupada por un vehículo, y se denota por  $x(i, t)$  a la posición del vehículo,  $a(i, t)$  sobre  $L$  en el tiempo  $t$ . Cada uno de los vehículos tendrá en un tiempo  $t$ , así mismo, un desplazamiento  $v(i, t) \in \{0, 1, 2, \dots, v_{max}\}$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  la cual está dada en células por unidad de tiempo (el espacio y el tiempo son discretos).

Con estos conceptos, la definición de brecha entre un vehículo y su predecesor puede ser definida como:

Sea  $AC = (L, S, V, F)$  un Autómata Celular que modela el flujo del tránsito vehicular y  $a(i, t)$  es un vehículo en el tiempo  $t$ , tal que  $a(i, t)$  tiene predecesor. La posición del vehículo  $a(i, t)$  es  $x(i, t)$  y la célula que lo representa es  $r_a(i, t) = r_j$ , es decir,  $x(i, t) = j$ ; la posición de  $a(i + 1, t)$  es  $x(i + 1, t)$  y la célula que lo representa es  $r_a(i + 1, t) = r_k$ , o sea,  $x(i + 1, t) = k$ . La brecha entre  $a(i, t)$  y  $a(i + 1, t)$  es la distancia entre ambos vehículos, que se calcula como el número de células vacías entre  $a(i, t)$  y  $a(i + 1, t)$ .

Es otras palabras, si  $d(i, t)$  representa la brecha o distancia entre ambos vehículos en el tiempo  $t$ , por lo tanto, se tiene que definir como:

$$d(i, t) = \begin{cases} x(i + 1, t) - x(i, t) - 1 & \text{Si } x(i + 1, t) > x(i, t) \\ x(i + 1, t) - x(i, t) + (l - 1) & \text{Si } x(i + 1, t) < x(i, t) \end{cases} \quad (30)$$



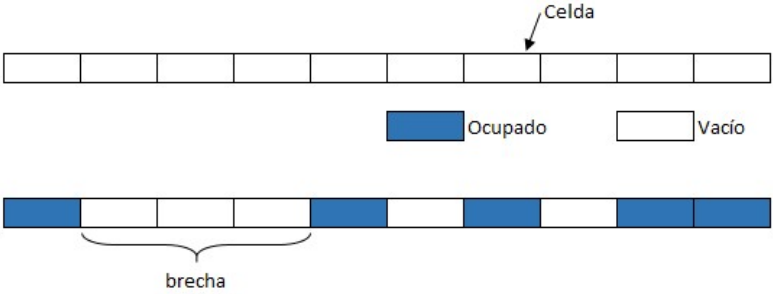
**Gráfico 3-2.** Carril en un modelo de tráfico vehicular representado con un autómata celular.

**Fuente:** (Fernández, 2009).

En el modelo, el tiempo se divide en pequeños intervalos iguales y en cada uno de ellos se actualizan al mismo tiempo las posiciones y las velocidades de los vehículos como se indica en el gráfico 3-2.

Todos los vehículos están descritos por su propia ecuación de movimiento, se asume una velocidad uniforme para todos los vehículos, existirá un parámetro probabilístico, que se refiere a la probabilidad de que un vehículo tenga que disminuir su velocidad.

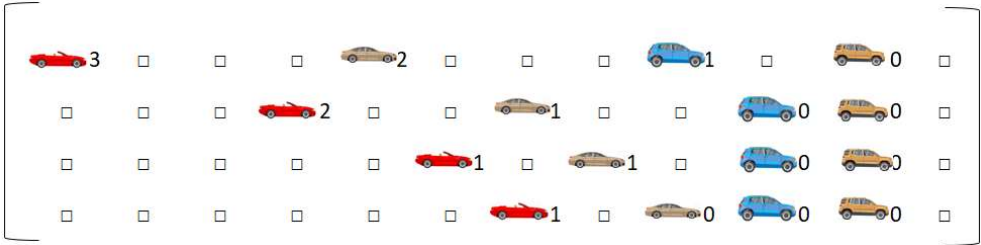
En el gráfico 4-2 se puede observar que el carril está dividido en celdas iguales, de tal tamaño que cada una de ellas tiene como máximo un vehículo, el espacio entre dos vehículos consecutivos está delimitado por el número de celdas vacías.



**Gráfico 4-2.** Arreglo de 10 celdas

Fuente: (Murillo Juan, 2021).

La carretera está representada por un conjunto discreto de lugares, y se obtiene que los automóviles cambian de lugar instantáneamente de una iteración a la siguiente. Por ejemplo, si observamos en el gráfico 5-2, este momento a un automóvil en esta posición con una velocidad de 3 unidades, entonces el automóvil avanzará 3 cuadros, la unidad de tiempo es una iteración. El coche tomará esa velocidad dependiendo de quién esté delante. Se les llama leyes locales de evolución y se les llama autómatas celulares porque ambos estados son discretos, es decir, solo toman un número finito de valores alias las posibles velocidades que este objeto puede realizar. El espacio está discretizado y también el tiempo, ya que el tiempo evoluciona a saltos. El espacio de estados y el tiempo de variación de forma discreta o discontinua.



**Gráfico 5-2.** Modelo de Nagel- Schreckenberg

**Fuente:** (Murillo Juan, 2021).

En los autómatas celulares, los autos solo pueden ocupar un número discreto de posiciones y en cada posición se asocia un número que es su velocidad, en el gráfico 9-2 se muestra el primer auto que tiene una velocidad de 3 unidades, el segundo auto una velocidad de 2 unidades, la siguiente de 1 y la última se detiene. Todo esto se representa en el tiempo  $t$  igual a cero. En el tiempo  $t$  igual a 1, el primer auto que tiene una velocidad de 3 unidades, avanza 3 cuadros y cómo ve que ya tiene a alguien delante, luego baja su velocidad a 2. El auto que tiene 2 unidades de velocidad, avanza 2 espacios pero como tiene un coche delante de él, reduce la velocidad a 1 unidad. El siguiente solo pudo avanzar una unidad y luego tuvo que detenerse para evitar chocar con el que estaba al frente. Este es el estilo de cómo evoluciona un autómata celular, y esto se puede representar gráficamente poniendo una celda negra si la celda está ocupada por un automóvil, o una celda blanca si la celda no está ocupada, y acompañada de un número que represente su velocidad.

### **2.7.1.2. Probabilidad de Frenado.**

En la regla de aleatorización empleada en el modelo de Na-Sch,  $p$  es la probabilidad de que un vehículo disminuya su velocidad aleatoriamente. Esta probabilidad puede distinguirse como la ocasional de congestionamientos aleatorios en un flujo de tráfico normal, causado en la realidad por alguna causa arbitraria, por ejemplo, la distracción de un conductor al empezar a acelerar, reductores de velocidad existentes en la vía que son los principales factores.

La probabilidad de frenado  $p$ , varía entre 0 a 1. Cuando  $p$  se acerca a 0, los vehículos se desplazan con determinada velocidad, es decir, no frenan o su frenado es mínimo; sin embargo, cuando  $p$  se acerca a 1, los vehículos se detienen, es decir, su velocidad es cero, por lo que no habría desplazamiento de los vehículos en cada iteración.

### **2.7.1.3. Modelo matemático de Nagel y Schreckenberg.**

En el modelo de Nagel y Schreckenberg (en lo sucesivo AC Na-Sch) la carretera consta de  $L$  celdas (cada una corresponde aproximadamente a 4 metros) y  $N$  es el número de autos. Cada celda puede estar vacía u ocupada por un sólo vehículo. Con  $x_n \in \{1, 2, \dots, L\}$  se denota la posición del  $n$ -ésimo auto.

La brecha es el espacio que existe entre dos vehículos consecutivos, es decir, es el número de celdas vacías que hay entre los dos. La velocidad de cada vehículo  $v_n, n = 1, 2, \dots, N$  puede tomar los valores  $0, 1, 2, \dots, v_{max}$ . El estado de la carretera al tiempo  $t + 1$  a partir del estado al tiempo  $t$  se puede obtener aplicando las siguientes reglas a todos los vehículos al mismo tiempo:



Regla 1: aceleración:

$$v_n \rightarrow \min(v_n + 1, v_{max}) \quad (31)$$

Esta regla se cumple si  $v < v_{max}$  y  $v < brecha$ , entonces la velocidad del vehículo al inicio de la siguiente iteración varía entre  $v_n + 1$  y la velocidad máxima permitida.

Regla 2: Frenado

$$v_n \rightarrow \min(v_n, brecha - 1) \quad (32)$$

Si  $v > brecha$ , entonces la velocidad del vehículo al inicio de la siguiente iteración será el valor de la brecha.

Regla 3: Aleatorización

$$v_n \rightarrow \max(v_n - 1, 0), \text{ con probabilidad } p \quad (33)$$

Se genera un número aleatorio “Random”, que varía entre 0 y 1, la cual si  $\text{Random} < p$ , donde  $p$  es la probabilidad de frenado, entonces la velocidad del vehículo en la siguiente iteración será “ $v - 1$ ”.

Regla 4: Avance

$$x_n \rightarrow x_n + v_n \quad (34)$$

En esta regla, el vehículo avanza  $v_n$  en la siguiente iteración.

La primera regla refleja el impulso del conductor de acelerar hasta la velocidad máxima permitida  $v_{max}$ . Para evitar accidentes expresamente prohibidos por el modelo, el conductor deberá frenar si su velocidad supera el espacio que tiene delante. El factor aleatorio intenta modelar el comportamiento de los conductores individuales, como la inestabilidad a la velocidad máxima, la reacción exagerada al frenar y una fuerte aceleración desacelerada.

Con estas reglas obtenemos la siguiente ecuación de movimiento, que también usaremos en nuestro modelo matemático.

$$x(t + 1) = x(t) + v(t + 1) \quad (35)$$

En el modelo, el tiempo se divide en pequeños intervalos iguales y en cada uno de ellos las posiciones y velocidades de los vehículos al mismo tiempo.

Todos los vehículos están descritos por su propia ecuación de movimiento, se asume una velocidad uniforme para todos los vehículos, existe un parámetro probabilístico que se relaciona con la posibilidad de que un vehículo tenga que reducir su velocidad.

## **2.8. Procesos estocásticos para el tráfico vehicular**

También conocido como proceso aleatorio, es un conjunto de variables aleatorias que depende de un argumento o de un parámetro. En el análisis de series temporales, el argumento o parámetro es el tiempo.

Dicho proceso se define como una familia de variables aleatorias “X” indicadas por el tiempo, t, de tal manera que para cada valor de t, X tiene una distribución de probabilidad determinada.

En términos más simples, definimos como un suceso que no se puede pronosticar, es decir, se mueve al azar.

Algunos ejemplos de los procesos estocásticos se presentan a continuación.

- Electrocardiograma
- Terremotos
- El clima
- El segundo preciso de un partido en el que un jugador anota un gol
- Tráfico vehicular

Como podemos demostrar son procesos totalmente aleatorios. Es imposible conocer en qué segundo anotará el jugador un gol. Aun con los avances tecnológicos sigue siendo imposible predecir un terremoto. Al igual que es absurdo anunciar de forma exacta qué tiempo existirá alto o bajo tráfico vehicular.

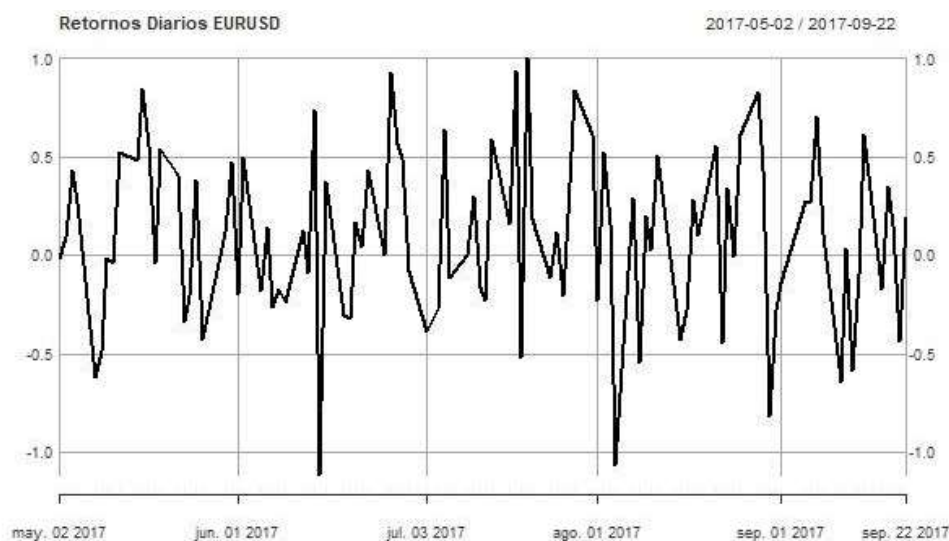
### **2.8.1. Tipos de procesos estocásticos**

Existen dos tipos. La diferencia entre los mismos, tiene que ver con predictibilidad de una serie temporal:

- Procesos estocásticos estacionarios: Posee una serie de particularidades que lo hacen, en cierta forma, previsible.
- Procesos estocásticos no estacionarios: En términos generales, sería impredecible.

### 2.8.1.1. Proceso estocástico estacionario

Es aquel cuya colocación de posibilidad varía de forma más o menos firme a lo largo de cierto periodo de tiempo. Con otras frases, una serie de números puede parecer (y ser) confusa, pero tomar valores dentro de un rango limitado. Por medio de esta averiguación se pueden realizar modelos que intenten predecir la variable. Los retornos diarios de un activo bancario son un ejemplo. Los retornos diarios del EURUSD, es decir, la variación diaria en porcentaje se muestra en la Gráfica 6.2.



**Gráfico 6-2.** Proceso estocástico estacionario

Fuente: (Hoyo Alan, 2006).

Este gráfico refleja los retornos diarios en porcentaje del EURUSD desde 1999. Sin embargo, para entender mejor el concepto, vamos a ofrecer solo los últimos 100 días.

En la gráfica se puede visualizar con más claridad el comportamiento de la variable. Durante los últimos 100 días el EURUSD ha tenido variaciones dentro del rango -1% y 1%. No podemos pronosticar cuál será la variación de un día en concreto, pero podemos vislumbrar (que no confirmar), el rango de valores entre el que estará la variable.

### 2.8.1.2. Proceso estocástico no estacionario

Es aquel cuya distribución de probabilidad varía de forma no constante. De otra manera, si una sucesión de números se comporta de forma completamente caótica. Como ejemplo mostramos el importe del par de divisas EURUSD.



**Gráfico 7-2.** Proceso estocástico no estacionario.

**Fuente:** (Hoyo Alan, 2006).

Como se puede evidenciar de la Gráfica 7.2, tanto la variabilidad, como la media, varía a lo largo del tiempo, en el cual no se puede pronosticar si el EURUSD, va a subir o bajar. Ha subido durante algunos años y ha bajado durante otros tantos. Con lo citado anteriormente, no tiene sentido pretender anunciar el movimiento.

Se considera que un proceso estocástico compone un proceso aleatorio. El cual no sigue un esquema. Por tanto, coexisten dos tipos. Los procesos estocásticos no estacionarios o caóticos. Y los procesos estocásticos estacionarios que, por las particularidades, consiguen intentar predecirse.

Puesto que la palabra estocástico es un sinónimo de aleatoriedad, por lo cual un proceso estocástico es un método que manejamos para darle búsqueda a un fenómeno aleatorio a través del tiempo. Cada valor perfecto mediante la inconstante aleatoria definida, nos informará de lo que acontece con el fenómeno expuesto conforme acontece el tiempo. A cada valor posible se le llama una etapa y a las diferentes permutas de un estado a otra transición. En la búsqueda de cada registro se le conoce como realización del proceso, y se los aplica a cualquier sistema que perciba variabilidad al azar acorde acontece el tiempo. (Kalin y Taylor, 1975)

En particular, para nuestro modelo, definimos el proceso estocástico  $X(p)$  como el número de vehículos que transitan en el intervalo  $(0, t)$ . Con lo cual, para cada valor de  $p$  (probabilidad de

frenado) que se elija se tiene una variable aleatoria diferente que representará al tráfico vehicular para cada simulación. En el proceso estocástico, originado por el problema, se hace indiscutible que la consecuencia puede variar estribando de la medida  $p$ .

## CAPÍTULO III

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1. Identificación de las variables

##### 3.1.1 Variable independiente:

- Flujo Vehicular.

##### 3.1.2 Variable dependiente:

- Desplazamiento Vehicular.

#### 3.2. Operacionalización de variables y matriz de consistencia.

La Tabla 1-3 muestra la operacionalización de la variable independiente, seguido la Tabla 2-3 muestra la operacionalización de la variable dependiente y la Tabla 3-3 indica la matriz de consistencia.

**Tabla 1-3:** Operacionalización de la variable independiente

<b>VARIABLE INDEPENDIENTE</b>	<b>CONCEPTUALIZACIÓN</b>	<b>DIMENSIONES</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>DEFINICIÓN DE LOS INDICADORES</b>	<b>CRITERIO DE MEDICIÓN</b>	<b>TÉCNICA</b>	<b>INSTRUMENTO</b>	<b>ESCALA</b>
Flujo Vehicular	Es el fenómeno causado por el creciente uso de vehículos y exceso de peatones en una vía, calle o autopista.	Aforo Vehicular	Número de vehículos	Cantidad de vehículos que transitan	Determinar la cantidad de vehículos dentro de la ESPOCH	Encuesta	Cuestionario	Nominal

**Fuente:** Juan Murillo, 2022.

**Elaborado por:** (Murillo Juan, 2022).

**Tabla 2-3:** Operacionalización de la variable dependiente

VARIABLE DEPENDIENTE	CONCEPTUALIZACIÓN	DIMENSIONES	INDICADORES	DEFINICIÓN DE LOS INDICADORES	CRITERIO DE MEDICIÓN	TÉCNICA	INSTRUMENTO	ESCALA
Desplazamiento Vehicular	Es el movimiento que realiza un vehículo para ir de un punto inicial a un punto final en una determinada sección de una vía pública.	Longitud de cola	Espaciamiento promedio entre vehículos	Es la longitud lineal de todos los vehículos que esperan antes de cruzar una intersección vial por un determinado periodo de tiempo.	Determinar la longitud lineal vehicular existente en la ESPOCH	Encuesta	Cuestionario	Nominal

Fuente: Juan Murillo, 2022.

Elaborado por: (Murillo Juan, 2022).



**Tabla 3-3:** Matriz de consistencia

<b>FORMULACIÓN DEL PROBLEMA</b>	<b>OBJETIVO GENERAL</b>	<b>HIPÓTESIS</b>	<b>VARIABLES</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>TÉCNICAS</b>	<b>INSTRUMENTOS</b>
¿Cómo generar una alternativa de solución al problema de transporte mediante la implementación de modelos matemáticos a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023?	Desarrollar un modelo matemático a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo proyectado para el año 2023.	El modelo matemático propuesto a través de procesos estocásticos para optimizar el tráfico vehicular en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo logra una mejor visión en el congestionamiento dentro del campus.	<b>Variable Independiente</b> Flujo Vehicular	Número de vehículos	Encuesta	Cuestionario
			<b>Variable Dependiente</b> Desplazamiento Vehicular	Espaciamiento promedio entre vehículos	Encuesta	Cuestionario

Fuente: Juan Murillo, 2022.

Elaborado por: (Murillo Juan, 2022).

### **3.3. Tipo y diseño de investigación**

El tipo de la investigación a realizarse en este trabajo será explicativo, puesto que en él no se crea nueva teoría, pero sí se presenta una manera expedita para usar la teoría existente y establecer relación de correlación entre variables. (Hernández et al. 2014, pp. 150).

El diseño de investigación a utilizarse, para este trabajo de titulación, es experimental, porque se centran en obtener información a través de herramientas como encuestas.

### **3.4. Métodos de investigación**

El método empleado en la realización de la investigación es el método deductivo, puesto que, necesario primero entender toda la teoría relacionada al tráfico vehicular y posteriormente determinar un modelo matemático que se ajuste al comportamiento de las variables para su optimización.

### **3.5. Enfoque de la investigación**

El enfoque que va a tomar la investigación será cuantitativo ya que la situación de control en el cual se manipulan, de manera intencional, una o más variables independientes (causas) analizaran las consecuencias de tal manipulación sobre una o varias variables dependientes (efectos).

### **3.6. Alcance de la investigación**

Debido a que se analizan las relaciones entre una o más variables independientes y una o dos más dependientes, así como los efectos causales de las primeras sobre las segundas son estudios explicativos, que determinan correlaciones.

El presente trabajo investigativo se basa en un modelo teórico, sujeto a experimentación a través de la simulación, justamente por las condiciones de pandemia por el COVID-19.

### **3.7. Población de estudio**

En la investigación no es preciso definir una población o una muestra porque los datos con los que se van a trabajar para realizar un modelo de la planta serán adquiridos mediante experimentación durante el desarrollo del presente trabajo de titulación.

### **3.8. Unidad de análisis**

En este caso, el presente trabajo de titulación estudia a todos los casos de sistemas estables discretos lineales.

### **3.9. Selección de la muestra**

No aplica en la presente investigación, ya que los datos de las variables se obtendrán de una encuesta realizada en un trabajo de investigación previa.

### **3.10. Instrumentos para procesar datos recopilados**

Para procesar los datos se lo realizará en base al software Wólfram Matemática, el cual facilita la verificación de la hipótesis y así determinar el parámetro para optimizar el tráfico vehicular.

En este capítulo se desarrolla la construcción del modelo de la dinámica del tránsito vehicular mediante Autómatas Celulares basado en el modelo de Nagel-Schreckenberg bajo el enfoque microscópico empleando el proceso estocástico no estacionario. Para ello se requiere la teoría planteada en el capítulo anterior. Adicional se simulará la dinámica del flujo vehicular dentro de la ESPOCH por medio del programa Wólfram Matemática.

### **3.11. Modelo Matemático Propuesto**

El problema se considera modelado de eventos discretos, donde nos interesa conocer la posición, la velocidad y el comportamiento de los vehículos en una vía de un solo carril que interactúan con otros vehículos.

El modelo que se presenta para el tráfico de vehículos en una vía de un carril con vehículos que se mueven en un solo sentido de izquierda a derecha tratará de describir el comportamiento individual de cada uno de los vehículos. Este comportamiento está influenciado por el comportamiento de otros vehículos, lo que provoca una interacción entre todos los vehículos que forman parte del sistema.

Como se analizó en el capítulo anterior, las reglas que se deben tomar en cuenta para armar nuestro modelo matemático se basa en las reglas basadas en (31), (32), (33) y (34) y (35), las cuales se arman en el diagrama de flujo representadas en el ANEXO A.

#### **3.11.1. Algoritmo del modelo propuesto**

En el ANEXO A se observa que los datos de entrada son el número de Lattice, número de vehículos, velocidad máxima y la probabilidad de frenado. De estas variables, se obtienen unas variables auxiliares o denominadas variables locales, como que permitirán el uso de las reglas planteadas en el capítulo anterior para el modelo matemático.

La toma de decisiones que se emplea en el modelo propuesto, es comprobar si la velocidad actual del vehículo es mayor a la brecha, entonces el vehículo tendrá que disminuir su velocidad, caso contrario, el vehículo puede aumentar su velocidad.

En el caso de que el vehículo deba disminuir la velocidad, se hace la siguiente comparación, que si el Random es mayor a la probabilidad de frenado, entonces el vehículo adquiere la velocidad equivalente a la brecha menos una unidad, caso contrario, únicamente se desplazara el valor de la brecha que será su velocidad.

En el caso de que el vehículo deba aumentar su velocidad, se hace la siguiente comparación, si la velocidad con la que circula es menor a la velocidad máxima permitida, entonces el vehículo puede aumentar su velocidad a una unidad, caso contrario, permanece con su velocidad actual.

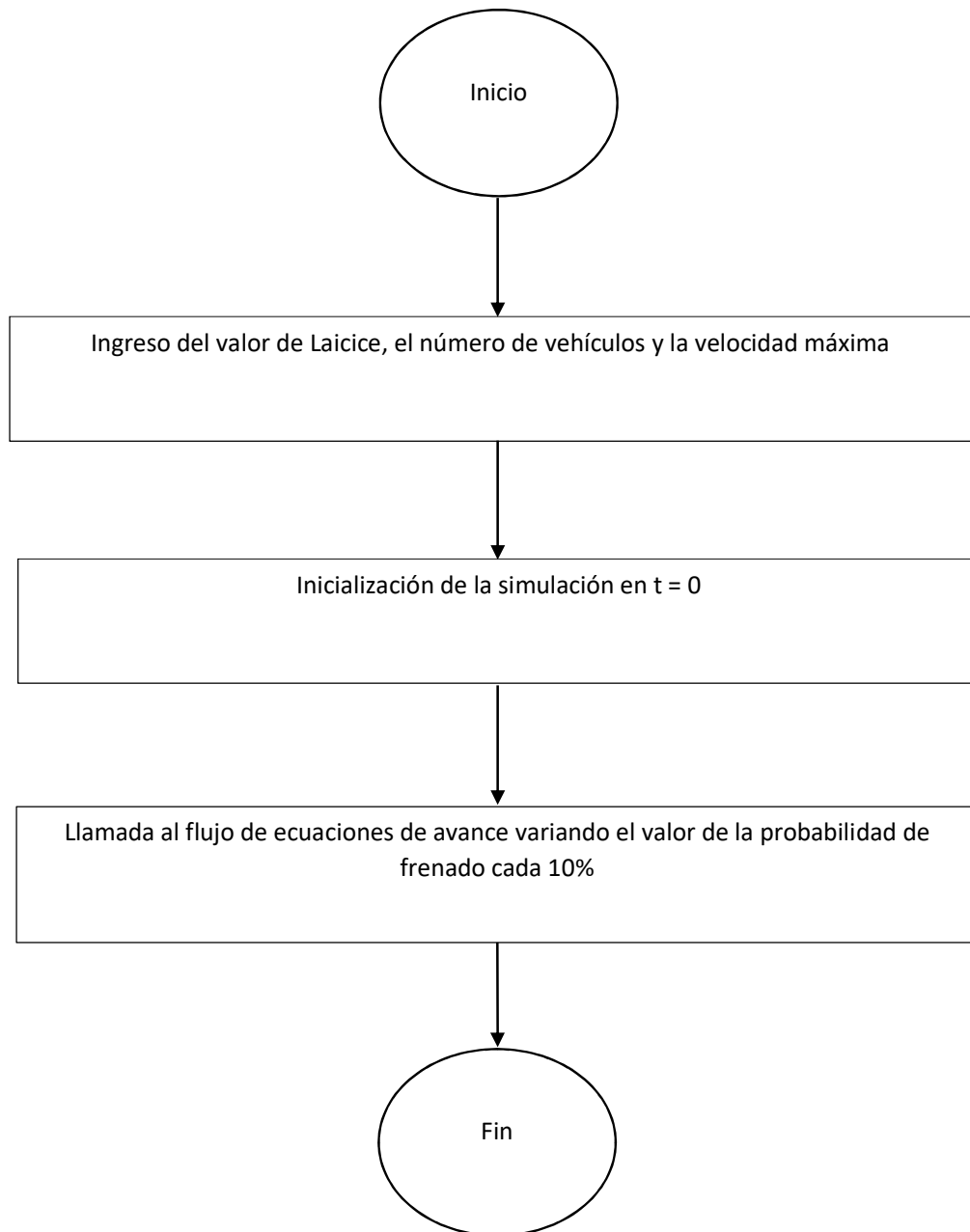
### **3.12. Reglas de interacción**

Se describe la relación que existe entre los componentes y la influencia que tienen, alterando sus condiciones y evolucionando el sistema.

- ✓ Durante un tiempo  $t$ , cada celda puede estar ocupada por un vehículo o puede estar vacía.
- ✓ Un vehículo puede tener solo una posición en un tiempo determinado.
- ✓ Cada vehículo tendrá un desplazamiento a la vez.
- ✓ El desplazamiento lo dan las celdas a lo largo del tiempo.
- ✓ La distancia entre el vehículo y el vehículo anterior es la brecha entre los dos.
- ✓ El vehículo avanza si hay celdas desocupadas frente a él hasta que alcanza su velocidad máxima.
- ✓ Si hay un vehículo precedente y no hay casillas vacías para avanzar, el vehículo disminuye su velocidad en 1.
- ✓ Un vehículo tendrá una posición en un intervalo de tiempo.
- ✓ El vehículo tendrá una probabilidad de frenado en el rango 0 - 1.
- ✓ Las células cambian su estado en etapas de tiempo de acuerdo con la función local.
- ✓ El conductor del vehículo se encuentra delante de una distancia para la que es necesario reducir la velocidad.

### 3.13. Construcción del Programa en Computador

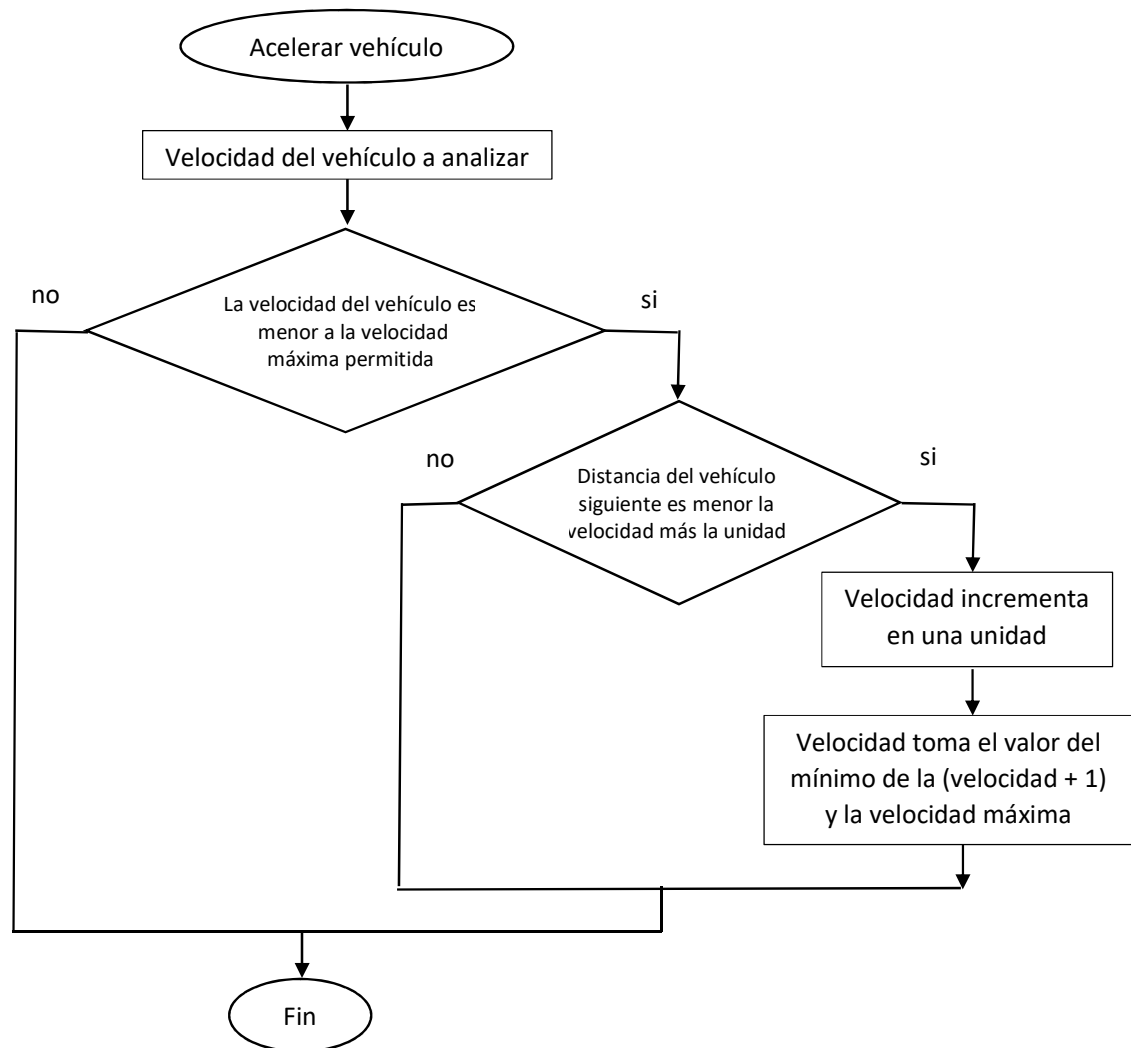
En el Gráfico 1-3 se muestra el diagrama de Flujo para la llamada a la rutina de Inicialización, la cual servirá para programar en el computador.



**Gráfico 1-3.** Diagrama de Flujo para la simulación

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

Las funciones que explican las ecuaciones de avance, detalladas en (35), se expresa en el Gráfico 2-3:



**Gráfico 2-3.** Diagrama de Flujo del Método Na-Sch

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

### 3.14. Conteos vehiculares

Por situaciones presentes por la pandemia surgidos por la COVID - 19, no han permitido obtener datos actualizados del tráfico vehicular dentro de la ESPOCH, sin embargo, los datos se obtuvieron según Naranjo (2019), en su trabajo de titulación denominado “Ordenamiento de la movilidad vehicular mediante la gestión de estacionamientos en el campus de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo” para la aplicación de los aforos vehiculares efectuados en el intervalo de 06H00 a 22H00, proceso obtenido durante 3 días en el lapso de 15 minutos, tomando en cuenta los tres accesos principales que tiene la ESPOCH, se obtiene la tabla 1-3:

- Ingreso puerta 1: Acceso por la avenida Maldonado
- Ingreso puerta 2: Acceso por la avenida Milton Reyes
- Ingreso puerta 3: Acceso por la avenida Canónigo Ramos

**Tabla 4.3.** Conteos Vehiculares

<b>PUERTA</b>	<b>VEHICULO</b>	<b>TAXI</b>	<b>FURGON</b>	<b>BUSETA</b>	<b>BICICLETA</b>	<b>MOTOS</b>	<b>OTRO</b>	<b>TOTAL</b>
<b>1</b>	2164	1653	25	38	61	131	4	4076
<b>2</b>	2310	1201	26	48	64	155	13	3816
<b>3</b>	2618	1717	40	44	87	138	11	4654
<b>TOTAL DIARIO</b>	7092	4571	90	130	211	425	27	12546
<b>PORCENTAJE</b>	57 %	36 %	1 %	1 %	2 %	3 %	0 %	100%

**Fuente:** (Naranjo, 2019).

**Elaborado por:** (Murillo Juan, 2021).

De la Tabla 4-3, se puede determinar la cantidad total de vehículos que ingresan por cada una de las entradas principales, en la cuales, utilizaremos para nuestro estudio la cantidad de 11883 que son la cantidad de conteos vehiculares que ingresan al interior del campus, tanto en vehículos, taxi, furgón y buseta.

Para poder calcular el flujo de vehículos que circulan por hora, debemos dividir el total de vehículos para 16 horas, aplicando la siguiente deducción:

$$\text{Tiempo total} = \text{tiempo final} - \text{tiempo inicial}$$

$$\text{Tiempo total} = 22:00 - 06:00$$

$$\text{Tiempo total} = 16 \text{ horas}$$

De esta manera dividimos la cantidad total de vehículos para el tiempo total para obtener un promedio de la cantidad de vehículos que circulan en el lapso de una hora.

$$n = \frac{\text{total vehiculos}}{\text{total tiempo}}$$

$$n = \frac{11883}{16}$$

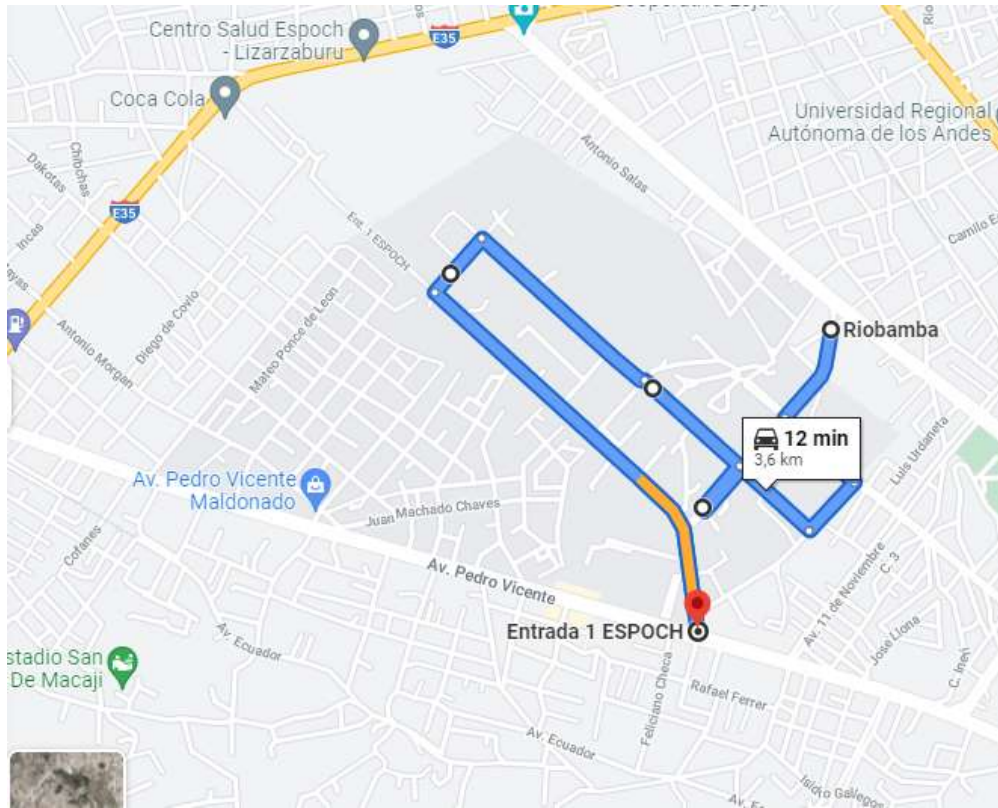
$$n = 743$$

El valor “n” representa la cantidad de vehículos que circulan dentro de la ESPOCH en promedio cada hora correspondiente a 743; ese valor se va a utilizar en la modelación y en la simulación.

### **3.15. Valor de Lattice.**

Para conocer la “retícula”, es decir, es un arreglo uniforme, formado por objetos idénticos llamados “células”, mencionado en el capítulo anterior, debemos conocer la distancia total que tiene la carretera dentro de la ESPOCH. Para ello nos basamos en Figura 1-3, donde la distancia medida en las calles principales del área a modelar es aproximadamente 3.6 km, lo que representa 3600 metros.





**Figura 1-3.** Zona donde transitan los vehículos a modelar

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

Según el Código Nacional de Tránsito, se debe circular a 30 kilómetros por hora (velocidad de manejo promedio en zonas residenciales y escolares), adicional se debe dejar 4 metros de espacio con el vehículo que va adelante. Con este dato podemos calcular el Lattice, dividiendo la longitud total para el espacio que ocuparía cada vehículo en promedio.

$$Lattice = \frac{\textit{longitud total de la carretera en metros}}{\textit{distancia promedio que ocupa un vehiculo en metros}}$$

$$Lattice = \frac{3600}{4}$$

$$Lattice = 900$$

Los 900 representa la cantidad de celdas que se va a utilizar para poder realizar nuestra simulación.

### 3.16. Probabilidad de Frenado.

La simulación se hace en dependencia de la probabilidad de frenado o aleatorización, la cual se empieza con la probabilidad de cero y vamos aumentando cada 10% en cada simulación hasta llegar al valor de  $p = 1$ . De esta manera, podemos identificar en que rango de  $p$  existen mayor desplazamiento vehicular y mínimo congestionamiento.

En la tabla 5-3 se representa las variables que se va a emplear en la simulación.

**Tabla 5-3.** Valor de las variables para la modelación

Variable	Valor
L	900
v	30
n	742
p	Varía entre 0 a 1 cada 10%

Fuente: (Hoyo Alan, 2006).

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

Dónde,

L representa el número de células o celdas,

n es la cantidad de vehículos que transitan a modelar,

v es la velocidad máxima permitida y

p es la probabilidad de frenado.

### 3.17. Aplicación del modelo para la simulación

Para la simulación del tráfico vehicular mediante Autómatas Celulares basado en el modelo de Na-Sch, se emplea el software Wólffram Mathematica. Para ello se ingresan los valores obtenidos en la tabla 2-3.

Las reglas de Na-Sch se presentan en el Gráfico 3.3, en donde el programa va analizando las posiciones y velocidades de cada vehículo que tiene en ese instante de tiempo y luego va

actualizando los valores en cada iteración, en la cual se emplean las cuatro reglas analizadas en el capítulo anterior.

```
If[VelocidadEnesima < vmax, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima + 1, VelocidadEnesima];  
|si  
If[VelocidadEnesima > brecha, VelocidadEnesima = brecha, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima - 1];  
|si  
If[VelocidadEnesima > 0 && RandomReal[] < p, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima - 1, VelocidadEnesima = brecha];  
|si |real aleatorio
```

### Gráfico 3-3. Comandos Wólffram Mathematica

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

Con este comando se puede realizar un arreglo de posiciones y velocidades cumpliendo con las reglas mencionadas anteriormente. Los códigos que se debe ingresar en el programa Wolfram Mathematica está presentada en Anexo A, Anexo B y Anexo C.

## CAPÍTULO IV

### 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

#### 4.1. Análisis de los resultados

La simulación de la dinámica del tráfico de vehículos bajo el enfoque microscópico y procesos estocástico no estacionario, da paso a la implementación de pruebas de simulación para determinar la precisión del modelo y la confiabilidad de los resultados obtenidos.

Para realizar las pruebas del modelo, se debe tomar en cuenta que los desplazamientos de los vehículos son de izquierda a derecha y en un solo carril con un Lattice de 900 celdas.

En la simulación del tráfico vehicular según autómatas celulares por medio del software Wólfram Matemática, se realiza la iteración para 10 instantes de tiempo, adicional se ingresaron los datos:

$$L = 900.$$

$$n = 743$$

$$v = 30$$

$$p = \text{varía entre } 0 \text{ y } 1 \text{ cada } 10\%$$

dónde,

L representa el número de células o celdas,

n es la cantidad de vehículos a modelar,

v es la velocidad máxima permitida y

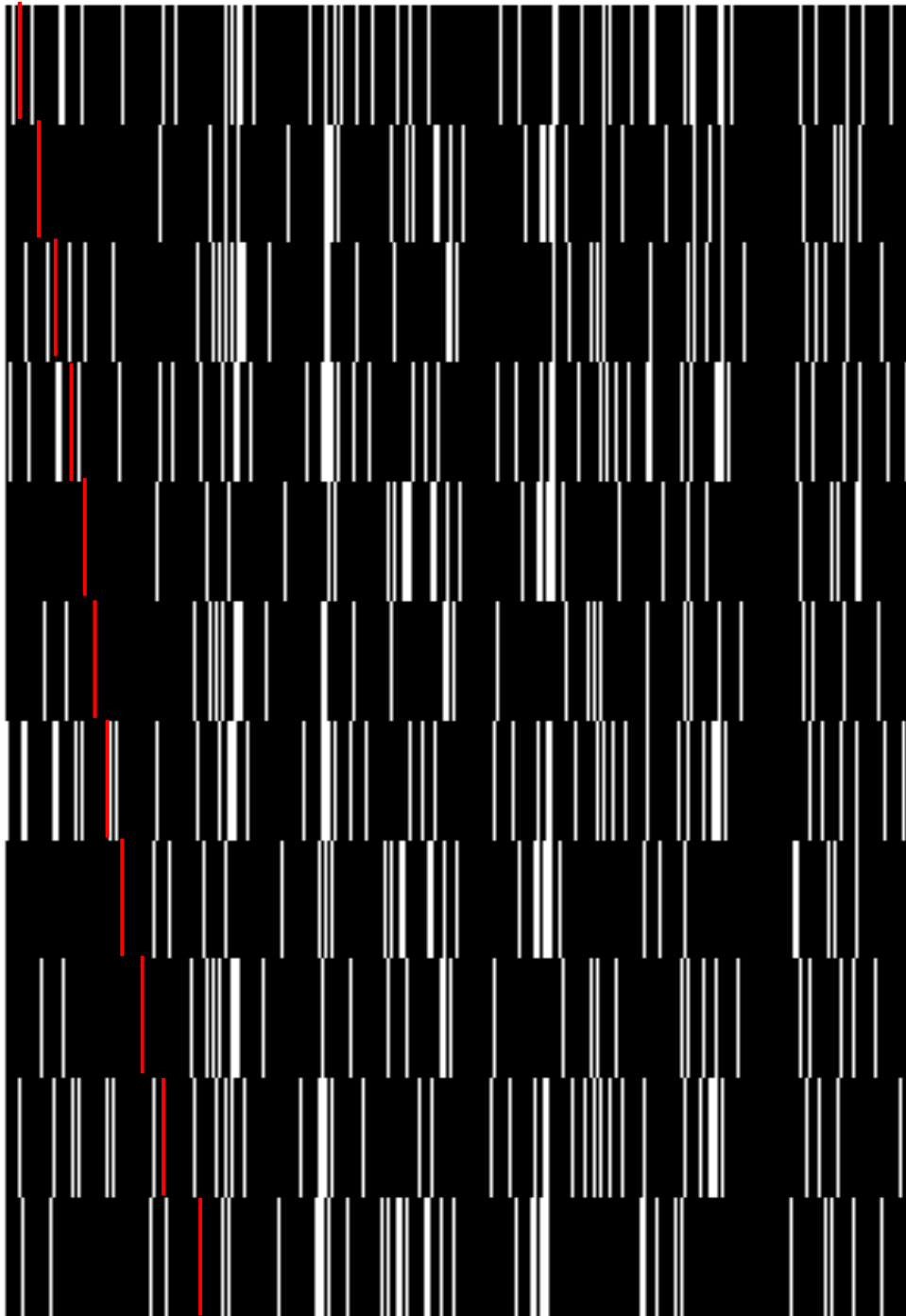
p es la probabilidad de frenado.

Adicional, se simulará en función de la probabilidad de frenado “p” desde 0 hasta 1, variando el parámetro un 10% en cada simulación para poder observar los cambios que se producen y la importancia de la probabilidad de frenado.

Los cuadros de color negro representan los espacios que ocupan los vehículos, donde, a mayor concentración de las celdas negras, habrá un congestionamiento, es decir los vehículos están detenidos (velocidad = 0). Los cuadros blancos son celdas vacías que no están ocupadas por los vehículos. La línea de color rojo representa un vehículo en particular en cada simulación, y esto servirá para poder visualizar lo que ocurre en cada iteración.

El Gráfico 1-4, muestra la simulación del tráfico vehicular con una probabilidad de frenado de 0%, en donde se representa a un vehículo en particular con una línea pintada de color rojo, en la

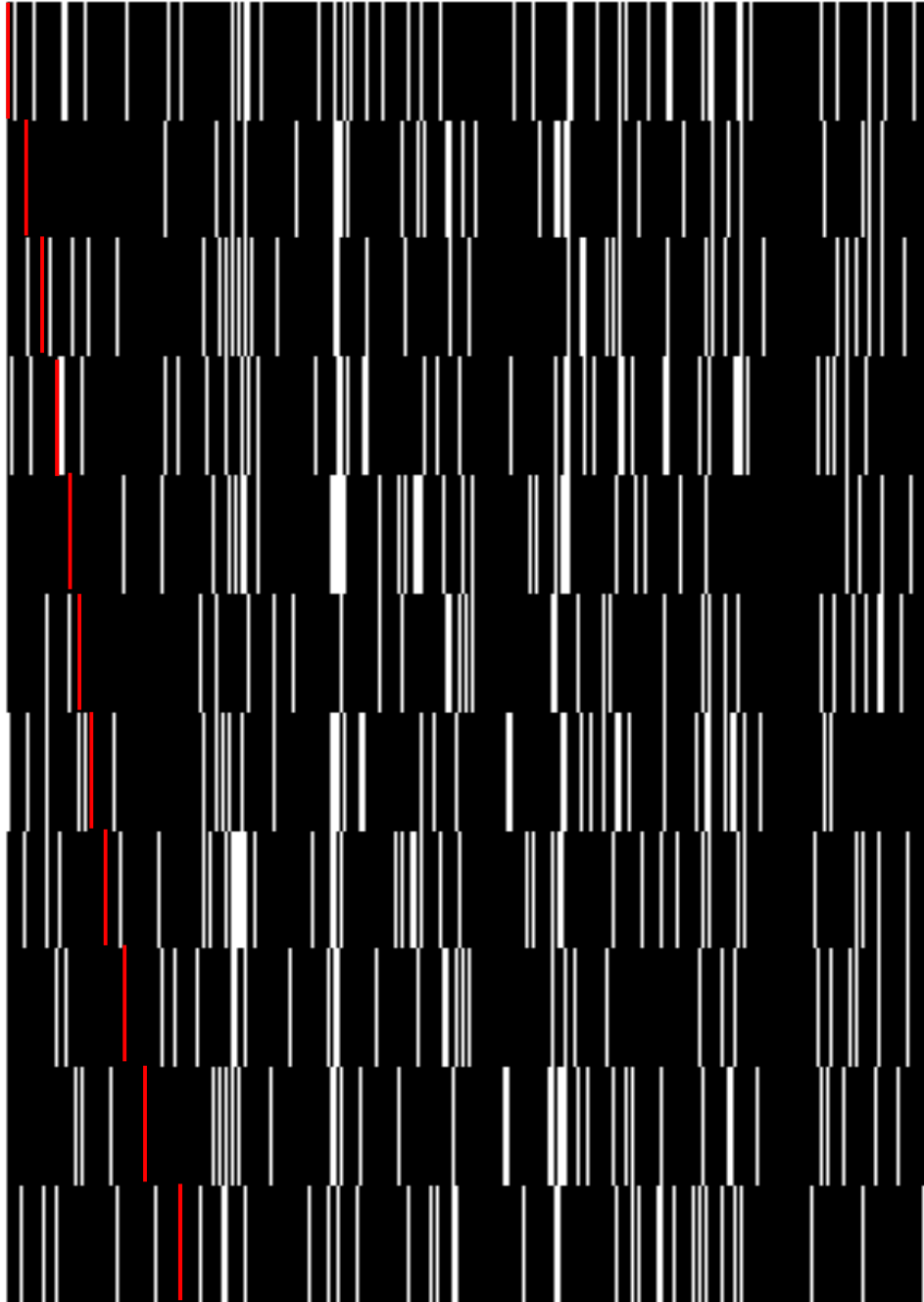
cual se observa que el móvil se desplaza sin frenar en cada iteración de tiempo, es decir su velocidad se mantiene.



**Gráfico 1-4.** Simulación del modelo con  $p = 0$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

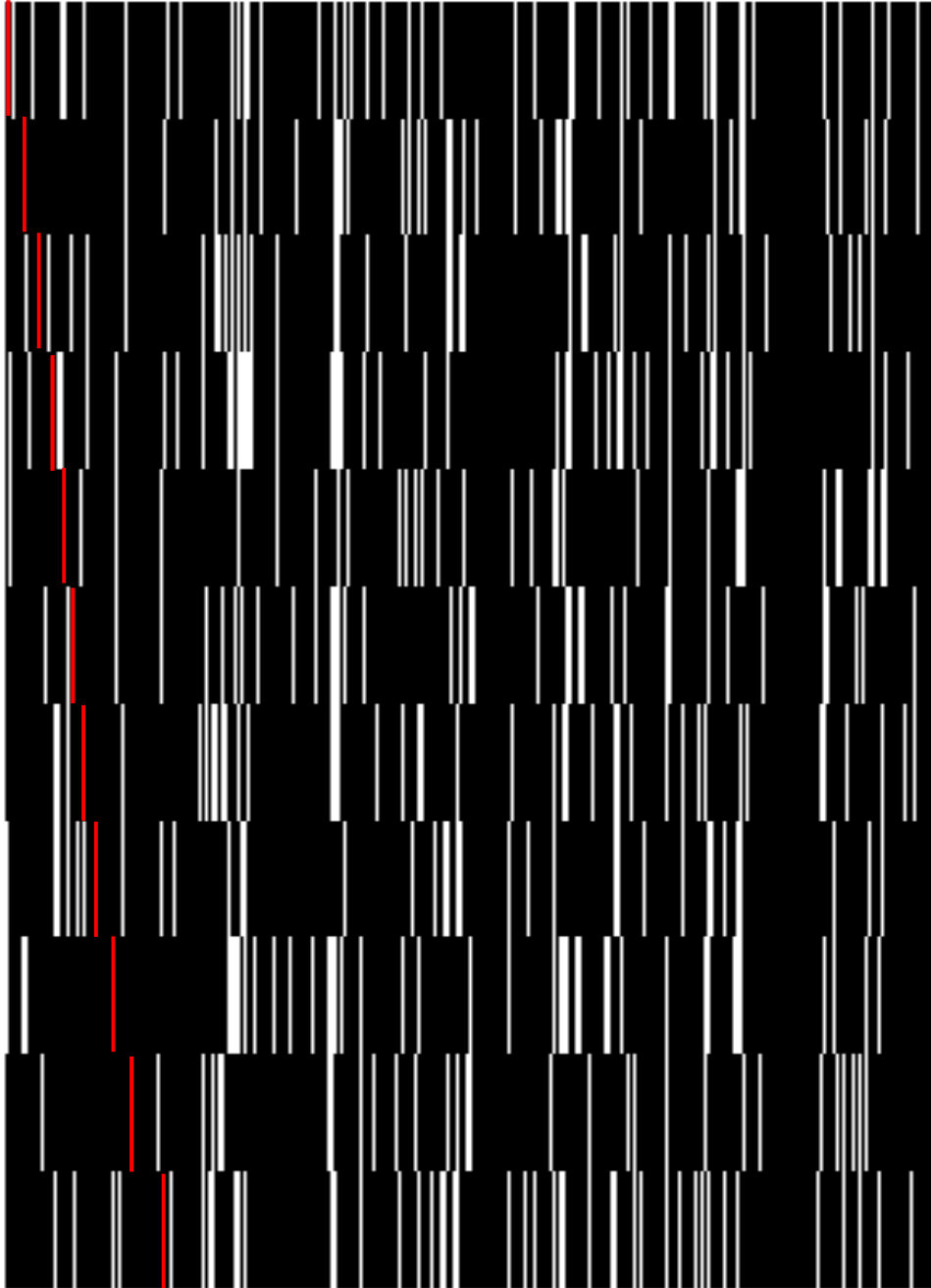
En el Gráfico 2-4, se aumenta la probabilidad de frenado al 10%. El vehículo representado con línea de color rojo disminuye ligeramente la distancia que recorre en cada iteración, en comparación cuando la probabilidad de frenado es igual a cero. Esto sucede porque ya aparece el valor del frenado, aunque su probabilidad sea mínima.



**Gráfico 2-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.1$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

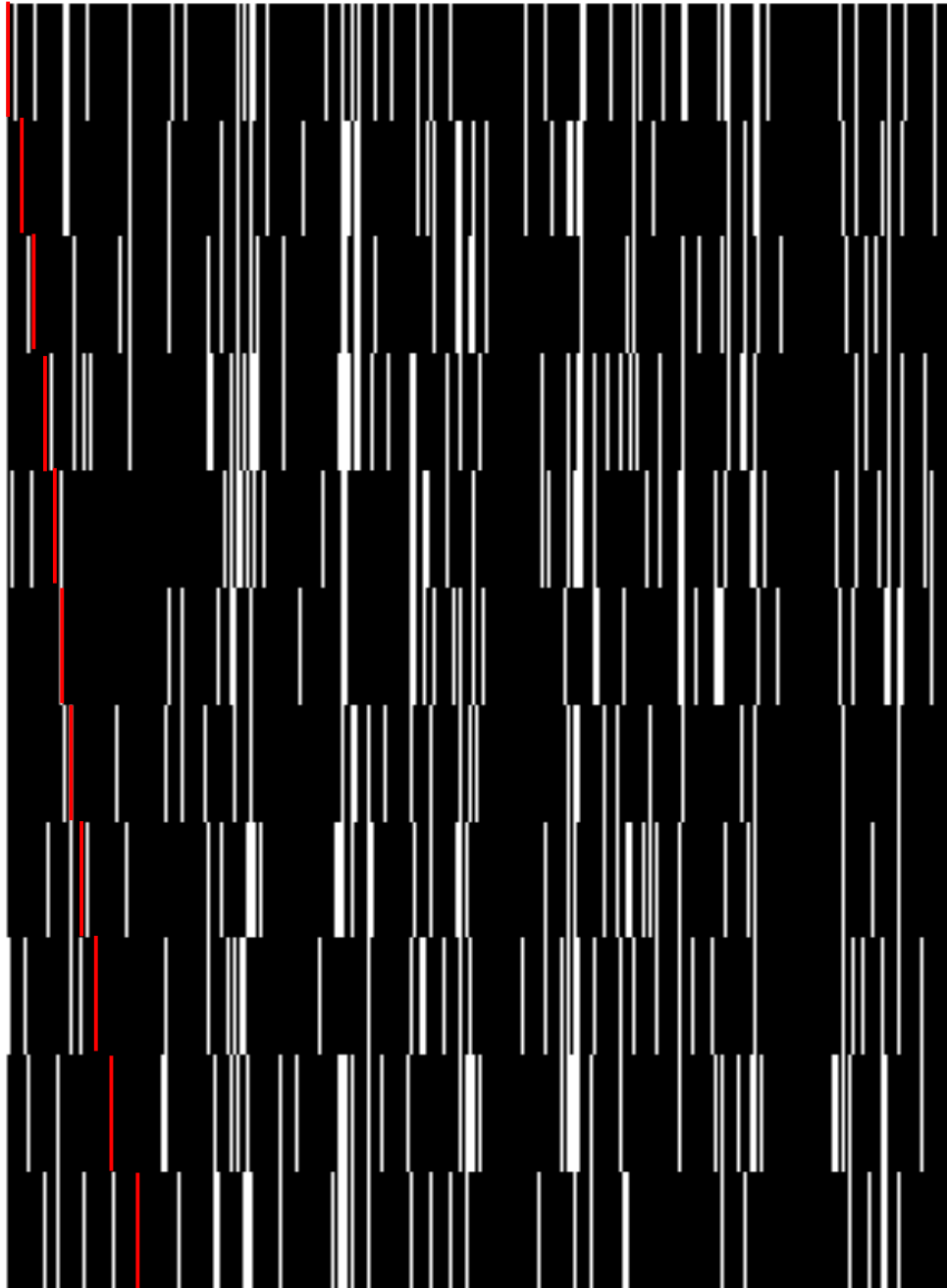
El Gráfico 3-4, muestra la probabilidad de frenado igual a 20%, el vehículo representado con línea de color rojo, sigue disminuyendo su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada instante de tiempo, debido a que el valor de la probabilidad de frenado aumenta.



**Gráfico 3-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.2$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

El Gráfico 4-4, cuya probabilidad de frenado es igual a 30%, el vehículo representado con línea de color rojo, sigue disminuyendo su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada instante de tiempo, debido a que el valor de la probabilidad de frenado aumenta.

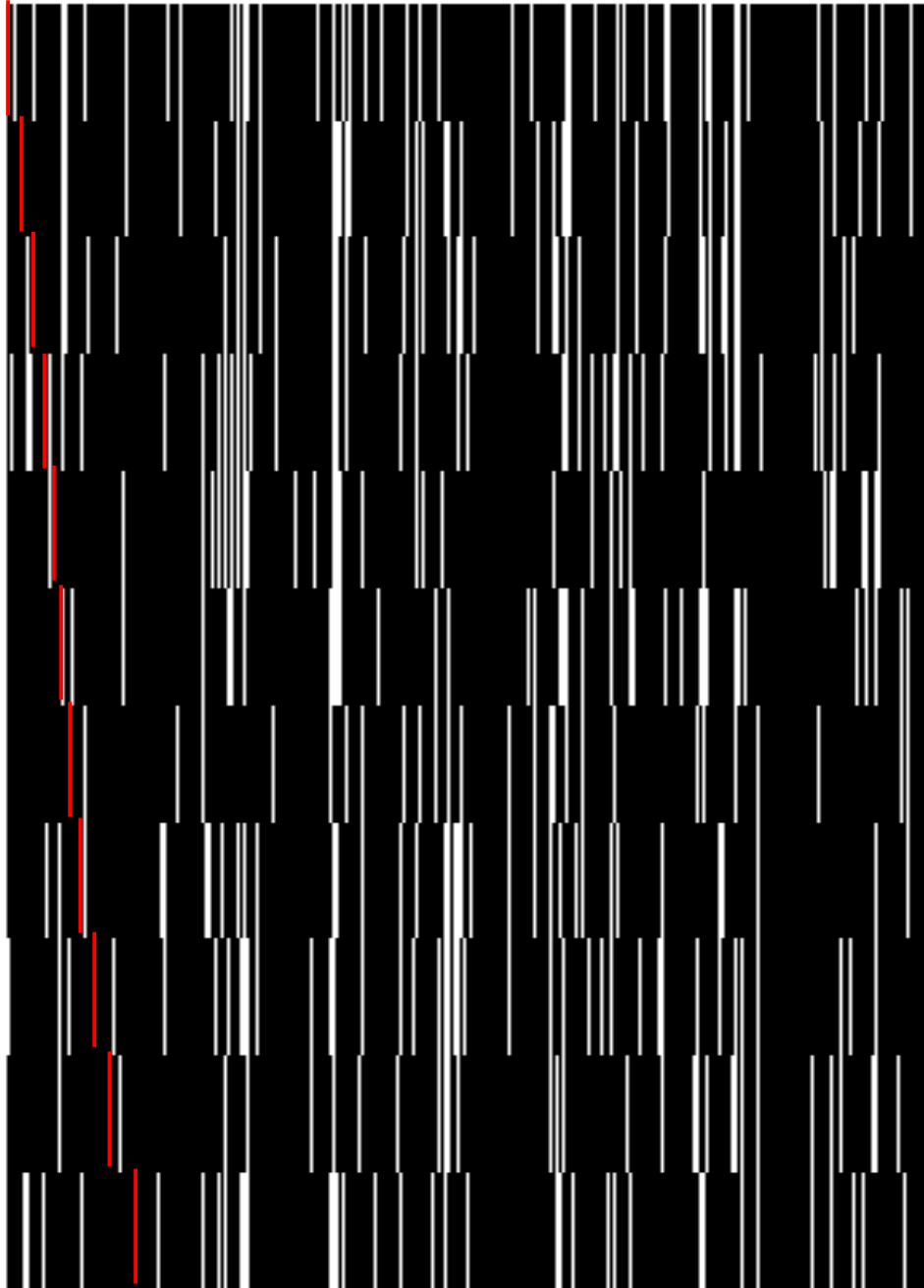


**Gráfico 4-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.3$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).



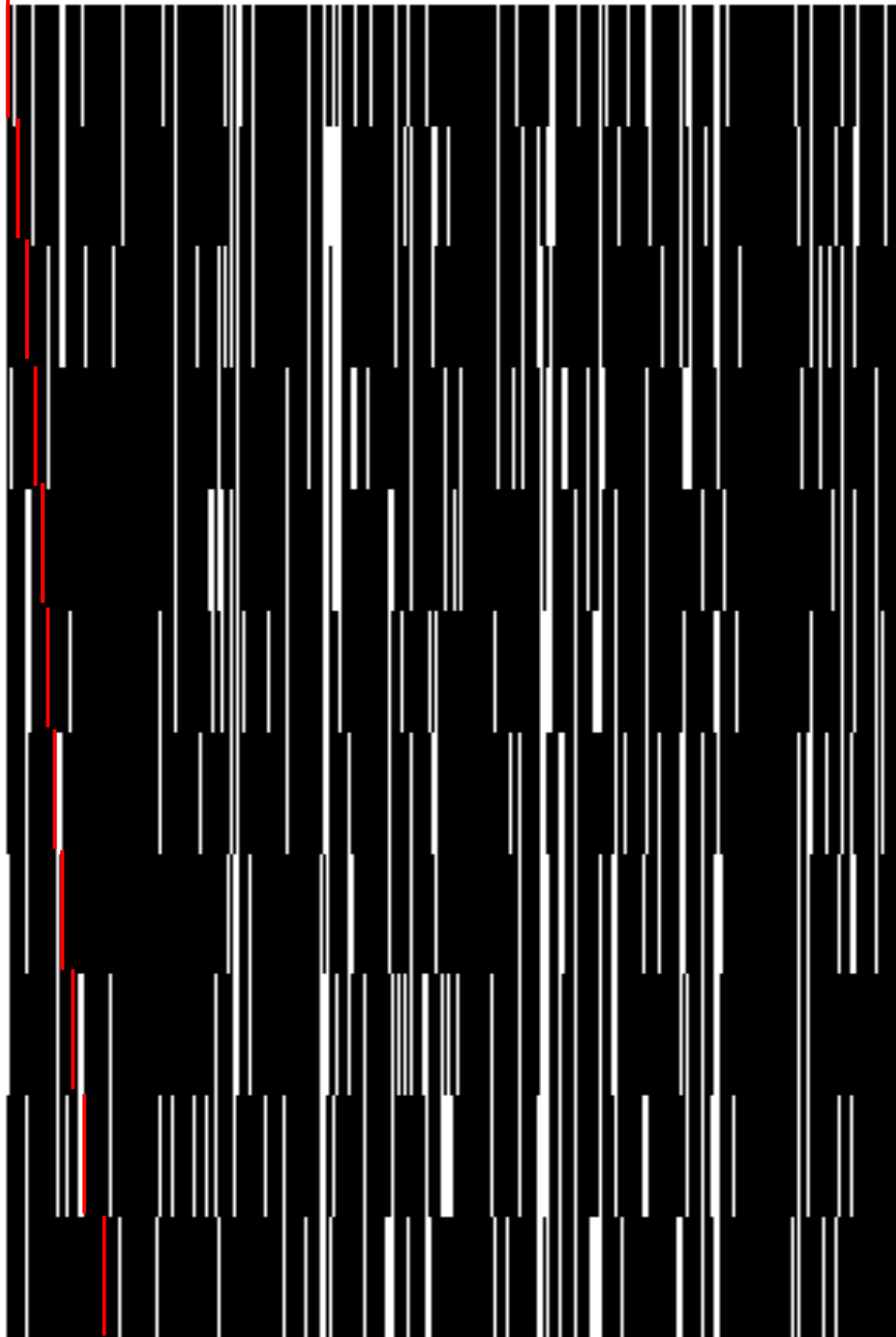
El Gráfico 5-4, con probabilidad de frenado es igual a 40%, el vehículo representado con línea de color rojo, sigue disminuyendo su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada instante de tiempo, debido a que el valor de la probabilidad de frenado aumenta.



**Gráfico 5-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.4$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

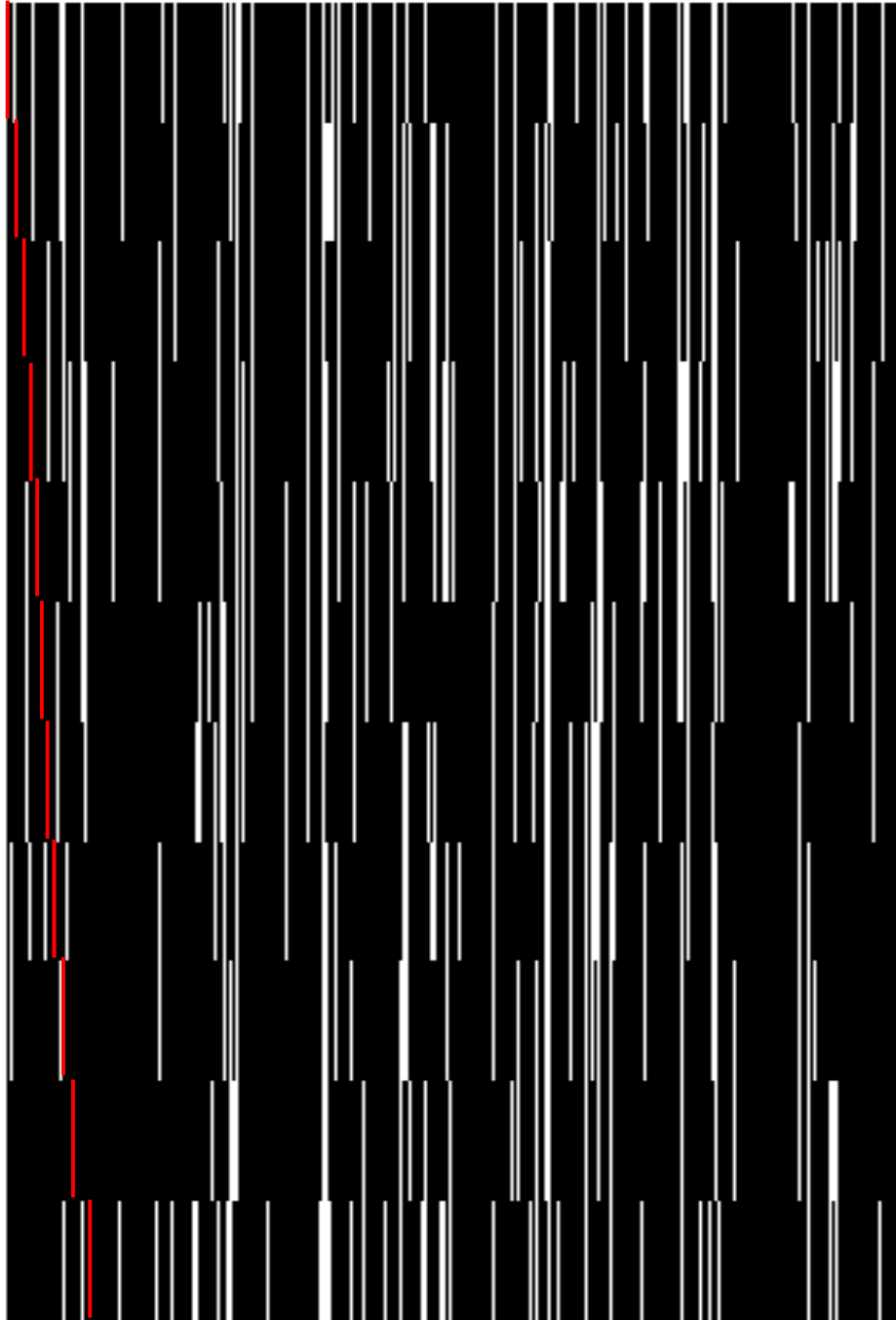
El Gráfico 6-4, donde la probabilidad de frenado es igual a 50 %, el vehículo representado con línea de color rojo continúa disminuyendo su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada iteración, debido a que el valor de la probabilidad de frenado aumenta.



**Gráfico 6-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.5$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

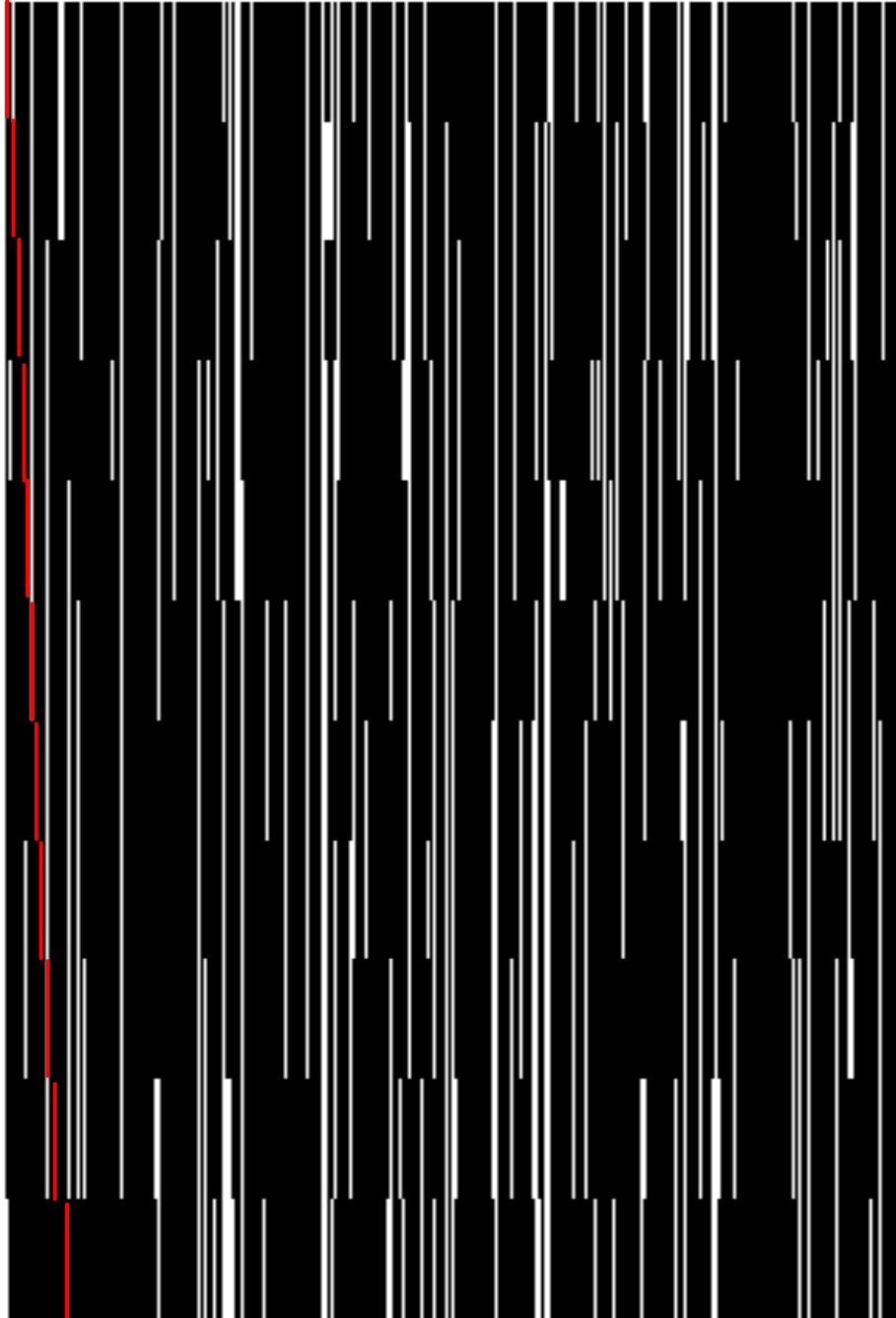
El Gráfico 7-4, con una probabilidad de frenado igual al 60%, el vehículo representado con línea de color rojo empieza a frenar más pronunciadamente, es decir, disminuye su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento en cada instante de tiempo.



**Gráfico 7-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.6$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

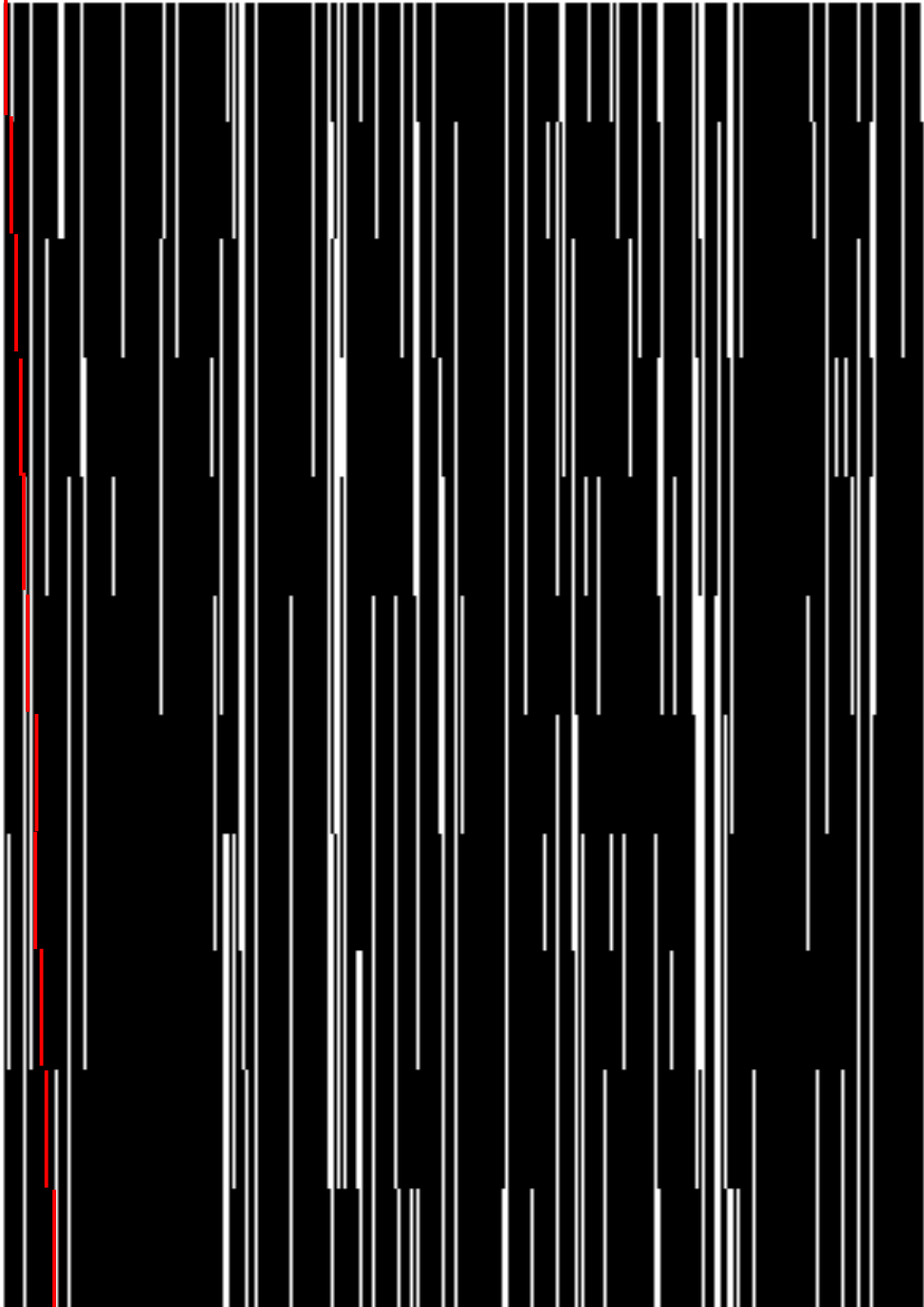
El Gráfico 8-4, cuya probabilidad de frenado es igual a 70%, el vehículo representado con línea de color rojo empieza a frenar más seguido, es decir, disminuye su velocidad en cada iteración, produciendo distancias más cortas de desplazamiento. Se observa el congestionamiento existente por la acumulación de cuadros negros en cada iteración.



**Gráfico 8-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.7$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

El Gráfico 9-4, cuya probabilidad de frenado es igual a 80%, el vehículo representado con línea de color rojo se desplaza a menor distancia en cada iteración respecto a la simulación anterior, debido a que el frenado tiene un valor alto y produce que la velocidad en cada iteración disminuya.



**Gráfico 9-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.8$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

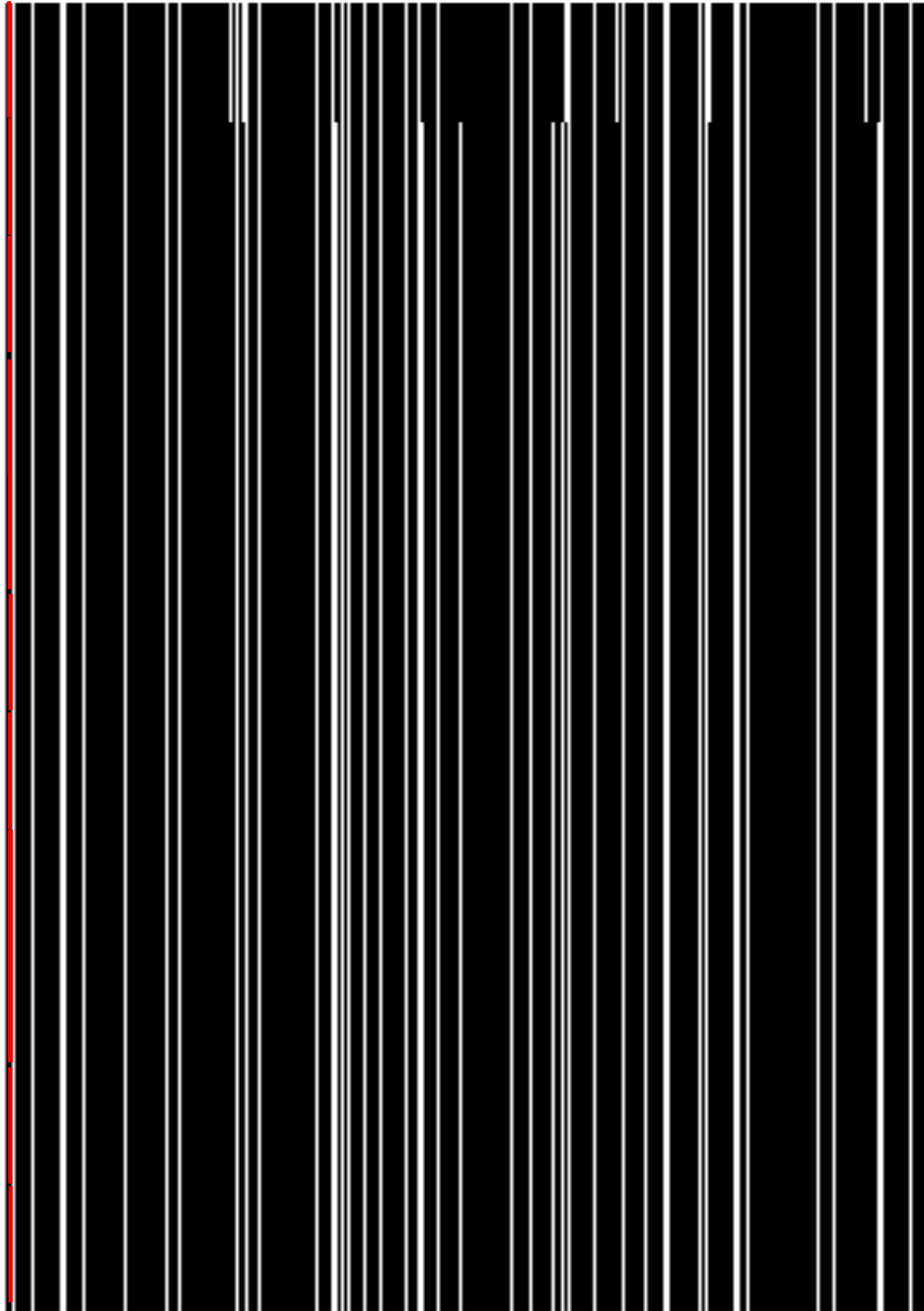
El Gráfico 10-4, cuya probabilidad de frenado es igual a 90%, el vehículo representado con línea de color rojo se desplaza muy ligeramente en cada iteración, puesto que el frenado tiene un valor más alto, provocando que la velocidad en cada iteración disminuya, tendiendo su velocidad a cero.



**Gráfico 10-4.** Simulación del modelo con  $p = 0.9$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

El Gráfico 11-4, se cuya probabilidad de frenado es igual a 100 %, el vehículo representado con línea de color rojo se encuentra detenido en su totalidad en cada iteración, es decir su velocidad es igual a cero, esto se debe a que la probabilidad de frenado es el máximo en esta simulación.



**Gráfico 11-4.** Simulación del modelo con  $p = 1$ .

Elaborado por: (Murillo Juan, 2021).

## **4.2. Interpretación de resultados**

Para realizar las simulaciones, empleados en el modelo implementado, únicamente se aumenta el valor de la probabilidad de frenado en un 10% en cada gráfica, adicional se conservan los mismos valores iniciales cuando el tiempo  $t$  es igual a 0.

De esta manera se puede observar en el Gráfico 1-4, cuya probabilidad de frenado es igual a cero, hasta el Grafico 4-4, cuya probabilidad de frenado es 0.3, nos muestran como los vehículos se desplazan sin detenerse muy seguido, es decir, tienen un congestionamiento mínimo.

En el Grafico 5-4 con probabilidad de frenado 0.4 hasta el al Grafico 7-4 con probabilidad de frenado 0.6, el embotellamiento empieza a observarse, por lo que el frenado aumenta y los vehículos se detienen más seguidos.

En el Grafico 8-4 con probabilidad de frenado 0.7 hasta el al Grafico 10-4 con probabilidad de frenado 0.9, la mayor parte de los vehículos empiecen a detenerse y producir congestionamiento alto, que inclusive en el Grafico 11-4 con probabilidad 1, los vehículos se encuentran detenidos en su totalidad y no existe desplazamiento, es decir la velocidad es igual a cero.



## CAPÍTULO V

### 5. PROPUESTA

#### 5.1. Modelo matemático propuesto para optimizar el tráfico vehicular.

El modelo matemático computacional propuesto, se rige en la aplicación de las reglas de Nagel - Schreckenberg y siguiendo el flujograma presentado en el ANEXO 3, empleamos en el lenguaje de programación del software matemático denominado Wólffram Matemática, la cual se plantea los siguientes comandos:

```
(*Ingreso de los datos al programa*)

L = Input ["Ingresar el valor de Lattice"];

(*Longitud de la carretera 'Lattice*')

vmax = Input ["Ingresar el valor de la velocidad máxima"];

(*Velocidad máxima permitida*)

n = Input ["Ingresar el número total de vehículos"];

(*Número total de vehículos*)

p = Input ["Ingresar el valor de la probabilidad de frenado"];

(*Probabilidad de frenado*)

<< "Combinatorica`"

SeedRandom [2]; (*Semilla para que se mantengan los valores iniciales en cada
simulación*)

(*Inicio de las condiciones iniciales*)

CondicionesIniciales[NumeroDeCarros_] :=Block[{TotalCeldasAleatorias,
EspaciosaOcupar, ListaDeCarros, Posicion, PosicionInicial, VelocidadInicial},

ListaDeCarros = Table[i, {i, 1, NumeroDeCarros}];

TotalCeldasAleatorias = RandomPermutation[L];
```

```

EspaciosaOcupar[x_] := If[Evaluate[MemberQ[ListaDeCarros, x]], 1, 0];

SetAttributes[EspaciosaOcupar, Listable];

PosicionInicial = EspaciosaOcupar[TotalCeldasAleatorias];

Posicion = Position[PosicionInicial, 1];

velocidadesiniciales = Table[i, {i, 1, L}];

Velocidad = Table[IntegerPart[vmax RandomReal[] + 1], {NumeroDeCarros}];

VelocidadInicial = ReplacePart[velocidadesiniciales, Thread[Posicion -> Velocidad]];

Return[{PosicionInicial, VelocidadInicial}]

(*Fin de las condiciones iniciales*)

(*Inicio para avanzar un paso*)

AvanzarUnPaso[{x0_, v0_}] := Block[{VelocidadEnesima, PosicionEnesima, jnew, dj,
PosicionAnterior, PosicionNueva, VelocidadNueva},

PosicionAnterior = Flatten[Position[x0, 1]];

ncars0 = Length[PosicionAnterior];

PosicionNueva = x0;

VelocidadNueva = v0;

For[j = ncars0, j >= 1, j--, PosicionEnesima = PosicionAnterior[[j]];
VelocidadEnesima = VelocidadNueva[[PosicionEnesima]];

If [j == ncars0, dj = L - PosicionEnesima + PosicionAnterior[[1]] - 2,

dj = PosicionAnterior[[j + 1]] - PosicionEnesima - 1];

If[VelocidadEnesima < vmax, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima + 1];

If [VelocidadEnesima > dj, VelocidadEnesima = dj];

```

```

If[ VelocidadEnesima > 0 && RandomReal[ ] < p,

VelocidadEnesima = VelocidadEnesima - 1];

jnew = PosicionEnesima + VelocidadEnesima;

PosicionNueva = ReplacePart[ PosicionNueva, {Mod[jnew, L, 1] → 1,
PosicionEnesima -> 0}];

VelocidadNueva = ReplacePart[ VelocidadNueva, {Mod[jnew, L, 1] →
VelocidadEnesima, PosicionEnesima -> 0}];];

Return[{PosicionNueva, VelocidadNueva}];]

(*Fin para avanzar un paso*)

(*Construir el formato de puntos para lugares vacios; para lugares ocupados el valor de
velocidad*)

formatOrbit[PosicionesyVelocidades_List] := Block[ {posiciones, velocidades,
vformatted, LongitudDeOrbita, LongitudDeCarril, d, tamano},

d = Dimensions[PosicionesyVelocidades];

LongitudDeOrbita = First[d];

LongitudDeCarril = Last[d];

tamano = LongitudDeOrbita*LongitudDeCarril;

positions = Flatten[Part[#, 1] & /@ PosicionesyVelocidades];

velocidades = Flatten[Part[#, 2] & /@ PosicionesyVelocidades];

For[j = 1, j <= tamano, j++,

If[positions[[j]] == 0,

velocidades = ReplacePart[velocidades, j -> "."];

];

```

```

vformatted = Partition[velocidades, LongitudDeCarril];

Return[ToString[

Style[TableForm[vformatted, TableSpacing -> {0, 0}],

FontSize -> 6]]];

] (*Termina formatOrbit*)

```

(\*Ejemplo de una simulación por 10 unidades de tiempo\*)

```

Simulacion[state_?MatrixQ, colors_Integer : 2, opts___] :=

Graphics[Raster[Reverse[1 - state/(colors - 1)]], AspectRatio ->

(AsspectRatio /. {opts} /. AspectRatio -> Automatic), opts]

```

(\*de Órbita a posiciones\*)

```

orbitToPositions[PosicionesyVelocidades_List] := Block[{posiciones},

Return[Part[#, 1] & /@ PosicionesyVelocidades]]

ic = CondicionesIniciales[n];

list = NestList[AvanzarUnPaso, ic, 10];

formatOrbit[list];

positions = orbitToPositions[list]

Show[Simulacion[positions, 2, AspectRatio -> 2]]

```

Con base en los experimentos realizados y por medio de los comandos propuestos, se comprobó que el modelo permite optimizar el comportamiento del tránsito vehicular.

Podemos modificar la modelación variando los valores de ingreso, como son: el Lattice o distancia de la carretera, la velocidad máxima, el número de vehículos y la probabilidad de frenado, permitiendo de esta manera, proyectando el modelo matemático del tráfico vehicular para el año 2023.

La aplicación del modelo permite generar estrategias adecuada para la optimización del flujo de tránsito, la detección temprana de embotellamientos y la predicción de tráfico a corto plazo en los sistemas dinámicos de navegación asistida.

La optimización del modelo ocurre cuando la probabilidad de frenado varía entre el 40% al 60%.

## CONCLUSIONES

Con el presente trabajo se ha demostrado que el modelo de dinámica de tránsito dentro de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo bajo el enfoque microscópico, logra resultados que además de mostrar de manera más realista cómo los vehículos interactúan en una vía en cuanto al congestionamiento.

Con el valor ingresado de 743 que representa el número de vehículos que circula dentro del campus, nos proporciona una visión de cómo es la movilidad dentro de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, en la cual, respecto al valor de Lattice ingresado de 900, se obtienen diferentes grados de congestionamiento dependiendo del valor de probabilidad de frenado que se ingrese.

La probabilidad de frenado  $p$ , produce que el movimiento de los vehículos se altere, ya que se trata de un proceso estocástico no estacionario. Cuando el valor de la probabilidad de frenado es próximo a 0, los vehículos se desplazan provocando mínimos congestionamientos. Mientras que, cuando el valor de la probabilidad de frenado es próximo a 1, existe un congestionamiento vehicular; y cuando la probabilidad de frenado es igual a 1, los vehículos están detenidos, es decir, sus velocidades son iguales a cero.

Con lo expuesto anteriormente, se puede confirmar la hipótesis de la investigación, puesto que para optimizar el tráfico vehicular se debe establecer la probabilidad de frenado entre 0.4 a 0.6, es decir, del 40% al 60%.

## RECOMENDACIONES

Gracias al modelo microscópico que permite el uso de saltos de partículas, los vehículos pueden ser estudiados uno a uno, posibilitando decisiones a niveles macroscópicos.

Realizar algún tipo de modificación en la ecuación de Na-Sch para mostrar resultados aún más realistas de lo que predijo el modelo variando el parámetro  $p$  entre 0.4 a 0.6.

Obtener mayor cantidad de datos para realizar pruebas durante varios días de observación en el Campus ESPOCH y no solo por horas.

Ampliar el modelo propuesto para incluir otros factores que influyen en el comportamiento del tráfico vehicular; Estos factores pueden ser el clima (despejado, nublado, llovizna, chubascos, precipitaciones, tormentas, viento, niebla, neblina), el estado de las carreteras (elevación, reductor de velocidad), entre otros.

## BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, J.** (diciembre de 2014). Modelado de tránsito y optimización de flujo vehicular en paralelo. Obtenido de <http://148.204.63.111/SABERv3/Repositorios/webVerArchivo/25826>
- Aymerich, F.** (2001). Transportes. Obtenido de <https://www.caminosmadrid.es/>
- Bull, A.** (2003). CONGESTIÓN DE TRÁNSITO EL PROBLEMA Y CÓMO ENFRENTARLO. Obtenido de <http://cdi.mecon.gov.ar/bases/doc/cepal/fal/206.pdf>
- Cremer, M., and Ludwing, J.** (1986). A Fast Simulation Model for Traffic Flow on the Basis of Boolean Operation. *Matgematics and Computers in Simulation.*
- Delgado, J., Saavedra, P., and Velasco, R. M.** (2011). Modelación de problemas de flujo de vehicular. México.
- Dominguez, V.** (1988). Desarrollo de la viabilidad en función del crecimiento poblacional. . Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/autor?codigo=6956>
- Enriquez, M.** (2000). Espacio público y movilidad urbana. Obtenido de [https://www.tesisred.net/bitstream/handle/10803/319707/01.CVVM\\_1de5.pdf?sequence=1](https://www.tesisred.net/bitstream/handle/10803/319707/01.CVVM_1de5.pdf?sequence=1)
- Fernandez, A. M.** (2009). Modelación y Simulación con Rampas Usando Automatas.
- Gerlough, D. L.** (1957). Control of Automobile Traffic: A Paroblem in Real-time Computation. Washintong: Eastern Joint Computer Conference: Computers with Deadlines to Meet.
- Grenshields, B. D.** (1934). The Photografic Method of Studying Traffic Behavior. En W. C. Roy (Ed.). *Proceeding of the 13th Annual Meeting of Highway Research Board* . Washintong, D. C. : USA: Highway Research Board.
- Hachinski.** (2001). *Cellular Automata.* World Scientific.
- Helbing, D.** (1995). Improved Fluis-dynamic model for vehicular traffic. Germany: Physical Review.
- Herman, R., and Potts, R.** (1959). Single Lane Traffic Theory and Experiment. *Proceedings of the Symposium on Theory of Traffic Flow.* New York: Elsevier.
- Hoyo, A.** (2006). Simulacion de Trafico Vehicular con automatas celulares. Caracas.
- Jayakrisham, R., Mahmassani, H., and Yu, T.** (1994). An evaluation tool for advanced traffic information and management systems in urban networks. *Transportation Research* .



- Karlin S., Taylor H.**, (1975). A first course in stochastic processes, Academic Press. Obtenido en <http://infinity.wecabrio.com/123985528-a-first-course-in-stochastic-processes.pdf>.
- Knospe, W. S.** (2002). A realistic two-lane traffic model for highway traffic. . Berlín: Journal of Physics A: Mathematical and General.
- Knospe, W., Santen , L., Schadschneider, A., and Schreckenberg, M.** (2002). A realistic two-lane traffic model for highway traffic. Journal of Physics A: Mathematical and General.
- Knospe, W., Santen, L., Schadschneider, A., and Schreckenberg, M.** (1999). Disorder effects in cellular automata for two-lane traffic. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.
- Kühne, R.** (1984). Highway Capacity and Level of Service. Heidelberg: En Proceedings of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory.
- Kunush, J.** (2003). On Transportation and Traffic Theory. Obtenido de <https://www.emerald.com/insight/publication/doi/10.1108/9780585474601>
- Leonard, D., Gower, P., and Taylor, N.** (1989). Structure of the model. Reporte 178, Transport and Road Research Laboratory. Crowthorne: CONTRAM.
- Lighthill, M., and Whitham, G.** (1955). On kinetic waves: II) A theory of traffic Flow on long crowded roads. Proceeding of Royal Society of London.
- Medina, R. y Veloz, R.** (2012). Guía de estrategias para la reducción del uso del auto en ciudades mexicanas. Obtenido de <http://mexico.itdp.org/wp-content/uploads/Guia-de-estrategias-reducir-uso-del-auto.pdf>
- Naranjo, F.** (2019). Ordenamiento de la movilidad vehicular mediante la gestión de estacionamientos en el campus de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.(Tesis de Maestría, Escuela Superior Politecnica de Chimborazo) Recuperado de <http://dspace.espace.edu.ec/handle/123456789/9699>
- Payne, H. J.** (1979). FREFLO: A macroscopic simulation model of freeway traffic. San Diego: Transportation Research Record.
- Priogine, I., and Andrews, F.** (1961). A Boltzmann-Like Approach for Traffic Flow. New York: Operations Research.
- Rapport, J.** (1987). Relación entre movilidad sostenible y desarrollo urbano. Obtenido de <https://revistas.elpoli.edu.co/index.php/pol/article/view/179>

**Real Academia Española.** (2001). Diccionario de la lengua española. . Obtenido de <https://dle.rae.es/peat%C3%B3n>

**Treiber , M., and Kesting, A.** (2013). Traffic Flow Dynamics Data, Models and Simulation. Springer Berlin Heidelberg.

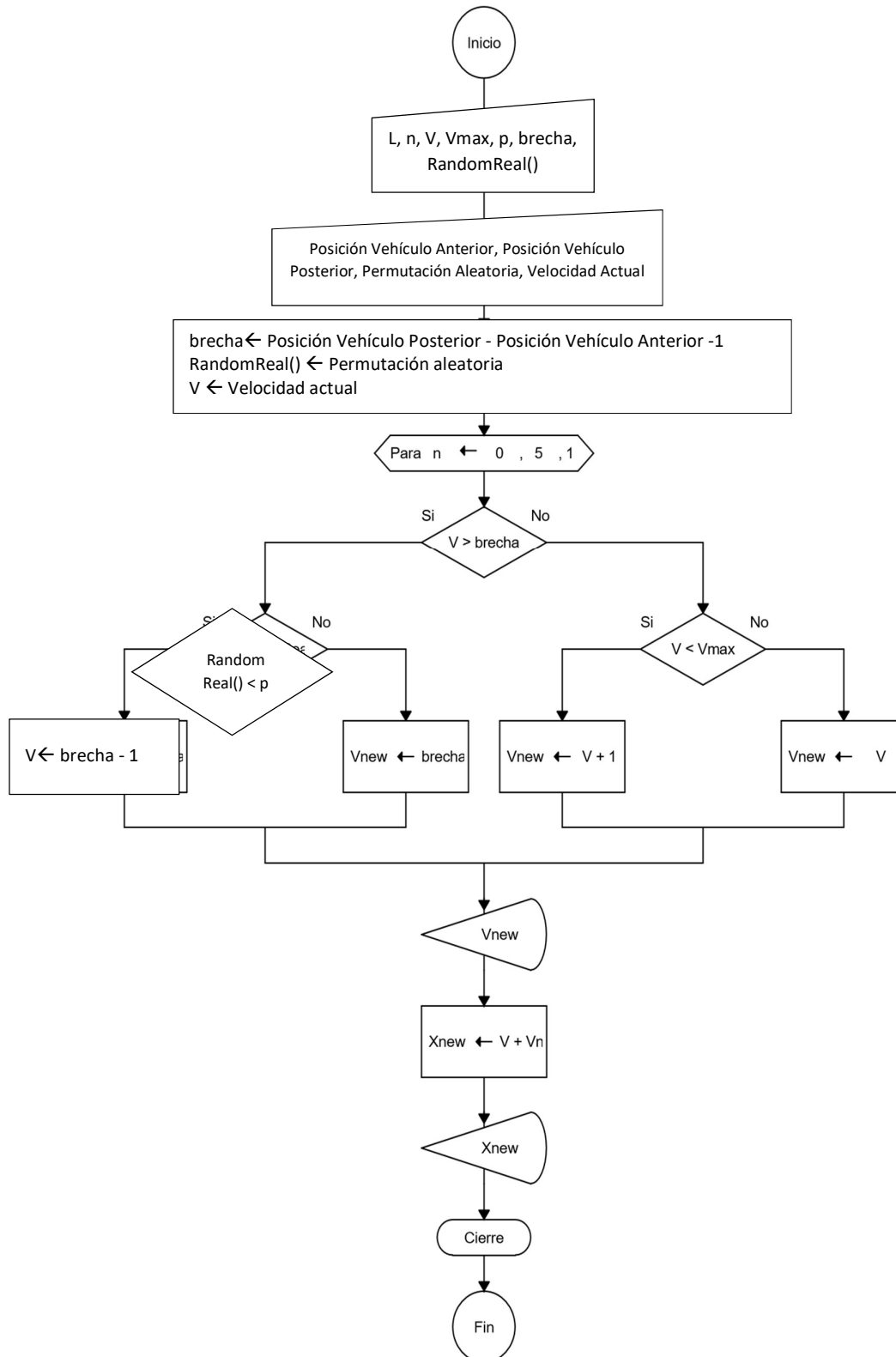
**Universidad de Antioquia.** (2011). ANÁLISIS DE LA MOVILIDAD EN CAMPUS UNIVERSITARIOS: CASO DE ESTUDIO UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA. Obtenido de <https://revistas.elpoli.edu.co/index.php/pol/article/view/179>

**Vasconcellos, E.** (2011). Desarrollo urbano y movilidad en América Latina. Obtenido de <http://scioteca.caf.com/handle/123456789/419>

**Wolfram, S.** A New Kind of Science. Champaign, IL: Wolfram Media, 2002. Obtenido de <https://mathworld.wolfram.com/CellularAutomaton.html>

## ANEXO A.

### FLUJOGRAMA DEL MODELO PLANTEADO.



## ANEXO B.

### COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 1.

(\*Ingreso de los datos al programa\*)

```
L = Input["Ingresar el valor de Lattice"];  
  |  
  |entra
```

(\*Longitud de la carretera 'Lattice\*)

```
vmax = Input["Ingresar el valor de la velocidad maxima"];  
  |  
  |entra
```

(\*Velocidad maxima permitida\*)

```
n = Input["Ingresar el numero total de vehiculos"];  
  |  
  |entra
```

(\*Numero total de vehiculos\*)

```
p = Input["Ingresar el valor de la probabilidad de frenado"];  
  |  
  |entra
```

(\*Probabilidad de frenado\*)

## ANEXO C

### COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 2.

```
<< "Combinatorica`"
SeedRandom[2]; (*Semilla para que se mantengan los valores iniciales en cada simulacion*)
|semilla aleatoria

(*Inicio de las condiciones iniciales*)
CondicionesIniciales[NumeroDeCarros_] := Block[{TotalCeldasAleatorias, EspaciosaOcupar,
|bloquea
    ListaDeCarros, Posicion, PosicionInicial, VelocidadInicial},
ListaDeCarros = Table[i, {i, 1, NumeroDeCarros}];
|tabla
TotalCeldasAleatorias = RandomPermutation[L];
|permutación aleatoria
EspaciosaOcupar[x_] := If[Evaluate[MemberQ[ListadeCarros, x]], 1, 0];
|si |evalúa |¿contenido en?
SetAttributes[EspaciosaOcupar, Listable];
|asigna atributos |listable
PosicionInicial = EspaciosaOcupar[TotalCeldasAleatorias];
Posicion = Position[PosicionInicial, 1];
|posición
velocidadesiniciales = Table[i, {i, 1, L}];
|tabla
Velocidad = Table[IntegerPart[vmax RandomReal[] + 1], {NumeroDeCarros}];
|tabla |parte entera |real aleatorio
VelocidadInicial = ReplacePart[velocidadesiniciales, Thread[Posicion -> Velocidad]];
|sustituye una parte |atraviesa
Return[{PosicionInicial, VelocidadInicial}]]
|retorna

(*Fin de las condiciones iniciales*)
```

## ANEXO D

### COMANDOS WOLFRAM MATHEMATICA PARTE 3

(\*Inicio para avanzar un paso\*)

```
AvanzarUnPaso[{x $\theta$ _, v $\theta$ _}] := Block[{VelocidadEnesima, PosicionEnesima, jnew, dj, PosicionAnterior,  
    [bloquea]  
    PosicionNueva, VelocidadNueva}, PosicionAnterior = Flatten[Position[x $\theta$ , 1]];  
    [aplana] [posición]  
  
    ncars $\theta$  = Length[PosicionAnterior];  
    [longitud]  
  
    PosicionNueva = x $\theta$ ;  
    VelocidadNueva = v $\theta$ ;  
  
    For[j = ncars $\theta$ , j  $\geq$  1, j--, PosicionEnesima = PosicionAnterior[[j]];  
    [para cada]  
    VelocidadEnesima = VelocidadNueva[[PosicionEnesima]];  
    If[j == ncars $\theta$ , dj = L - PosicionEnesima + PosicionAnterior[[1]] - 2,  
    [si]  
    dj = PosicionAnterior[[j + 1]] - PosicionEnesima - 1];  
    If[VelocidadEnesima < vmax, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima + 1];  
    [si]  
    If[VelocidadEnesima > dj, VelocidadEnesima = dj];  
    [si]  
    If[VelocidadEnesima > 0 && RandomReal[] < p, VelocidadEnesima = VelocidadEnesima - 1];  
    [si] [real aleatorio]  
  
    jnew = PosicionEnesima + VelocidadEnesima;  
    PosicionNueva = ReplacePart[PosicionNueva, {Mod[jnew, L, 1]  $\rightarrow$  1, PosicionEnesima  $\rightarrow$  0}];  
    [sustituye una parte] [operación módulo]  
  
    VelocidadNueva = ReplacePart[VelocidadNueva, {Mod[jnew, L, 1]  $\rightarrow$  VelocidadEnesima, PosicionEnesima  $\rightarrow$  0}];  
    [sustituye una parte] [operación módulo]  
  
    Return[{PosicionNueva, VelocidadNueva}];  
    [retorna]
```

(\*Fin para avanzar un paso\*)

## ANEXO E

### COMANDOS WOLFRAM MATHEMATICA PARTE 4

```
(*Construir el formato de puntos para lugares vacios;  
para lugares ocupados el valor de velocidad*)  
formatOrbit[PosicionesyVelocidades_List] :=  
Block[{posiciones, velocidades, vformatted, LongitudDeOrbita, LongitudDeCarril, d, tamano},  
|bloquea  
  d = Dimensions[PosicionesyVelocidades];  
  |dimensiones  
  LongitudDeOrbita = First[d];  
  |primero  
  LongitudDeCarril = Last[d];  
  |ultimo  
  tamano = LongitudDeOrbita * LongitudDeCarril;  
  posiciones = Flatten[Part[#, 1] & /@ PosicionesyVelocidades];  
  |aplana |parte  
  velocidades = Flatten[Part[#, 2] & /@ PosicionesyVelocidades];  
  |aplana |parte  
  For[j = 1, j ≤ tamano, j++, If[positions[[j]] == 0, velocidades = ReplacePart[velocidades, j → "."]];  
  |para cada |si |sustituye una parte  
  ];  
  vformatted = Partition[velocidades, LongitudDeCarril];  
  |particiona  
  Return[ToString[Style[TableForm[vformatted, TableSpacing → {0, 0}], FontSize → 6]]];  
  |retorna |convierte a... |estilo |forma de tabla |espaciado de tabla |tamaño de tipo de letra  
] (*Termina formatOrbit*)
```

## ANEXO F

### COMANDOS WOLFRAM MATEMATICA PARTE 5

```
(*Ejemplo de una simulación por 10 unidades de tiempo*)
Simulacion[state_?MatrixQ, colors_Integer : 2, opts___] :=
  |matriz? |entero

Graphics[Raster[Reverse[1 - state / (colors - 1) ]], AspectRatio →
  |gráfico |mapa d... |invierte orden |cociente de aspecto
  (AspectRatio /. {opts} /. AspectRatio → Automatic), opts]
  |cociente de aspecto |cociente de aspe... |automático

(*de Órbita a posiciones*)
orbitToPositions[PosicionesyVelocidades_List] := Block[{posiciones},
  |bloquea

  Return[Part[#, 1] & /@ PosicionesyVelocidades]]
  |retorna |parte

ic = CondicionesIniciales[n];
list = NestList[AvanzarUnPaso, ic, 10];
  |lista de resultados anidados

formatOrbit[list];
positions = orbitToPositions[list];
Show[Simulacion[positions, 2, AspectRatio → 2]]
  |muestra |cociente de aspecto
```



## TRANSLATION 08 April 2022

 Traducir mensaje a: Español | No traducir nunca de: Inglés



MARJORY ESTEFANIA LECHON DE LA CRUZ

Vie 08/04/2022 9:19

Para: Juan Pablo Murillo Fajardo; Centro de Idiomas

 1    



Abstract Juan Pablo Murillo F...  
26 KB

Dear Mr. Juan Pablo Murillo,

The purpose of this email is to inform you that the respective translation of your abstract :

Maestría en Matemática Mención Modelación y Docencia

It has been carried out satisfactorily. If you have any queries, please answer the email.

Sincerely  
Marjory E. Lechon  
EFL Professor

[Responder](#) | [Responder a todos](#) | [Reenviar](#)



epoch

Dirección de Bibliotecas y  
Recursos del Aprendizaje

UNIDAD DE PROCESOS TÉCNICOS Y ANÁLISIS BIBLIOGRÁFICO Y  
DOCUMENTAL

REVISIÓN DE NORMAS TÉCNICAS, RESUMEN Y BIBLIOGRAFÍA

Fecha de entrega: 16 / 05 / 2022

<b>INFORMACIÓN DEL AUTOR/A (S)</b>
<b>Nombres – Apellidos:</b> <i>Juan Pablo Murillo Fajardo</i>
<b>INFORMACIÓN INSTITUCIONAL</b>
Instituto de Posgrado y Educación Continua
<b>Título a optar:</b> <i>Magíster en Matemática mención Modelación y Docencia</i>
<b>f. Analista de Biblioteca responsable:</b> Lic. Luis Caminos Vargas Mgs.

LUIS  
ALBERTO  
CAMINOS  
VARGAS

Firmado digitalmente  
por LUIS ALBERTO  
CAMINOS VARGAS  
Nombre de  
reconocimiento (DN):  
c=EC, l=RIOBAMBA,  
serialNumber=0602766  
974, cn=LUIS ALBERTO  
CAMINOS VARGAS  
Fecha: 2022.05.16  
08:10:36 -05'00'



0025-DBRA-UPT-IPEC-2022

## TRANSLATION 08 April 2022

 Traducir mensaje a: Español | No traducir nunca de: Inglés



MARJORY ESTEFANIA LECHON DE LA CRUZ

Vie 08/04/2022 9:19

Para: Juan Pablo Murillo Fajardo; Centro de Idiomas

 1    



Abstract Juan Pablo Murillo F...  
26 KB

Dear Mr. Juan Pablo Murillo,

The purpose of this email is to inform you that the respective translation of your abstract :

Maestría en Matemática Mención Modelación y Docencia

It has been carried out satisfactorily. If you have any queries, please answer the email.

Sincerely

Marjory E. Lechon

EFL Professor

[Responder](#)

[Responder a todos](#)

[Reenviar](#)