



# **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**

**Modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el  
proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software  
con base en el método de elementos finitos**

**MAYRA ELIZABETH VILLACIS RAMÓN**

**Trabajo de Titulación modalidad Proyectos de Investigación y Desarrollo, presentado ante  
el Instituto de Posgrado y Educación Continua de la ESPOCH, como requisito parcial para  
la obtención del grado de Magíster en:**

**MATEMÁTICA MENCIÓN MODELACIÓN Y DOCENCIA**

**RIOBAMBA - ECUADOR**

Agosto 2022

**©2022, Mayra Elizabeth Villacís Ramón**

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.



## ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

### CERTIFICACIÓN:

EL TRIBUNAL DE TRABAJO DE TITULACIÓN CERTIFICA QUE:

El Trabajo de Titulación modalidad Proyectos de Investigación y Desarrollo, titulado **Modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software con base en el método de elementos finitos**, de responsabilidad de la señora Mayra Elizabeth Villacís Ramón ha sido prolijamente revisado y se autoriza su presentación.

Ing. Luis Eduardo Hidalgo Almeida., Ph. D.

**PRESIDENTE**



Firmado electrónicamente por:  
**LUIS EDUARDO  
HIDALGO  
ALMEIDA**

Ing. Jorge Luis Yaulema Castañeda., M. Sc.

**DIRECTOR**

**JORGE LUIS  
YAULEMA  
CASTAÑEDA**

Firmado digitalmente por  
JORGE LUIS YAULEMA  
CASTAÑEDA  
Fecha: 2022.08.07 20:47:49  
-05'00'

Dr. Vicente Marlon Villa Villa., Ph. D.

**MIEMBRO**



Firmado electrónicamente por:  
**VICENTE  
MARLON VILLA**

Ing. Diego Francisco Alarcón Correa., Ph. D.

**MIEMBRO**

**DIEGO FRANCISCO  
ALARCON CORREA**

Firmado digitalmente por  
DIEGO FRANCISCO ALARCON  
CORREA  
Fecha: 2022.08.07 20:29:09  
-05'00'

Riobamba, agosto de 2022

## DERECHOS INTELECTUALES

Yo, Mayra Elizabeth Villacís Ramón, declaro que soy responsable de las ideas, doctrinas y resultados expuestos en el **Trabajo de Titulación modalidad Proyectos de Investigación y Desarrollo**, y que el patrimonio intelectual generado por la misma pertenece exclusivamente a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

---

Mayra Elizabeth Villacís Ramón

No. Cédula: 0503253056

## **DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD**

Yo, Mayra Elizabeth Villacís Ramón, declaro que el presente Trabajo de Titulación Proyectos de Investigación y Desarrollo, es de mi autoría y que los resultados del mismo son auténticos y originales. Los textos constantes en el documento que provienen de otra fuente están debidamente citados y referenciados.

Como autor, asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este proyecto de investigación de maestría.

---

Mayra Elizabeth Villacís Ramón

No. Cédula: 0503253056

## DEDICATORIA

A la vida porque a pesar de que me ha tratado muy duro, es simplemente hermosa.

A mi hija Amalia, por brindarme su amor incondicional, que con sus ocurrencias siempre me hace muy feliz.

A mis padres Marina y Pedro con amor, admiración, respeto y por ser el puerto seguro donde siempre podré volver, recargar mis energías, sentirme segura y seguir adelante después.

A mis hermanos Jim y Franklin por estar siempre presentes con su ternura, dándome palabras de aliento para siempre salir victoriosa ante cualquier adversidad.

A Dennis por todo lo bueno y malo que compartimos en el tiempo que nos tocó vivir juntos.

*Mayra Elizabeth*

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios por darme la resiliencia, sabiduría y paciencia para lograr culminar este sueño tan anhelado.

Al MSc. Jorge Luis Yaulema Castañeda por compartir sus conocimientos, tiempo, experiencia y motivación para terminar satisfactoriamente esta investigación.

A los miembros del tribunal quienes aportaron con sus acertadas tutorías e ideas para encaminar de manera óptima este trabajo.

A mi familia, por su amor, admiración y consejos de motivación.

***Mayra Elizabeth***

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	xvi
ABSTRACT .....	xvii
CAPÍTULO I.....	1
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Situación Problemática .....	1
1.2. Formulación del Problema.....	1
1.3. Preguntas Directrices .....	1
1.4. Justificación de la Investigación.....	2
1.5. Objetivos de la Investigación .....	3
1.5.1. <i>Objetivo General</i> .....	3
1.5.2. <i>Objetivos Específicos</i> .....	3
1.6. Hipótesis .....	3
CAPÍTULO II .....	4
2. MARCO TEÓRICO.....	4
2.1. Antecedentes.....	4
2.2. Bases teóricas .....	6
2.2.1. <i>Proceso de Soldadura por arco eléctrico con alambre continuo y protección gaseosa (GMAW)</i> 6	
2.2.1.1. <i>Elementos de uniones soldadas en el proceso de soldadura</i> .....	7
2.2.1.2. <i>Tipos de juntas</i> .....	8
2.2.1.3. <i>Material base: acero de bajo carbono ASTM A36</i> .....	9
2.2.1.4. <i>Tipo de electrodo sólido continuo</i> .....	10
2.2.1.5. <i>Ventajas y limitaciones del proceso de soldadura</i> .....	10
2.2.2. <i>Fundamentos matemáticos de la transferencia de calor en el proceso de soldadura GMAW</i> 11	
2.2.2.1. <i>Ciclo térmico</i> .....	11
2.2.2.2. <i>Ecuación diferencial parcial de transferencia de calor</i> .....	12
2.2.2.3. <i>Ecuación del tipo de fuente de calor</i> .....	18
2.2.2.4. <i>Ecuación del calor de entrada o Heat input</i> .....	23



2.2.2.5.	<i>Ecuación del flujo de calor o densidad media de potencia</i> .....	24
2.2.2.6.	<i>Condiciones matemáticas iniciales y de frontera</i> .....	25
2.2.3.	<b><i>Simulación numérica con el Método de Elementos Finitos (MEF) del proceso de soldadura GMAW</i></b> .....	28
2.2.3.1.	<i>Fundamentos generales del Método de Elementos Finitos (MEF)</i> .....	29
2.2.3.2.	<i>Modelación por el Método de Elementos Finitos</i> .....	29
2.2.3.3.	<i>Definiciones y aspectos numéricos en la simulación con MEF</i> .....	30
2.2.3.4.	<i>Etapas de un estudio de simulación numérica</i> .....	32
2.2.3.5.	<i>Software CAE con base en el Método de Elementos Finitos</i> .....	33
2.2.3.6.	<i>Estructura general de implementación del modelo matemático en el software CAE.</i> ..	34
2.2.3.7.	<i>Razones para modelar y simular procesos de soldadura</i> .....	35
2.3.	<b>Marco Conceptual</b> .....	35
<b>CAPÍTULO III</b> .....		<b>39</b>
3.	<b>METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA</b> .	<b>39</b>
3.1.	<b>Identificación de variables</b> .....	<b>39</b>
3.2.	<b>Operacionalización de variables</b> .....	<b>40</b>
3.3.	<b>Matriz de consistencia</b> .....	<b>41</b>
3.4.	<b>Tipo y diseño de investigación</b> .....	<b>42</b>
3.5.	<b>Métodos de investigación</b> .....	<b>42</b>
3.6.	<b>Enfoque de la investigación</b> .....	<b>42</b>
3.7.	<b>Alcance de la investigación</b> .....	<b>43</b>
3.8.	<b>Población y muestra de estudio</b> .....	<b>43</b>
3.9.	<b>Unidad de análisis</b> .....	<b>43</b>
3.10.	<b>Técnica de recolección de datos primarios y secundarios</b> .....	<b>43</b>
3.11.	<b>Instrumentos de recolección datos primarios y secundarios</b> .....	<b>43</b>
3.12.	<b>Instrumentos para procesar datos recopilados</b> .....	<b>44</b>
3.13.	<b>Etapas de la modelación matemática y simulación</b> .....	<b>44</b>
3.13.1.	<b><i>Plan de simulación numérica</i></b> .....	<b>44</b>
3.13.1.1.	<i>Primera fase</i> .....	44
3.13.1.2.	<i>Segunda fase</i> .....	45

3.13.1.3. Tercera fase .....	46
<b>3.14. Metodología de la simulación con un software CAE con base en el MEF .....</b>	<b>46</b>
<b>3.14.1. Etapa de pre-procesamiento .....</b>	<b>47</b>
3.14.1.1. Modelo Geométrico de la probeta virtual .....	47
3.14.1.2. Modelo discreto: forma y tipo de la malla .....	48
3.14.1.3. Propiedades del material base .....	49
3.14.1.4. Condiciones iniciales.....	50
3.14.1.5. Condiciones de contorno.....	51
<b>3.14.2. Etapa de procesamiento.....</b>	<b>52</b>
<b>3.14.3. Etapa de post-procesamiento.....</b>	<b>53</b>
<b>CAPÍTULO IV .....</b>	<b>56</b>
<b>4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....</b>	<b>56</b>
<b>4.1. Análisis y validación del modelo matemático.....</b>	<b>56</b>
4.1.1. Cálculo de error entre resultados simulados .....	56
<b>CAPÍTULO V.....</b>	<b>59</b>
<b>5. PROPUESTA .....</b>	<b>59</b>
<b>5.1. Descripción del modelo matemático.....</b>	<b>59</b>
<b>5.2. Interpretación de la simulación del modelo matemático .....</b>	<b>60</b>
<b>5.3. Verificación y validación del modelo matemático .....</b>	<b>64</b>
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>68</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>70</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	
<b>ANEXOS</b>	

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1-2:</b> Propiedades térmicas del acero estructural ASTM A36.....	9
<b>Tabla 2-2:</b> Variación de las propiedades térmicas del material ASTM A36. ....	10
<b>Tabla 1-3:</b> Operacionalización de variables.....	40
<b>Tabla 2-3:</b> Matriz de consistencia. ....	41
<b>Tabla 3-3:</b> Parámetros necesarios para la simulación del proceso GMAW.....	45
<b>Tabla 4-3:</b> Parámetros del Modelo de Goldak. ....	46
<b>Tabla 5-3:</b> Propiedades del material en función de la temperatura. ....	50
<b>Tabla 6-3:</b> Condiciones iniciales para la simulación.....	50
<b>Tabla 7-3:</b> Condiciones de frontera o contorno. ....	51
<b>Tabla 8-3:</b> Condiciones de contorno para la simulación. ....	52
<b>Tabla 1-4:</b> Valores de temperatura máxima para un tiempo $t = 30$ s .....	57
<b>Tabla 1-5:</b> Valores de la ZAT para el tiempo $t = 30$ s.....	66

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1-2:</b> Descripción del proceso de soldadura GMAW.....	7
<b>Figura 2-2:</b> Diagrama de la ZAT de un acero con bajo contenido de carbono.....	8
<b>Figura 3-2:</b> Elementos de una unión soldada.....	8
<b>Figura 4-2:</b> Uniones básicas o juntas.....	9
<b>Figura 5-2:</b> Sistema de identificación del electrodo.....	10
<b>Figura 6-2:</b> Curvas isotérmicas producidas en una junta a tope.....	12
<b>Figura 7-2:</b> Análisis de la conducción de calor unidimensional.....	14
<b>Figura 8-2:</b> Volumen diferencial para el análisis tridimensional de calor.....	15
<b>Figura 9-2:</b> Fuente de calor constante móvil.....	18
<b>Figura 10-2:</b> Fuente de calor de doble elipsoide.....	19
<b>Figura 11-2:</b> Geometría de una probeta virtual con sus dominios $\Omega_n$ .....	26
<b>Figura 12-2:</b> Dominio.....	31
<b>Figura 13-2:</b> Nodo.....	31
<b>Figura 14-2:</b> Ejemplo de mallado en un software CAE.....	32
<b>Figura 15-2:</b> Ejemplo de una simulación en un software CAE.....	34
<b>Figura 1-3:</b> Representación en 3D del conjunto junta a tope.....	48
<b>Figura 2-3:</b> Refinamiento y selección del modelo discreto.....	49
<b>Figura 3-3:</b> Parámetros de la calidad de la malla.....	49
<b>Figura 4-3:</b> Probeta virtual con sus dominios $\Omega_n$ , en la herramienta computacional.....	52
<b>Figura 5-3:</b> Simulación computacional en un software CAE del proceso GMAW.....	53
<b>Figura 6-3:</b> Variación de la temperatura vs el tiempo.....	54
<b>Figura 7-3:</b> Curvas isotérmicas del proceso GMAW.....	54
<b>Figura 1-4:</b> Simulación computacional en un software de validación.....	56
<b>Figura 1-5:</b> Soluciones aproximadas del modelo matemático.....	61
<b>Figura 2-5:</b> Comportamiento térmico de la probeta virtual.....	62
<b>Figura 3-5:</b> Zona Afectada Térmicamente de la probeta virtual.....	62
<b>Figura 4-5:</b> Análisis de un punto de la probeta virtual.....	64
<b>Figura 5-5:</b> Estructura típica de la Austenita.....	64

<b>Figura 6-5:</b> Curvas isotérmicas más importantes de la probeta virtual.....	65
<b>Figura 7-5:</b> Zona Afectada Térmicamente (software de validación) .....	65

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1-2:</b> Gráfica n vs $\lambda 1'$ y $\lambda 1''$ .....	21
<b>Gráfico 2-2:</b> Gráfica n vs $2 \psi m$ .....	22
<b>Gráfico 3-2:</b> Gráfica n vs $\xi$ .....	23
<b>Gráfico 1-3:</b> Esquema del proceso de la metodología para obtener una solución. ....	44
<b>Gráfico 2-3:</b> Esquema del procedimiento MEF en la simulación. ....	46
<b>Gráfico 3-3:</b> Diagrama del proceso de aplicación al MEF.....	47
<b>Gráfico 4-3:</b> Evolución de la temperatura en el proceso de soldadura GMAW.....	55
<b>Gráfico 1-5:</b> Esquema del modelo matemático propuesto. ....	60

## **ÍNDICE DE ANEXOS**

**ANEXO A.** Parámetros ingresados al software CAE principal.

**ANEXO B.** Condición de contorno: Densidad media de potencia en el software CAE principal.

**ANEXO C.** Mallado en el software de validación.

**ANEXO D.** Características de la malla optima en el software de validación.

## RESUMEN

El objetivo de ésta investigación fue desarrollar un modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura por arco eléctrico GMAW de un acero estructural; haciéndose una investigación del tipo propositiva descriptiva, con un alcance descriptivo y un enfoque cuantitativo, asimismo se utilizó el método deductivo ya que fue necesario primero entender toda la teoría relacionada del comportamiento térmico para encontrar las ecuaciones de gobierno, condiciones iniciales, condiciones de frontera, variables entre otros parámetros para el modelado que representó de manera aproximada el fenómeno real. Por otro lado, se utilizó la metodología de la simulación numérica con la técnica del Método de los Elementos Finitos (MEF) y el instrumento principal que se manejó para procesar toda la información recopilada fue un software CAE (*Computer Aided Engineering*), de ésta manera, se encontró las soluciones aproximadas de la interacción de la ecuación diferencial parcial (EDP) de conducción de calor y la ecuación de la fuente móvil de Goldak, con el fin que se dió a conocer una propuesta que terminó con la parte analítica y descriptiva de la temperatura máxima del arco eléctrico del proceso de soldeo, las curvas isotérmicas y la Zona Afectada Térmicamente (ZAT) de una probeta virtual para un tiempo determinado. Para la validación del modelo matemático propuesto se utilizó otro software CAE muy manipulado aquí en el Ecuador. Por lo tanto, de acuerdo al análisis realizado se concluye que el modelo matemático que representó al comportamiento térmico es eficiente, apropiado y válido ya que para un tiempo específico se obtuvieron los errores relativos de 2,43 % y 1,01 % al comparar las temperaturas máximas del cordón y la longitud útil de la ZAT respectivamente.

**Palabras claves:** <MODELO MATEMÁTICO >, <GMAW>, <SIMULACIÓN NUMÉRICA>, <SOFTWARE CAE>, <MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS>, <ZONA AFECTADA TÉRMICAMENTE>, <ISOTÉRMICAS>.



Firmado electrónicamente por:  
LUIS ALBERTO  
CAMINOS  
VARGAS



28-07-2022

0091-DBRA-UPT-IPEC-2022



## ABSTRACT

The main objective of this research was to develop a mathematical model for the thermic analysis in the process of welding by using an electric arc GMAW of a structural steel; carrying out a positive, descriptive research, with a quantitative approach. Likewise, the deductive method was applied as the first step was to understand the theory related to thermic behavior to find the governing equations, initial conditions, boundary conditions, variables amongst other parameters for the modelling that represented approximately the real phenomena. On the other hand, the theory of Numerical Simulation was also applied in conjunction with the Finite Element Method (FEM) and the main instrument used to process the collected data was the software CAE (*Computer Aided Engineering*), so in this way the approximate solutions to the interaction of the differential partial equation (DPE) of heat transfer and the Goldak equation of mobile source, with the aim of designing the proposal that finished with the analytic and descriptive parts of the maximum temperature of the electric arc for the welding process, the isothermal curves and the thermically affected zone (TAZ) of a virtual test tube for an specific time period. For the theoretical validation of the proposed mathematical model another software CAE was used, quite well-known locally in Ecuador. Therefore, according to the results of the analysis it was concluded that the mathematical model that represented the thermic behavior is appropriate, efficient and valid for a specific time period, relative errors were obtained of 2,43% and 1,01% when comparing the maximum temperatures of the lace and the useful longitude of the TAZ respectively.

**Keywords:** <MATHEMATICAL MODELLING>, <GMAW>, <NUMERICAL SIMULATION>, <SOFTWARE CAE>, <FINITE ELEMENT METHOD>, <THERMICALLY AFFECTED ZONE>, <ISOTHERMAL>

# CAPÍTULO I

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Situación Problemática

Cuando se realiza un proceso de soldadura GMAW para unir dos piezas de trabajo (acero estructural) con la presencia de un arco eléctrico existe una relación directa del aporte de calor no uniforme y el posterior enfriamiento. Este fenómeno está ligado a un sistema dinámico representado por la interacción de multivariantes y sus respectivas derivadas llamada ecuación de conducción de calor, al desarrollar esta EDP con las condiciones iniciales y de frontera se puede entender el comportamiento térmico de un proceso tan importante como lo es el de la soldadura por arco eléctrico. Por lo tanto, en varias áreas de la construcción, plantas industriales, ingenierías entre otras, la resolución de este tipo de ecuaciones define el funcionamiento de los procesos y su respectiva optimización siendo esto un problema de investigación común y fuerte debido a que no son fáciles de resolver manualmente por lo tanto se acude a los métodos numéricos con la ayuda de softwares asistidos por computadora con base en el método de elementos finitos (MEF).

### 1.2. Formulación del Problema

¿Cómo se desarrolla un modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software con base en el método de elementos finitos?

### 1.3. Preguntas Directrices

¿Por qué es necesario diagnosticar y plantear diferentes variables que conforman una ecuación diferencial o de gobierno que representen el fenómeno térmico del proceso de soldadura GMAW en un acero estructural?

¿Por qué es importante diseñar un modelo matemático que involucre multivariantes representadas con ecuaciones diferenciales parciales como la transferencia de calor en la zona afectada térmicamente del proceso de soldadura GMAW en un acero estructural?

¿Por qué es importante proponer y predecir con la simulación computarizada con base en el método de elementos finitos el comportamiento térmico que se produce en la zona afectada por la transferencia de calor en la de soldadura GMAW en un acero estructural?

¿Cómo se puede validar y describir las posibles soluciones de las EDPs de calor que representan el fenómeno térmico del proceso de soldadura GMAW en un acero estructural?

#### **1.4. Justificación de la Investigación**

El presente estudio se justifica porque en el Ecuador, existen varios problemas en diferentes áreas de la construcción relacionados con el comportamiento térmico representado por la ecuación de transferencia de calor que conllevan los procesos de soldadura. Estas ecuaciones mandatorias pueden ser desde unidimensionales hasta tridimensionales ligadas a sistemas dinámicos donde sus soluciones y descripciones cuantitativa, cualitativa permiten analizar, medir, estimar y predecir el comportamiento del evento en cuestión. Es entonces en este tipo de procesos donde hace aparición la modelización numérica y su respectiva simulación con el método de elementos finitos, que permite definir una de las mejores aproximaciones de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales que surgen en la industria metalmeccánica, por tal motivo varios países extranjeros utilizan diversas herramientas informáticas que incluyen este método como también permiten agregar líneas de códigos con el apoyo de otros softwares como Matlab, Python, etc. para obtener una herramienta eficiente a la hora de brindar soluciones para los diferentes problemas con condiciones iniciales y de frontera.

Este estudio es importante, porque al realizar un modelo numérico que ayude a describir el fenómeno que se presenta o se busca comprender, es necesario recurrir a diferentes áreas de la matemática como lo son las ecuaciones diferenciales parciales, métodos numéricos, modelos matemáticos entre otras, donde se limita un sistema o una probeta virtual para un proceso de soldadura GMAW, por medio de condiciones de frontera al igual que condiciones iniciales y solo se utilizan las variables más relevantes, es decir se busca que sea un modelo simple pero a la vez confiable y concreto, siendo más fácil, económico ajustar parámetros de diseño con la simulación computacional, que realizar diversos cambios durante la fase de fabricación de un prototipo. Sin embargo, si se utiliza el Método de Elementos Finitos para interpretar el modelo, esta técnica no deja de ser un método aproximado de cálculo, debido a las restricciones, por lo tanto, los prototipos siguen siendo necesarios, pero en un número muy reducido, los mismos que serían ya casos extremos de verificación y validación. De tal manera con la modelación, simulación varias industrias de la construcción entre otras empresas se beneficiarían enormemente ahorrando capital en la etapa de construcción, si decidieran implementar este tipo de estudios matemáticos, que se acercan bastante a un diseño óptimo de diferentes productos soldados.

## **1.5. Objetivos de la Investigación**

### ***1.5.1. Objetivo General***

Desarrollar un modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software con base en el método de elementos finitos.

### ***1.5.2. Objetivos Específicos***

- a. Diagnosticar y plantear diferentes variables que conformen una ecuación diferencial o de gobierno que representen el fenómeno térmico del proceso de soldadura GMAW en un acero estructural.
- b. Diseñar un modelo matemático que involucre multivariantes representadas con ecuaciones diferenciales parciales como la transferencia de calor en la zona afectada térmicamente del proceso de soldadura GMAW en un acero estructural.
- c. Proponer y predecir con la simulación computarizada con base en el método de elementos finitos el comportamiento térmico que se produce en la zona afectada por la transferencia de calor en la de soldadura GMAW en un acero estructural.
- d. Validar y describir las posibles soluciones de las EDPs de calor que representan el fenómeno térmico del proceso de soldadura GMAW en un acero estructural.

## **1.6. Hipótesis**

No aplica por ser una Investigación propositiva – descriptiva.

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1. Antecedentes

Los modelos matemáticos se utilizan habitualmente en las ciencias físicas y de la ingeniería para ayudar a comprender sistemas complejos y optimizar procesos. Hay numerosos ejemplos de la fructífera aplicación de principios matemáticos como señala Lostado et al., (2015) en su investigación denominada “*Combining Soft Computing Techniques and the Finite Element Method to Design and Optimize Complex Welded Products*”, artículo científico publicado en la revista IOS Press, donde los autores muestran cómo se puede utilizar una combinación del Método de Elementos Finitos, algoritmos genéticos y árboles de regresión para diseñar y optimizar productos soldados complejos; los investigadores crearon modelos termo-mecánicos de elementos finitos a partir de sistemas de ecuaciones diferenciales, siendo una de ellas la ecuación de conducción de calor para obtener el campo de temperatura y la distorsión angular utilizando la geometría del cordón. Las conclusiones del estudio muestran que el Método de Elementos Finitos con la ayuda de la computación generó los mejores modelos predictivos y a través de la simulación de una secuencia de soldadura, lograron analizar las distorsiones angulares a partir del campo termo-mecánico.

Qingcheng et al., (2016) plantea y describe las ecuaciones de gobierno, que forman parte de un modelo termo-elástico-plástico tridimensional para predecir el comportamiento termomecánico en el proceso de modelado de red diseñado por láser (LENS) del material Ti-6Al-4V; los autores utilizan expresiones matemáticas de transferencia de calor por conducción forzada, libre y radiación, condiciones de contorno de Dirichlet, Neumann y Robin así como también las propiedades del material base para probar la efectividad de la fabricación de piezas con el material anteriormente mencionado. Con un análisis muy detallado los investigadores lograron predecir el comportamiento termomecánico del proceso utilizando el Método de Elementos Finitos (MEF) presente en el algoritmo de un software comercial, realizando un mallado hexaédrico de 6094 elementos y 10378 nodos mostrando como resultado una simulación del fenómeno industrial.

Bilenko et al., (2017) recomiendan y consideran en su artículo científico “*Computer Simulation in Developing the Technology of Welding High-Tensite Steel Sheets*” que la simulación matemática del fenómeno de la soldadura automática por arco de argón de láminas de acero de

alta resistencia, permite desarrollar y describir un modelado para calcular la distribución de temperatura, cambios en la composición de fase, deformaciones y tensiones; los investigadores encontraron las soluciones de las ecuaciones diferenciales que representan estos fenómenos con el Método de Elementos Finitos presente en los paquetes de los softwares SYSWELD y PROWELD. Los autores con la ayuda de condiciones de contorno racionales concluyen encontrando de manera visual en los programas antes mencionados la fatiga térmica y mecánica del material para posteriormente construir un dispositivo real de soldadura y ensamble.

Viamontes (2018) en su trabajo de diploma denominado “Influencia del espesor de la pieza a soldar sobre la profundidad del baño de soldadura” propone un modelo para la estimación del campo térmico de un cuerpo semi-infinito hasta otro cuerpo de espesor finito; la autora argumenta y enfatiza que el mejor modelo de fuente de calor para este tipo de estudios es el modelo de doble elipsoide o modelo de Goldak, el cual se utiliza como una de las ecuaciones de gobierno dentro de la etapa de procesamiento en un software de simulación con base del Método de Elementos Finitos.

Para la International Journal of Thermal Sciences, Chen et al., (2020) en su artículo denominado “*Numerical study of heat transfer and solute distribution in hybrid laser-MIG welding*” calculan, analizan y argumentan la transferencia de calor y la distribución de solutos con un modelo numérico tridimensional mejorado con ecuaciones diferenciales que involucran la convección de Marangoni, ecuaciones de momento, energía y concentración para un mecanismo de transporte en el baño fundido durante la soldadura híbrida láser-MIG de aleación de aluminio. Para la solución de este estudio se apoyan en la metodología de la simulación con un software con base de elementos finitos, donde la dimensión del dominio computacional fue de  $45 \times 10 \times 6 \text{ mm}^3$  y se adoptaron  $525 \times 120 \times 90$  puntos de cuadrícula en el programa; concluyendo matemáticamente que el “modelo mejorado proporciona un método eficaz de optimización paramétrica para mejorar las propiedades de las uniones de soldadura híbridas láser-MIG” (Chen et al., 2020, p. 11).

En el Ecuador el investigador Pintado (2018), exestudiante de la Universidad Politécnica Salesiana, a través de su proyecto de investigación y desarrollo previo a obtener el Grado de Magíster en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica: “Determinación del efecto de la soldadura en el comportamiento mecánico de las estructuras metálicas por medio del método de elementos finitos”, plantea un modelo matemático que determina el comportamiento térmico y estructural en las uniones de elementos de las estructuras metálicas cuando estas se someten al proceso de soldadura por arco eléctrico. El autor utiliza ANSYS, que es un software que está desarrollado para funcionar bajo la teoría del Método de los Elementos Finitos para estructuras y Volúmenes Finitos para fluidos; el MEF utilizado en este estudio presenta una estrategia numérica para la simulación de gradientes de temperaturas y estructuras, obtenido como

conclusiones en forma gráfica las deformaciones elásticas, deformaciones plásticas y tensiones residuales que se originan en el material base por efecto de altas temperaturas en la ZAT (Zona Afectada Termicamente).

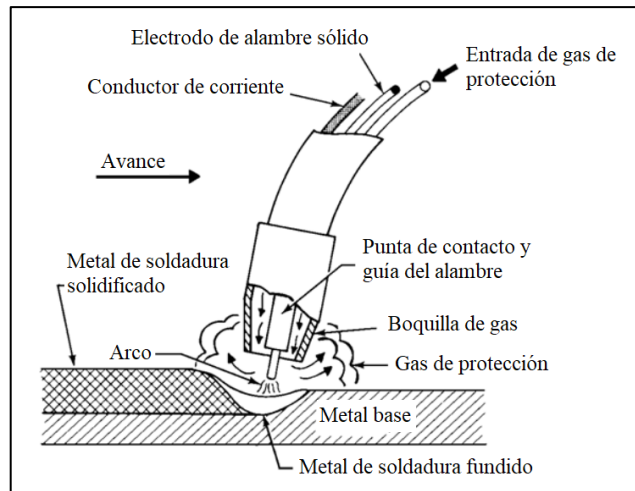
Estos trabajos mencionados se relacionan directamente con el estudio realizado, los cuales han brindado una instrucción, apoyo, desarrollo y validación para el planteamiento del problema, así como el cumplimiento de objetivos planteados. Adicionalmente cabe reiterar que los modelos matemáticos cada vez son más sofisticados capaces de explicar un sistema, estudiar efectos de diferentes componentes y hacer predicciones sobre comportamientos de fenómenos físicos que ocurren en los procesos de soldadura, es así que el Método de Elementos Finitos (MEF) tiene por objetivo considerar un cuerpo como una estructura dividida en elementos discretos con un vínculo directo entre sí, creando un sistema de ecuaciones diferenciales que se resuelven numéricamente para el conocimiento de la parte térmica que para futuras investigaciones complementarias a ésta, sirvan de entrada a la simulación mecánica y por ende la solución y resultados metalográficos. Por tal motivo es que se ha desarrollado el presente trabajo de titulación.

## **2.2. Bases teóricas**

### **2.2.1. *Proceso de Soldadura por arco eléctrico con alambre continuo y protección gaseosa (GMAW)***

Este proceso de soldadura emplea un arco eléctrico entre un alambre que es alimentado de manera continua y la pieza a soldar, este alambre es un electrodo continuo de metal de aporte. El sitio web del Centro de conocimiento ESAB (2021) indica que “La protección del arco se efectúa a través de un gas que puede ser inerte (Argón o Helio), proceso MIG: Metal Inert Gas; o activo (CO<sub>2</sub> o Mezcla Ar-CO<sub>2</sub>), proceso MAG: Metal Active Gas. La AWS identifica a este proceso como GMAW: Gas Metal Arc Welding”.

Este proceso de soldadura se puede realizar en forma manual, semiautomática, automática y en modalidad mecanizada. Metales como el acero con contenido bajo en carbono, aceros de baja aleación, de alta resistencia mecánica y en todos los metales en distinta posición se pueden soldar con este tipo de proceso, siempre y cuando se seleccionen criterios y parámetros establecidos en las normas internacionales de soldadura. En la Figura 1-2 se puede apreciar las partes esenciales de la soldadura GMAW.



**Figura 1-2:** Descripción del proceso de soldadura GMAW.  
**Fuente:** Dávalos, 2017.

### 2.2.1.1. Elementos de uniones soldadas en el proceso de soldadura

En la Figura 3-2 se puede apreciar los elementos que forman parte de un conjunto de una unión soldada de cualquier proceso por arco eléctrico; cada elemento se detalla a continuación:

**Metal base.** – “Piezas o materiales a soldar en el que se efectúa el soldeo formando un solo cuerpo. Este cuerpo unificado presenta en la zona de fusión y aledaños, alteración de propiedades mecánicas; mientras que en las zonas más alejadas conserva sus propiedades mecánicas” (Terán et al., 2018, p. 16).

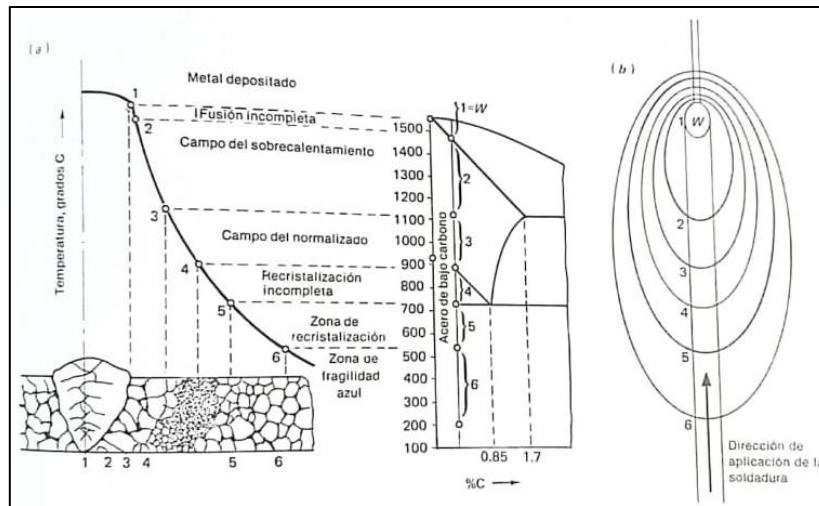
**Material de aporte de soldadura.** - Material fundido de la varilla, electrodo, alambre, etc. que se utiliza para soldar. Sus propiedades químicas y mecánicas son compatibles con las propiedades del material base.

**Zona de fusión.** - “Zona en la que se supera la temperatura de líquidos del material. Esta zona está constituida por el material fundido y solidificado, sirviendo de nexo entre las dos piezas soldadas” (Dávalos, 2017, p. 28).

**Zona afectada térmicamente.** – ZAT: “Es aquella parte de metal en la fusión, que fue modificada por el calor entre la zona fundida y el límite del metal de base” (BFMéxico, 2017).

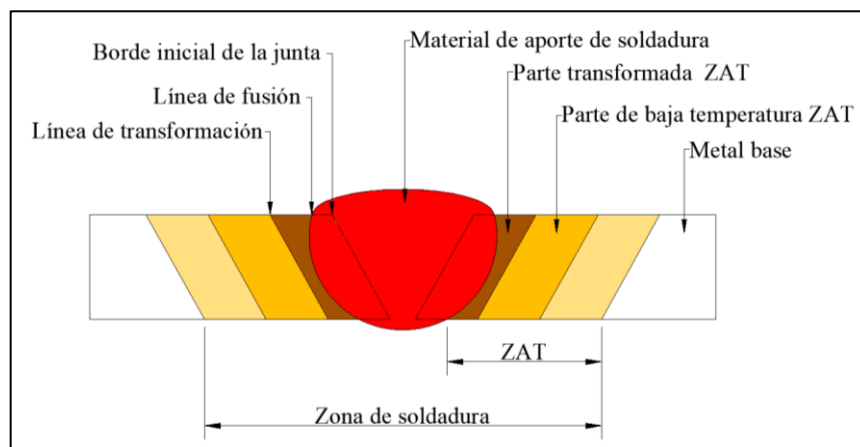
En la Figura 2-2 se presenta la investigación realizada por V. Tsegelsky en su manual titulado “*The Electric Welder*”, esta obra está registrada en el libro de Horwitz (1997) donde se presenta un diagrama que indica la temperatura donde empieza la ZAT hasta llegar al punto de fusión o temperaturas mayores que se presentan en un proceso de soldadura para un acero con bajo contenido de carbono, un ejemplo típico de este acero es el metal estructural ASTM A36, objeto de estudio del presente trabajo de titulación.





**Figura 2-2:** Diagrama de la ZAT de un acero con bajo contenido de carbono.  
**Fuente:** Horwitz, 1997, p.515.

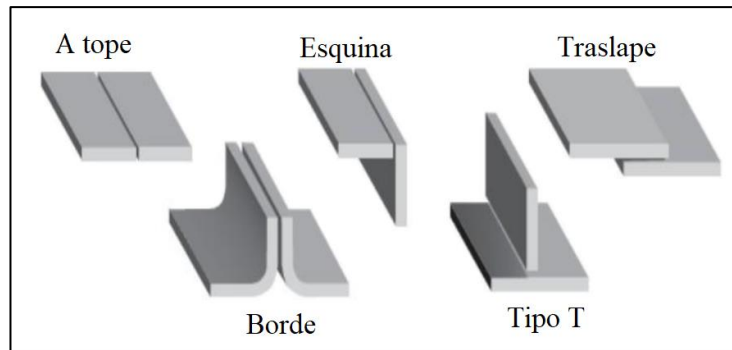
**Zona de soldadura.** - Zona afectada térmicamente más la zona de fusión en forma simétrica del cordón de soldadura.



**Figura 3-2:** Elementos de una unión soldada.  
**Fuente:** Pintado, 2018, p.18.  
**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

### 2.2.1.2. Tipos de juntas

En la Figura 4-2 se puede observar diferentes tipos de juntas básicas mecanizadas en el material base previo a cualquier proceso de soldadura.



**Figura 4-2:** Uniones básicas o juntas.

Fuente: Dávalos, 2017, p. 35.

### 2.2.1.3. Material base: acero de bajo carbono ASTM A36

Los aceros ASTM A36 son aceros al carbono estructurales que cumplen los requisitos de las normas ASTM A36/ A36M. Son utilizados en la fabricación de estructuras soldadas y atornilladas para la construcción industrial y civil (construcción de puentes). El acero laminado ASTM A36 también se utiliza en la fabricación de artículos y piezas para usos generales del sector de la ingeniería. Entre las propiedades principales, este material tiene buena soldabilidad, generalmente se lamina en caliente en forma rectangular, cuadrado, redondo, placas, comúnmente también se hace en todo tipo de secciones, como vigas H, vigas I, canal U, ángulo, tubo, etc. En la Tabla 1-2 se pueden apreciar las propiedades térmicas del acero ASTM A36, donde:

$$C_p = \text{Capacidad volumétrica} \left[ \frac{\text{J}}{\text{m}^3\text{K}} \right]$$

$$\alpha_{dt} = \text{Difusividad térmica} \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$$

$$k = \text{Conductividad térmica} \left[ \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right]$$

**Tabla 1-2:** Propiedades térmicas del acero estructural ASTM A36.

<b>C<sub>p</sub> (J/m<sup>3</sup>K)</b>	<b>α<sub>dt</sub>(m<sup>2</sup>/s)</b>	<b>k(J/mK)</b>	<b>Temperatura de fusión (°K)</b>
4,5x10 <sup>6</sup>	9,1x10 <sup>-6</sup>	41	1800

Fuente: Pintado, 2018, p.30.

Según Stamenkovic y Vasovic (2009) “las propiedades térmicas del material ASTM A36 dependen de la temperatura en la zona afectada por el calor (ZAT)” (p. 2). A continuación, en la Tabla 2-2 se presentan las propiedades del material.

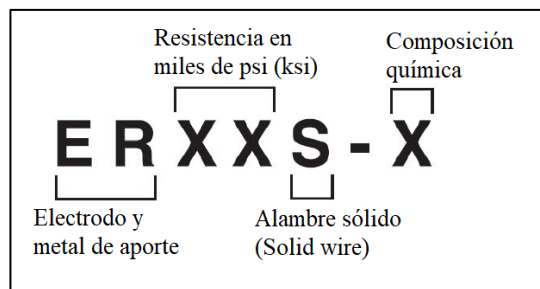
**Tabla 2-2:** Variación de las propiedades térmicas del material ASTM A36.

Temperatura (°C)	Calor específico (J/Kg °C)	Conductividad (W/m°C)	Densidad (Kg/m <sup>3</sup> )	Coefficiente de expansión térmica (10 <sup>-5</sup> /°C)
0	480	60	7850	1,15
100	500	50	7850	1,20
200	520	45	7800	1,30
400	650	38	7760	1,42
600	750	30	7600	1,45
800	1000	25	7500	1,45
1000	1200	26	7390	1,45
1200	1400	28	7300	1,45
1400	1600	37	7250	1,45
1550	1700	37	7180	1,45

Fuente: Stamenkovic y Vasovic, 2009.

#### 2.2.1.4. Tipo de electrodo sólido continuo

Los electrodos usados para el proceso GMAW son alambres sólidos que vienen en bobinas o rollos de diferente tamaño. Estos electrodos tienen un sistema de identificación AWS (American Welding Society), por lo tanto, las primeras letras de la identificación son ER, seguidas por dos o tres números que indican la resistencia mínima a la tracción del metal de soldadura depositado, a continuación, una S (Solid wire) representa un alambre sólido, luego un guion y por último un número que denota la composición química del electrodo. Como se puede apreciar en la Figura 5-2:



**Figura 5-2:** Sistema de identificación del electrodo.

Fuente: Bullón, 2010.

#### 2.2.1.5. Ventajas y limitaciones del proceso de soldadura

El proceso GMAW presenta muy buenas ventajas frente a otros procesos de soldadura por arco eléctrico, siendo uno de los mejores en la industria metalmeccánica y a continuación se describen sus ventajas y limitaciones.

**Ventajas:**

1. Velocidades de soldadura mayores a SMAW y GTAW.
2. Mayor tasa de deposición horaria
3. Se requiere mínima limpieza luego de soldar
4. Puede utilizarse para soldar cualquier metal ferroso y no ferroso.
5. En transferencia cortocircuito se puede soldar en toda posición.
6. Se pueden realizar soldaduras de grandes longitudes sin que tengan empalmes entre los cordones, evitando imperfecciones.

**Limitaciones:**

1. El equipo para GMAW es más complejo, más costoso y menos portable que SMAW.
2. El arco debe ser protegido de las corrientes de aire, por lo que su aplicación al aire libre es limitada.
3. Es difícil de utilizar en juntas de difícil llegada.

**2.2.2. Fundamentos matemáticos de la transferencia de calor en el proceso de soldadura GMAW**

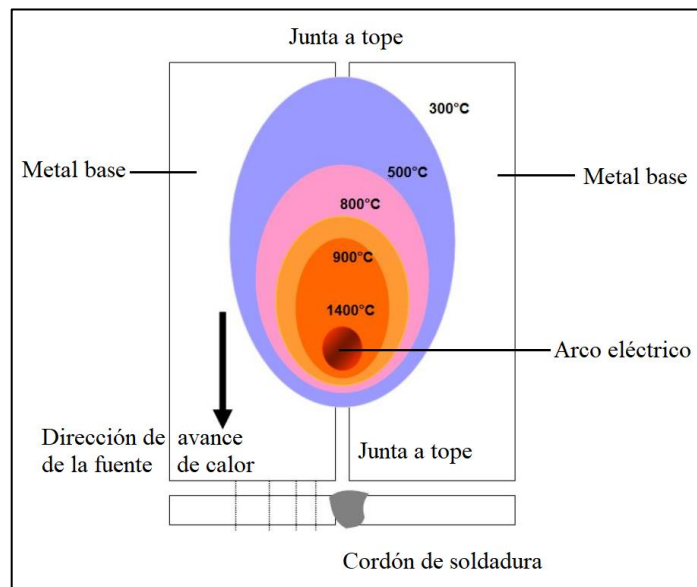
En un proceso de soldadura por arco eléctrico el análisis térmico es el primer estudio dentro del análisis global que conlleva entender y predecir este fenómeno, es decir con los resultados de la modelación y simulación numérica térmica se procede como datos de entrada para obtener como información de salida el análisis mecánico y una vez se tenga un análisis termo-mecánico se puede complementar con el análisis metalográfico, de esta manera completar el difícil estudio de este fenómeno lo cual implica optimizar diversos procesos industriales.

**2.2.2.1. Ciclo térmico**

En el proceso GMAW se establece un arco eléctrico entre un electrodo consumible ERXXS-X y la pieza de trabajo (un tipo de junta mecanizada en el metal base) produciendo la piletta de fusión de soldadura, el metal de aporte fundido es un alambre cuyas composiciones químicas y propiedades mecánicas son muy similares a las del metal base a unir; si se considera a manera de ejemplo un proceso con una sola pasada, la fuente de calor se desplaza sobre la unión y junto a ella se desplaza un campo de temperatura, por lo tanto, esta fuente avanza durante un tiempo determinado conforme se vaya desarrollando el cordón de soldadura; al principio la temperatura se eleva, alcanza un valor máximo y posteriormente disminuye, hasta que deja de actuar la fuente. La variación de la temperatura con el tiempo para un punto dado del cuerpo se denomina ciclo térmico. (Fosca, 2007)

Estos ciclos térmicos al representar como varía la temperatura a lo largo de todo el tiempo de todos los puntos cualesquiera situados en la zona de soldadura, dan a conocer la historia térmica del metal soldado, denominándose distribución de temperatura, la misma que tiene una influencia notable en la microestructura final de la junta soldada y por ende en sus propiedades mecánicas. (Fosca, 2007)

En la Figura 6-2 se puede apreciar de forma esquemática las curvas isotérmicas según avanza la fuente de calor para producirse la unión de una junta a tope de dos placas.



**Figura 6-2:** Curvas isotérmicas producidas en una junta a tope.

Fuente: Fosca, 2007.

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

#### 2.2.2.2. Ecuación diferencial parcial de transferencia de calor

En un proceso de soldeo es necesario conocer el historial de la temperatura para lo cual se utiliza una placa tridimensional, haciéndolo un problema transitorio debido al ciclo de enfriamiento-calentamiento, es decir que la temperatura del cordón de soldadura varía en relación con el tiempo y donde se generan fuentes de calor en el interior de la ZAT. García et al., (2013) nos dice que “la comprensión de la transferencia de calor durante el proceso GMAW es de gran importancia práctica, ya que la forma de la piletta del cordón, las tensiones térmicas, las pérdidas de calor, etc. afectan significativamente la calidad de soldadura” ( p. 3).

Para encontrar la ecuación diferencial que es una de las ecuaciones de gobierno que representa al modelo matemático, es necesario comprender que, en el proceso de soldadura se va a generar transferencia de calor por conducción en el momento que se genera el arco eléctrico, entre el

punto de contacto del electrodo con el material base, hasta los puntos adyacentes de la zona de soldadura (Pintado, 2018).

Continuando con la obtención de la formulación matemática, es necesario tener en cuenta dos leyes físicas correspondientes a la transmisión de calor:

1. **Ley 1:** Variación de energía interna: “la cantidad de calor necesario para elevar la temperatura del electrodo y material base de masa  $m$  en una cantidad  $\Delta T$  es  $mc\Delta T$ , donde  $c$  es una constante que depende del material usado y se llama *calor específico*” (Romero et al., 2001, p. 96).
2. **Ley 2:** “Ley de transferencia de calor de Fourier, esta ley dice que la rapidez de transferencia de energía por unidad de área es proporcional al gradiente normal de temperatura” (Holman, 1999, p. 18):

$$\frac{q}{A} \sim \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

Si se introduce la constante de proporcionalidad  $k$ , que representa la *conductividad térmica* del material, que “es la medida de la capacidad de un material para conducir calor” (Yunus y Afshin, 2011, p. 42), entonces la Ecuación 1, se reduce a la forma diferencial:

$$q = -k A \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

De la Ecuación 2 se puede afirmar lo siguiente:

$q$  = Flujo de calor en el cordón de soldadura [W]

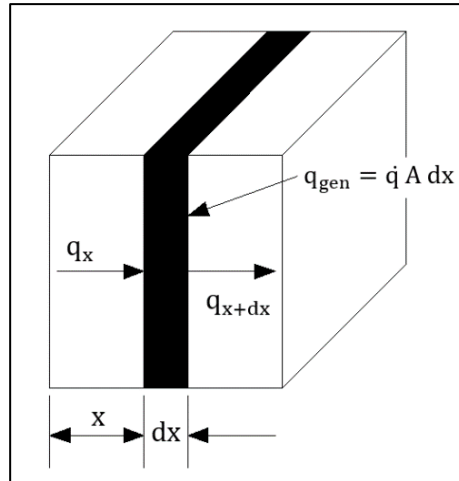
$k$  = Conductividad térmica del material base  $\left[ \frac{W}{m \text{ } ^\circ\text{C}} \right]$

$A$  = Área transversal [ $m^2$ ]

$\frac{\partial T}{\partial x}$  = Gradiente de temperatura  $\left[ \frac{^\circ\text{C}}{m} \right]$

El signo menos en la Ecuación 2 es necesario para que  $q$  sea positivo, debido a que el calor siempre se transfiere en dirección decreciente de la temperatura.

Si se considera en primer lugar analizar un elemento del cordón de soldadura de espesor  $dx$ , para un análisis unidimensional como se observa en la Figura 7-2, se puede realizar un balance de energía (Holman, 1999, p. 18).



**Figura 7-2:** Análisis de la conducción de calor unidimensional.

Fuente: Holman, 1999.

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

Energía que ingresa por conducción + Calor generado en el interior del elemento = Variación de energía interna + Energía que sale por conducción (3)

Dónde cada término tiene el siguiente significado:

Energía que ingresa por conducción =  $q_x$

Calor generado en el interior del elemento =  $q_{gen}$

Variación de energía interna =  $\Delta u$

Energía que sale por conducción =  $q_{x+dx}$

De acuerdo con el balance energético y la Figura 7-2 se tiene:

$$q_x + q_{gen} = \Delta u + q_{x+dx} \quad (4)$$

Desglosando se tiene:

$$\text{Energía que ingresa por conducción: } q_x = -k A \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5)$$

$$\text{Energía generada dentro del elemento: } q_{gen} = \dot{q} A dx \quad (6)$$

$$\text{Cambio de energía interna: } \Delta u = \rho c A \frac{\partial T}{\partial t} dx \quad (7)$$

$$\text{Energía que sale por conducción: } q_{x+dx} = -k A \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x+dx}$$

$$q_{x+dx} = -A \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] \quad (8)$$

Al reemplazar los elementos correspondientes a cada término del balance energético se tiene:

$$-k A \frac{\partial T}{\partial x} + \dot{q} A dx = \rho c A \frac{\partial T}{\partial t} dx - A \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] \quad (9)$$

Al simplificar la expresión anterior se obtiene la ecuación diferencial de calor unidimensional en coordenadas rectangulares:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (10)$$

Dónde:

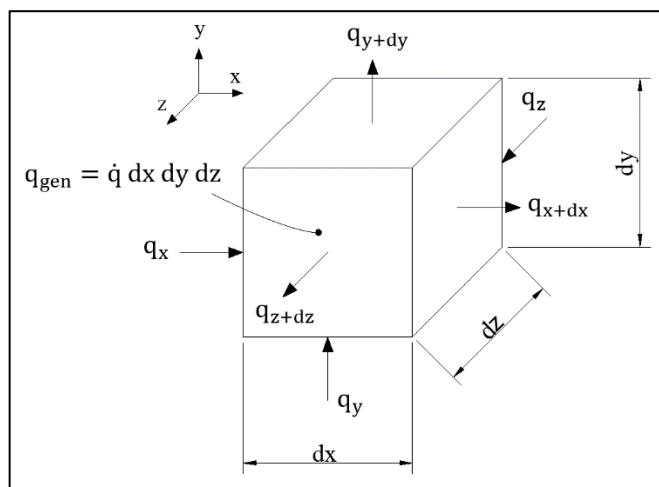
$\dot{q}$  = Energía generada por unidad de volumen  $\left[ \frac{W}{m^3} \right]$

$c$  = Calor específico del material  $\left[ \frac{J}{Kg \text{ } ^\circ C} \right]$

$\rho$  = Densidad  $\left[ \frac{Kg}{m^3} \right]$

$k$  = Conductividad térmica del material base  $\left[ \frac{W}{m \text{ } ^\circ C} \right]$

Para encontrar la EDP de difusión de calor en tres dimensiones se toma como referencia la Ecuación 10 y se define un volumen de control diferencial de  $dy$ ,  $dz$  como la Figura 8-2.



**Figura 8-2:** Volumen diferencial para el análisis tridimensional de calor.

Fuente: Holman, 1999.

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.



Como hay gradientes de temperatura, la transferencia de calor por conducción ocurrirá a través de cada una de las superficies de control, y en las coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  las velocidades de transferencia de calor son perpendiculares a cada una de las superficies de control denotándose como  $q_x$ ,  $q_y$ ,  $q_z$ . El balance de energía da (Incropera y De Witt, 1996):

$$q_x + q_y + q_z + q_{gen} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz} + \frac{dE}{dt} \quad (11)$$

Las expresiones para las derivadas:  $x + dx$ ,  $y + dy$ ,  $z + dz$  se resuelven en la forma de una expansión en serie de Taylor empleando para el desarrollo solo los dos primeros términos de la serie:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = - \left[ k_x \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] dy dz \quad (12)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy = - \left[ k_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy \right] dx dz \quad (13)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz = - \left[ k_z \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \right] dx dy \quad (14)$$

Y las cantidades de energía están expresadas por:

$$q_x = -k_x dy dz \frac{\partial T}{\partial x} \quad (15)$$

$$q_y = -k_y dx dz \frac{\partial T}{\partial y} \quad (16)$$

$$q_z = -k_z dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (17)$$

$$q_{gen} = \dot{q} dx dy dz \quad (18)$$

$$\frac{dE}{dt} = \rho c dx dy dz \frac{\partial T}{\partial t} \quad (19)$$

De tal manera que reemplazando todos términos en la Ecuación 11, haciendo un cambio de variable de  $\dot{q} = Q(x,y,z,t)$  y realizando simplificaciones se tiene la ecuación diferencial de conducción tridimensional en la zona de soldadura:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] + Q(x, y, z, t) = \rho(T) c(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (20)$$

Donde la expresión 20 es una ecuación diferencial parcial no-lineal si las propiedades del material  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ ,  $\rho$  y  $c$  están en función de la temperatura. En la Ecuación 20 el primer término representa la conducción de calor, el segundo término  $Q(x,y,z,t)$  representa la fuente de generación de calor y el último término representa la razón de cambio de energía interna (Hernández et al., 2013).

Si se considera que el material base es un material isotrópico, es decir, este material posee las mismas propiedades mecánicas y térmicas en todas las direcciones, se puede concluir que las conductividades térmicas son las mismas:  $k_x = k_y = k_z = k$ .

Adicionalmente se utiliza el operador diferencial  $\nabla$ :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (21)$$

Entonces la ecuación tridimensional de difusión de calor resulta de la siguiente manera:

$$k \nabla^2 T + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (22)$$

Nuevamente se aplica la Ley de Transferencia de Fourier, pero ahora con el gradiente de temperatura  $\nabla T$ :

$$q = -k \nabla T \quad (23)$$

Entonces reemplazado la Ecuación 23 en la Ecuación 22 resulta otra forma de escribir una de las ecuaciones de gobierno en un proceso de soldadura por arco eléctrico:

$$\rho(T) c(T) \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla q = Q \quad (24)$$

$$\rho(T) c(T) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} + \nabla(x, y, z, t) q = Q(x, y, z, t) \quad (25)$$

Dónde:

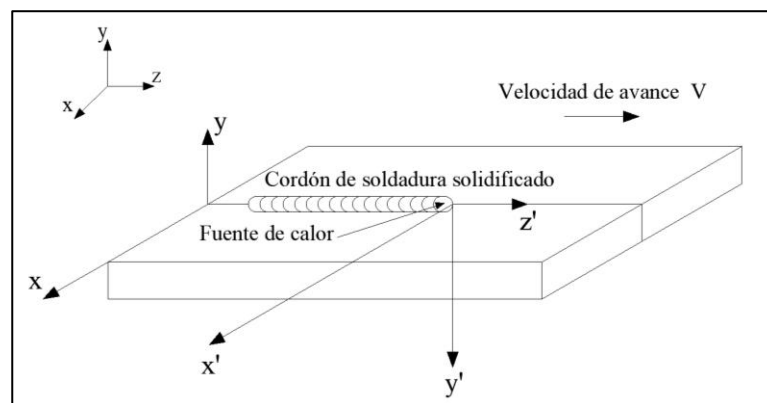
$$\rho(T) c(T) \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \text{Cambio de energía interna} \quad \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right]$$

$$\nabla(x, y, z, t) q = \text{Conducción de calor} \quad \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right]$$

$$Q(x, y, z, t) = \text{Fuente de generación de calor} \quad \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right]$$

### 2.2.2.3. Ecuación del tipo de fuente de calor

En el proceso de soldadura por arco eléctrico GMAW se tiene una fuente de calor en movimiento, muy concentrada, que incide sobre la junta, el calor en las placas se transfiere rápidamente por el mecanismo de conducción y existe pérdidas de calor por convección, el cual además es favorecido por la alta conductividad térmica que presenta el metal base al llegar a la temperatura de fusión (Berrío et al., 2010, p. 28). Entonces si se considera la teoría básica de una fuente de calor en movimiento con un método analítico realizada por Rosenthal en el año de 1930, se dice que una fuente localizada en el origen de un sistema de coordenadas rectangulares empieza a moverse con una velocidad constante respecto a un sistema de referencia estacionario como se puede apreciar en la Figura 9-2.



**Figura 9-2:** Fuente de calor constante móvil.  
Fuente: Birk, 1999.

Para el proceso de interés es necesario calcular el calor o energía efectiva  $q_{ef}$  que se produce en la soldadura y está dada por la siguiente ecuación:

$$q_{ef} = \eta V I \quad (26)$$

La Ecuación 26 presenta las siguientes variables:

$q_{ef}$  = Calor de entrada o aporte (energía neta efectiva) [W]

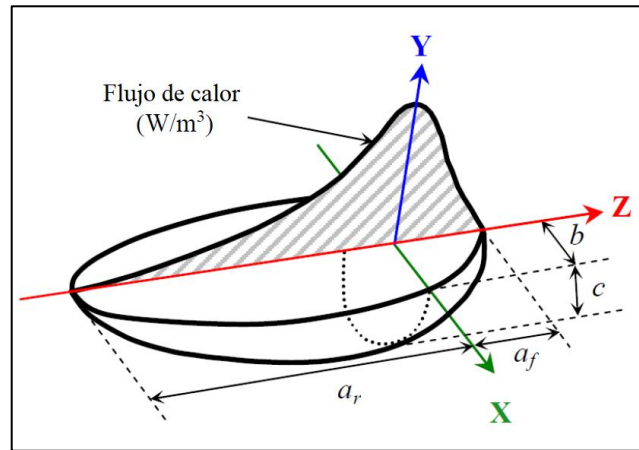
$\eta$  = eficiencia térmica de la fuente de calor

V = Voltaje [V]

I = Intensidad de corriente [A]

García (2019) manifiestan que el modelo propuesto por Goldak consiste en una fuente volumétrica conocida como doble elipsoide, en donde la distribución de flujo térmico es de tipo gaussiana a lo largo del eje longitudinal. La mitad delantera de la gráfica es el cuadrante de una fuente elipsoidal mientras que la mitad posterior es el cuadrante de otro elipsoide. (p.257)

Lo antes mencionado se puede apreciar en la Figura 10-2:



**Figura 10-2:** Fuente de calor de doble elipsoide.

Fuente: Osmar, 2016.

Es así como la expresión matemática de la distribución de la densidad de energía en el interior del cuadrante frontal es la siguiente:

$$Q(x, y, z, t) = \frac{6\sqrt{3} n q_{ef} f_f}{a_f b c \pi\sqrt{\pi}} e^{-3\left(\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} + \frac{(z-V_m t_{pr})^2}{a_f^2}\right)} \quad (27)$$

Para los puntos que se encuentran en el cuadrante posterior viene dado por:

$$Q(x, y, z, t) = \frac{6\sqrt{3} n q_{ef} f_r}{a_r b c \pi\sqrt{\pi}} e^{-3\left(\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} + \frac{(z-V_m t_{pr})^2}{a_f^2}\right)} \quad (28)$$

Dónde:

$Q(x, y, z, t)$  = Fuente móvil de calor de Goldak  $\left[\frac{W}{m^3}\right]$

$a_f, a_r, b, c$  = Parámetros dimensionales [m]

$q_{ef}$  = Calor de entrada o aporte (energía neta efectiva) [W]

$f_f$  = Coeficiente adimensional de proporción de aporte del calor en la parte delantera de la fuente

$f_r$  = Coeficiente adimensional de proporción de aporte del calor en la parte trasera de la fuente

$x, y, z$  = Coordenadas sobre cada eje del punto de interés dentro del elipsoide respecto a su centro [m]

$n$  = Parámetro adimensional

$V_m$  = Velocidad de soldadura  $\left[ \frac{m}{seg} \right]$

$t_{pr}$  = Tiempo de soldadura promedio [seg]

A los coeficientes  $f_f$  y  $f_r$  también se los denomina fracciones de entrada de calor.

**Método de Christensen.** – Los datos de los parámetros de la fuente de calor de doble elipsoide se pueden calcular experimentalmente en un laboratorio de soldadura, pero esto implica diversos ensayos, múltiples macrografías de diversos cordones, por lo tanto, para evitar este costoso proceso se puede calcular los valores necesarios con métodos analíticos uno de ellos es el método de Christensen (Christensen y Grong, 1986). Se debe seguir unos pasos adecuados para encontrar cada parámetro:

1. Se debe encontrar el parámetro operativo  $n$  para lo cual, Ribera y Prado presentan la Ecuación 29:

$$n = \frac{q_{ef} V_m}{4\pi \alpha_{dt}^2 c_p (T_m - T_0)} \quad (29)$$

Dónde:

$n$  = Parámetro adimensional

$q_{ef}$  = Calor de entrada o aporte (energía neta efectiva) [W]

$\alpha_{dt}$  = Difusividad térmica  $\left[ \frac{m^2}{s} \right]$

$V_m$  = Velocidad de soldadura  $\left[ \frac{m}{s} \right]$

$c_p$  = Capacidad volumétrica  $\left[ \frac{J}{m^3 \cdot K} \right]$

$T_m$  = Temperatura de fusión del metal base [°K]

$T_0$  = Temperatura inicial del metal base [°K]

- Seguidamente se debe hallar los valores analíticamente de los parámetros  $a_f$  y  $a_r$  necesarios para encontrar  $f_f$  y  $f_r$ , para lo cual se tienen las siguientes ecuaciones (Pintado, 2018):

$$a_f = \frac{2 \lambda'_1 \alpha_{dt}}{V_m} \quad (30)$$

$$a_r = \frac{2 \lambda''_1 \alpha_{dt}}{V_m} \quad (31)$$

Dónde:

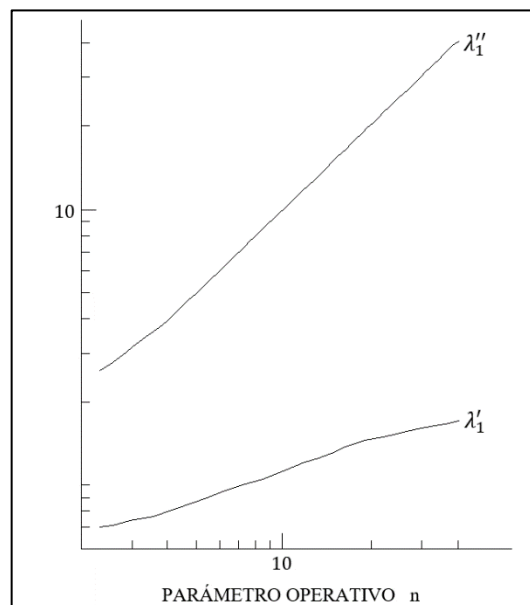
$a_f, a_r$  = Parámetros dimensionales de la fuente de calor de doble elipsoide [m]

$V_m$  = Velocidad de soldadura  $\left[ \frac{m}{s} \right]$

$\alpha_{dt}$  = Difusividad térmica  $\left[ \frac{m^2}{s} \right]$

$\lambda'_1, \lambda''_1$  = Coeficientes adimensionales en relación del parámetro operativo n

Los parámetros adimensionales en relación del parámetro operativo n se obtienen con la ayuda del Gráfico 1-2 (Pintado, 2018).



**Gráfico 1-2:** Gráfica n vs  $\lambda'_1$  y  $\lambda''_1$ .

Fuente: Ribera y Prado.

- Encontrar los parámetros  $f_f$  y  $f_r$ , la suma de los coeficientes adimensionales debe ser igual a 2 y se determinan con las siguientes ecuaciones:

$$f_f + f_r = 2 \quad (32)$$

$$f_f = \frac{2a_f}{a_f + a_r} \quad (33)$$

$$f_r = \frac{2a_r}{a_f + a_r} \quad (34)$$

4. Para encontrar el parámetro b se lo realiza con la siguiente ecuación:

$$b = \frac{2 \psi_m \alpha_{dt}}{V_m} \quad (35)$$

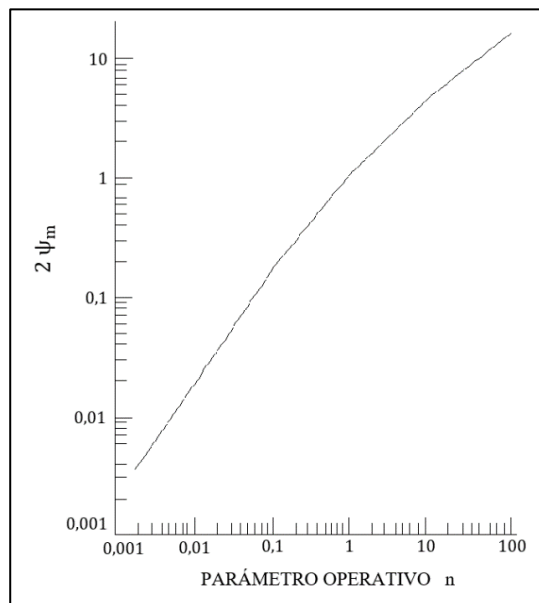
b = Parámetro de la forma de la elipsoide de la fuente de calor [m]

$V_m$  = Velocidad de soldadura  $\left[ \frac{m}{s} \right]$

$\alpha_{dt}$  = Difusividad térmica  $\left[ \frac{m^2}{s} \right]$

$\psi_m$  = Parámetro adimensional

Con el Gráfico 2-2 se obtiene el valor de  $2 \psi_m$ .

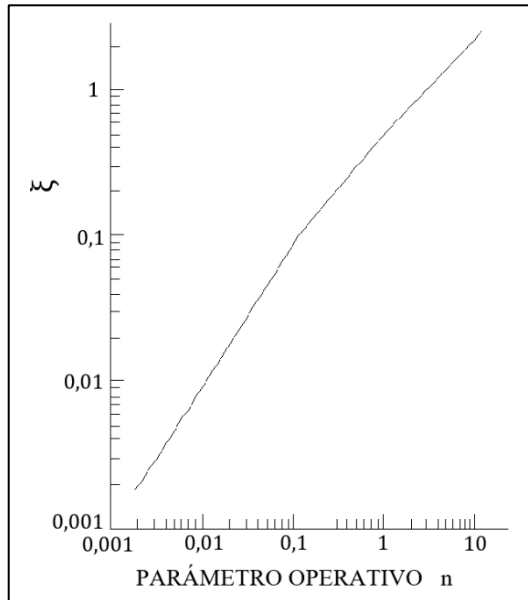


**Gráfico 2-2:** Gráfica n vs  $2 \psi_m$ .

Fuente: Ribera y Prado.

5. Con el Gráfico 3-2 se obtiene el valor de  $\xi$ , necesario para determinar el valor del parámetro  $c$ , con la siguiente expresión matemática:

$$c = \frac{2 \xi \alpha_{dt}}{V_w} \quad (36)$$



**Gráfico 3-2:** Gráfica  $n$  vs  $\xi$ .

Fuente: Ribera y Prado.

Por lo tanto, para simular eficientemente un proceso de soldadura por arco eléctrico es importante realizar un modelado preciso de la fuente de calor, con el cual se complemente la ecuación de gobierno de transferencia por conducción, la misma que sea capaz de calcular con claridad los campos térmicos transitorios, necesarios e influyentes sobre el ámbito estructural y metalográfico, los cuales no son objeto de estudio en este presente trabajo de titulación. Varios autores de investigaciones de toda índole referente a la modelación numérica de la soldadura han utilizado con preferencia las ecuaciones de la fuente de calor de doble elipsoide de Goldak en comparación con otras técnicas, ya que este modelo es el que ha tenido mejor aproximación con los resultados experimentales, tanto por su flexibilidad y versatilidad, es decir es el que tiene mayor uso en la comunidad científica. Es por todas estas ventajas que se empleará este tipo de fuente de calor en esta investigación.

#### 2.2.2.4. Ecuación del calor de entrada o Heat input

Para el proceso de interés es necesario conocer el calor de entrada  $H_i$  o conocido como Heat input que se genera desde la fuente de la máquina de soldar hasta el material base, para llegar a la temperatura de fusión de la pieza de trabajo y el electrodo; no toda la energía eléctrica que provee



la fuente se convierte en energía térmica. Una parte de ésta energía se pierde es decir se disipa, por lo tanto, el calor de aporte o entrada está dada por la siguiente ecuación:

$$H_i = \frac{0,06 V I}{V_m} \quad (37)$$

La Ecuación 37 presenta las siguientes variables:

$$H_i = \text{Calor de entrada} \left[ \frac{\text{KJ}}{\text{mm}} \right]$$

$$V = \text{Voltaje [V]}$$

$$I = \text{Intensidad de corriente [A]}$$

$$V_m = \text{Velocidad de soldadura} \left[ \frac{\text{mm}}{\text{min}} \right]$$

En los procesos de soldeo se produce un arco eléctrico que se define como la corriente eléctrica que se establece a través del aire ionizado producido por la diferencia de potencial inducida entre las partes a unir siendo estas entre electrodo, pieza, o entre piezas a soldar (Rodríguez H. , 2022). Por lo tanto, es necesario conocer la energía promedio  $E_p$  correspondiente que se produce en este arco eléctrico de la siguiente manera:

$$H_i = \frac{E_p}{L_a} \quad (38)$$

Siendo  $E_p$ :

$$E_p = H_i L_a \quad (39)$$

Dónde:

$$E_p = \text{Energía producida por el arco eléctrico [KJ]}$$

$$H_i = \text{Calor de entrada} \left[ \frac{\text{KJ}}{\text{mm}} \right]$$

$$L_a = \text{Longitud de arco entre la pieza de soldar y la punta del electrodo [mm]}$$

#### 2.2.2.5. Ecuación del flujo de calor o densidad media de potencia

La distribución de energía que se produce en la fusión de los materiales presenta una ecuación que se deriva de la distribución Gaussiana , ésta densidad de potencia o también conocido como flujo de calor es más alta en el centro del arco eléctrico y los bordes de las caras de la junta de

soldadura es decir abarca el centro del cordón de soldadura y se reduce gradualmente a medida que se acerca a las partes más lejanas de la ZAT (Zona Afectada Térmicamente). Por lo tanto, la temperatura de la superficie es mayor en el centro del arco en comparación con el borde límite de la ZAT. Como resultado, el material experimenta una conducción de calor preferencial. Por lo tanto, la penetración de calor dentro del material normal a la superficie superior es mayor que en la dirección lateral, lo que conduce a una expresión matemática que relaciona la energía producida por el arco eléctrico y el diámetro del electrodo (Hitesh et al., 2013).

La Ecuación 40 representa la densidad media de potencia en distribución Gaussiana.

$$D_p = B \left[ \frac{E_p}{P_w \left( \frac{\pi}{4} D^2 \right)} \right] \exp \left[ - \left( \frac{(w - w_r)^2}{2 \phi^2} \right) \right] \quad (40)$$

Desglosando cada término se tiene:

$D_p$  = Densidad media de potencia  $\left[ \frac{W}{m^2} \right]$

$B$  = Parámetro adimensional que representa la absorptividad

$E_p$  = Energía producida por el arco eléctrico [KJ]

$P_w$  = Ancho del pulso del arco eléctrico [s]

$D$  = Diámetro del electrodo [m]

$w_r$  = Punto de referencia del arco de soldadura en un eje determinado [m]

$\phi$  = Desviación estándar del arco eléctrico gaussiano [m]

#### 2.2.2.6. Condiciones matemáticas iniciales y de frontera

**Condiciones iniciales:** La temperatura inicial de una chapa, placa o probeta virtual para un proceso de soldadura por arco eléctrico se materializa como una condición inicial (c.i) es así como Martínez et al., (2010) manifiesta que “la temperatura inicial se considera la temperatura ambiente en procesos sin precalentamiento. En el caso en que se suelde con precalentamiento, se considera esta como temperatura inicial” (p.514).

Matemáticamente una condición inicial común consiste en especificar la distribución de temperaturas en un tiempo cero, es decir en  $t = 0$ , en función de un sistema de coordenadas espacial  $T(x,y,z,t)$ ; usualmente en un proceso de soldeo la c.i es isotérmica:

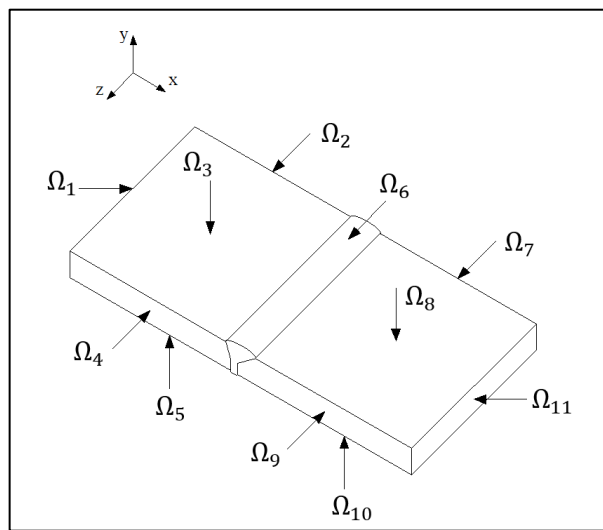
$$T(x, y, z, t) = T_0(x, y, z) = \text{constante} \quad (41)$$

Siendo:

$T(x, y, z, t)$  = Temperatura en cordenadas espacial en un tiempo  $t$  [°C]

$T_0(x, y, z) =$  Temperatura inicial (temperatura ambiente = temperatura de precalentamiento) [°C]

**Condiciones de frontera:** Las condiciones de frontera representan la interacción entre la superficie de la pieza de trabajo y sus alrededores, por lo tanto, Hernández et al., (2013) afirman que “en la frontera del dominio  $\Omega$  ya sea esencial (temperatura prescrita) o natural (flujo prescrito) las condiciones de frontera deben ser satisfechas” (p. 1024). Es así que la Figura 11-2 muestra los dominios  $\Omega_n$  necesarios para un análisis meticuloso del fenómeno GMAW. Estos métodos usualmente involucran tres diferentes tipos de condiciones de borde o frontera, siendo los siguientes:



**Figura 11-2:** Geometría de una probeta virtual con sus dominios  $\Omega_n$ .

Fuente: Romero et al., 2001.

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

**1. Temperatura superficial constante.-** La expresión matemática para esto es:

$$T(x, y, z, t) = T_s(x, y, z, t) \quad (42)$$

$$\forall x, y, z \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_4 \cup \Omega_7 \cup \Omega_9 \cup \Omega_{11} \quad \forall t > 0$$

Siendo:

$T(x, y, z, t) =$  Temperatura en cordenadas espacial en un tiempo  $t$  [°C]

$T_s(x, y, z, t) =$  Temperatura superficial constante [°C]

Esta condicion se denomina *condición de Dirichlet* o condición de frontera de *primera clase*, donde Incropera y De Witt (1996) aseguran que cuando la superficie esta en contacto con un sólido que se funde o con un líquido en ebullición, en ambos casos hay transferencia de calor a la

superficie, mientras que la superficie permanece a la temperatura del proceso de cambio de fase. (p. 60)

**2. Flujo de calor en la superficie.-** En el caso de la soldadura, la probeta tiene fronteras superficiales expuestas a una fuente de calor, esta condición de borde menciona que el flujo de calor es constante en la superficie del cuerpo y se relaciona con el gradiente de temperatura; adicionalmente con esta situación, se puede colocar pérdidas constantes en la superficie. (López y Montenegro, 2008, p. 35)

La ecuación matemática para la entrada de calor a través de una frontera sólida es:

$$k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = q_s \quad (43)$$

$$\forall x, y, z \in \Omega_6 \quad \forall t > 0$$

Donde:

$\frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t)$  = Distribución de temperatura en n (normal) en el

punto  $(x, y, z, t)$   $\left[ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}} \right]$

$k$  = Conductividad térmica del material base isotrópico  $\left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}} \right]$

$q_s$  = Flujo de calor constante en la superficie  $\left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$

Este estado se denomina *condición de Neumann* o condición de frontera de *segunda clase*.

**3. Flujo de calor mediante la Ley de Newton.-** Esta ley asume que la pérdida de calor en las superficies de la probeta virtual es proporcional a la diferencia entre las temperaturas superficial  $T_s$  y ambiental  $T_{\infty}$  o la temperatura del alrededor, a través del coeficiente de transferencia de calor de convección  $h_{\text{conv}}$ . (Hernández et al., 2013, p. 1025)

Es decir el calor se transfiere desde la superficie del cuerpo soldado hacia el fluido que lo rodea y se expresa:

$$q_{\text{conv}} = h_c(T_{\infty} - T_s) \quad (44)$$

La ecuación anterior también se puede formular de la siguiente manera:

$$k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = h_c(T_\infty - T_s) \quad (45)$$

$$\forall x, y, z \in \Omega_3 \cup \Omega_8 \quad \forall t > 0$$

Dónde:

$$q_{\text{conv}} = \text{Calor transferido por convección} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

$$h_c = \text{Coeficiente de transferencia de calor por convección} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{°C}} \right]$$

$$T_\infty = \text{Temperatura del ambiente o del entorno [°C]}$$

$$T_s = \text{Temperatura superficial de la junta soldada [°C]}$$

Para encontrar una aproximación para las ecuaciones de gobierno como lo son la ecuación de transferencia de calor por conducción y la fuente móvil de calor de Goldak es necesario implicar una serie de constantes que se determinan por las condiciones iniciales y de frontera, siendo estos escenarios necesarios para traducir las situaciones físicas reales en expresiones matemáticas.

### **2.2.3. Simulación numérica con el Método de Elementos Finitos (MEF) del proceso de soldadura GMAW**

La simulación numérica de un proceso de soldadura es importante porque permite comprender el fenómeno real, analizando cuáles son los factores que tienen mayor relevancia en el proceso, es así como se puede predecir con la modelación adecuada un campo de temperaturas, sin la necesidad de realizar el trabajo físico. (Bullón, 2010, p. 38)

En el desarrollo de procesos de control la simulación permite observar, manipular, conocer la relación e influencia de las variables y su importancia en la calidad de un producto final, adicionalmente (Martinovic y Zehn, 2019) menciona varios medios para influir en la velocidad de la simulación:

- a. Utilizar componentes informáticos de un software CAE que desarrollen las ecuaciones de gobierno, con la técnica de análisis por el Método de Elementos Finitos, etc.
- b. Algoritmos más rápidos, optimización de código y, en particular, paralelización de la computación.
- c. Desarrollo de diversos formalismos y formulaciones para análisis térmico, estructural, etc.

Dentro de la automatización de procesos, la simulación numérica realizada con softwares comerciales, presentan en sus algoritmos la técnica de los elementos finitos para evaluar diseños

de prototipos virtuales antes de construir los reales; estos experimentos virtuales reproducen las condiciones de trabajo lo más real, fiel y sencillamente posible. Sin embargo, un gran impedimento u obstáculo para el uso de simulaciones con base en el Método de Elementos Finitos es el desconocimiento de parámetros del proceso, parámetros de los materiales, utilización de rutinas CAE debido a la falta de curiosidad y experiencia en este método.

#### 2.2.3.1. *Fundamentos generales del Método de Elementos Finitos (MEF)*

Una estrategia altamente efectiva en el área técnica de cualquier ingeniería o ciencia es el Método de los Elementos Finitos para la simulación de cargas estructurales, gradientes de temperatura, fluidos, sólidos, etc. siendo un método numérico para la resolución de ecuaciones diferenciales, por lo tanto, esta técnica propone un número infinito de variables desconocidas que son sustituidas por un número limitado de elementos conectados entre sí, llamados nodos o puntos nodales, todo este conjunto forma un sistema discreto que representa un modelo matemático en el que intervienen varios parámetros (Zienkiewicz y Taylor, 1994).

Según Ferrari y Díaz del Castillo en su libro mencionan que el MEF permite obtener una solución numérica aproximada sobre un cuerpo, estructura o dominio que es un medio continuo, sobre el que están definidas ciertas ecuaciones de gobierno en forma débil o integral que caracterizan el comportamiento físico del problema, dividiéndolo en un número elevado de subdominios no intersecantes entre si denominados elementos finitos.

El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio  $\Omega$  también denominada discretización. Dentro de cada elemento se distingue una serie de puntos representativos llamados nodos. Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito; además un nodo sobre un elemento finito puede pertenecer a varios elementos. El conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama malla. (Ferrari y Díaz del Castillo, 2018, p. 4)

En este estudio se va a considerar que el Método de los Elementos Finitos va a permitir una discretización espacial de la probeta virtual soldada y la construcción de funciones para la solución numérica, existiendo un dominio  $\Omega$  representado por una malla que permitirá analizar las ecuaciones de gobierno, con la introducción de condiciones de contorno e iniciales para realizar una relación de la variable tiempo y conocer el comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural.

#### 2.2.3.2. *Modelación por el Método de Elementos Finitos*

Bullón (2010) explica que un modelo representa un proceso, en algunos casos solo una parte de él, mediante un sistema o serie de ecuaciones algebraicas, diferenciales ordinarias diferenciales

parciales, que a su vez estas se basan en leyes químicas, físicas, mecánicas que rigen el proceso. La finalidad de realizar la modelación de un proceso radica en la posibilidad de predecir en la fase de diseño el comportamiento de este, bajo distintos escenarios sin tener que recurrir a la experimentación (bancos de pruebas, ensayos) lo cual resultaría arduo y costoso, así se podría determinar la influencia de las variables en cuestión y su importancia (pp.60-61).

En un proceso de soldadura aparecen diferentes problemas de cálculo que surgen como consecuencia de la no linealidad del flujo de calor introducido a través de la fuente en movimiento; la ley de Fourier, método de Rosenthal, entre otras teorías complementan el MEF y como consecuencia se obtiene el análisis del fenómeno (Osmar, 2016).

Según Segarra (2015) es necesario seguir la siguiente metodología para llegar a un correcto modelado en un proceso de soldadura por arco eléctrico:

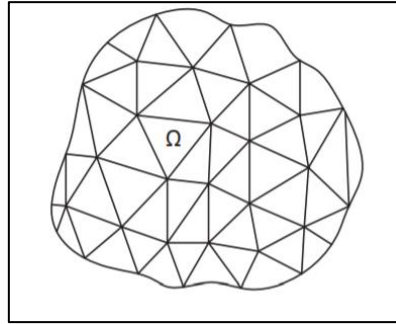
1. Determinar los objetivos adecuados de la investigación a desarrollar para de esta manera conocer las variables que se van a analizar e interpretar con su respectivo significado.
2. Definición del dominio que es un soporte geométrico del proceso, no solo en su forma global sino en que ayuda a definir los elementos de la malla.
3. Introducir las propiedades físicas del material base.
4. Materializar las condiciones de contorno, así como también las condiciones iniciales del problema.
5. Definir las entradas de energía en el proceso.
6. Ejecutar el proceso físico a través de la EDP y sus leyes.

#### 2.2.3.3. *Definiciones y aspectos numéricos en la simulación con MEF*

A continuación, se presentan algunas definiciones básicas que brindan un soporte necesario a la hora de simular:

**Medio continuo.** - Es un conjunto infinito de partículas, que pueden formar parte de un sólido, de un fluido o de un gas, que va a ser estudiado macroscópicamente, esto es, sin considerar las posibles discontinuidades existentes en el nivel microscópico, atómico o molecular. En consecuencia, se admite que no hay discontinuidades entre las partículas y que la descripción matemática de este medio y de sus propiedades se puede realizar mediante funciones continuas. (Martínez, 2015, p. 24)

**Dominio.** - Se entiende por dominio “al espacio físico donde se va a analizar el problema. Se denota con la última letra mayúscula del alfabeto griego omega  $\Omega$ . Se debe diferenciar entre el dominio físico y geométrico de un problema” (Martínez, 2015, p. 25).



**Figura 12-2: Dominio.**  
Fuente: Martínez y Patiño, 2015.

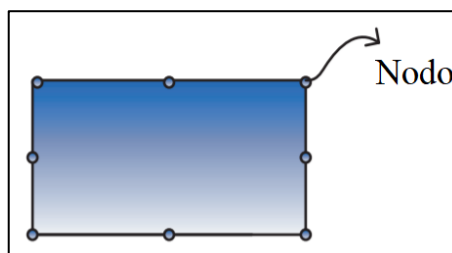
**Condiciones de contorno.** - En algunos casos también suelen denominarse condiciones de frontera, siendo “entidades geométricas que sirven de relación entre el dominio y el resto del universo de la misma dimensión. Estas condiciones están determinadas por las variables conocidas que condicionan al sistema como por ejemplo las temperaturas, voltajes, etc.” (Martínez y Patiño, 2015, p. 25).

Existen tres tipos de condiciones de frontera siendo estas las siguientes:

1. Condiciones de *tipo Dirichlet*, son aquellas condiciones con las que se fija el valor de las variables dependientes en el contorno o frontera.
2. Condiciones de *tipo Neumann*, son aquellas condiciones con las que se fija el valor de las derivadas de las variables dependientes en el contorno o frontera.
3. Condiciones de tipo mixto, o de *tipo Robin*, que son combinaciones de las condiciones de tipo Dirichlet y de tipo Neumann.

**Elemento.** - Se define como “una parte del dominio del problema, sus formas más distintivas son figuras geométricas como el triángulo o el cuadrilátero para trabajar en 2D; y para trabajar en 3D se utilizan un tetraedro o un sólido rectangular” (Nápoles et al., 2014, p. 20).

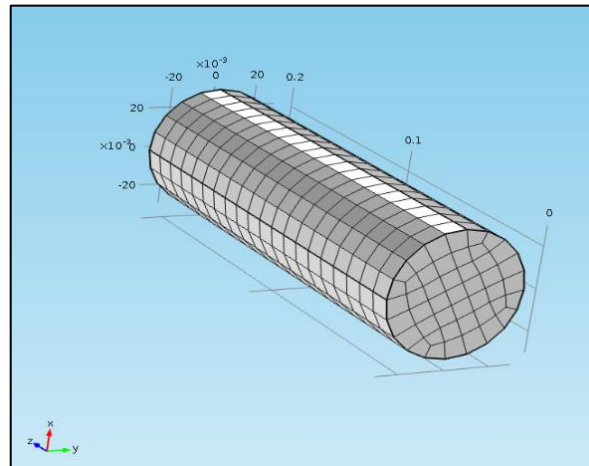
**Nodo.** - Se entiende por nodo “un punto del dominio que es a menudo el vértice de muchos elementos, llamado también punto nodal” (Nápoles et al., 2014, p. 20).



**Figura 13-2: Nodo.**  
Fuente: Martínez y Patiño, 2015.



**Malla (mesh o grid).** - Conjunto de todos los elementos con sus respectivos nodos, considerada como la estructura central de datos en el Análisis por Elementos Finitos. En la Figura 14-2 se puede apreciar un mallado ya establecido en el algoritmo de un software CAE de simulación.



**Figura 14-2:** Ejemplo de mallado en un software CAE.  
Fuente: Montes, 2015.

**Generación de la malla.** - Hoy en día existen diversos softwares comerciales y libres de Análisis por Elementos Finitos que generan instintivamente una malla, alcanzando más exactitud en los resultados de simulación del fenómeno a entender. Para análisis complejos con la técnica de los elementos finitos el algoritmo y la interfaz de las herramientas asistidas por computadora dan opciones automáticas de mallado de acuerdo a las características físicas del estudio (Nápoles et al., 2014, p. 20).

#### 2.2.3.4. *Etapas de un estudio de simulación numérica*

Las simulaciones numéricas no son más que experimentos virtuales en donde se debe tener en cuenta las siguientes etapas para realizar un adecuado estudio (Montes, 2015):

**Definición del sistema.** - Se debe tener un sistema que represente lo más cercanamente posible a un fenómeno real o problema a resolver, para lo cual se hace un análisis preliminar del mismo, con el fin de determinar la iteración con otros sistemas.

**Formulación del modelo.** - Una vez que se tiene claro y definido el problema a resolver, se procede a definir y construir el modelo matemático.

**Implementación del modelo matemático al computador.** - En esta etapa se define que softwares presentan en su lenguaje de programación el Método de los Elementos Finitos y cuál es el que se va a utilizar, ejemplo de estas rutinas son ANSYS, COMSOL Multiphysic, AutoFEM Análisis, SolidWorks, etc.

**Verificación.** - A través de esta etapa es posible detallar definiciones en la formulación del modelo, así como también en los datos alimentados al mismo.

**Validación.** – En esta fase se realiza una comparación de las soluciones obtenidas con otro software de similares características o la experimentación con datos reales tomados en un laboratorio de investigación.

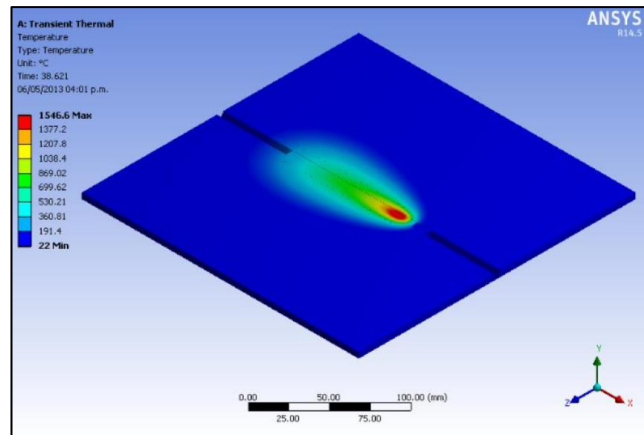
**Experimentación.** - Obtención y visualización de resultados.

#### 2.2.3.5. *Software CAE con base en el Método de Elementos Finitos*

Las siglas CAE vienen de inglés Computer Aided Engineering que traducido al español significa Ingeniería Asistida por Computadora, normalmente ésta es una herramienta informática que además del diseño del modelo, permite integrar sus propiedades, condiciones del material, etc., permitiendo calcular como va a comportarse una cierta pieza en la realidad de acuerdo con diferentes factores, en aspectos tan diversos como: comportamientos térmicos, deformaciones, resistencia, vibraciones, etc.

Con ayuda de la ingeniería asistida por computadora, los investigadores pueden crear prototipos virtuales de los productos, la geometría de estos es inicialmente elaborada en un software de Computer-Aided Design (CAD), luego se trasladan a un sistema CAE. Las herramientas del software pueden ser utilizadas con diferentes fines: ayuda en la elaboración de proyectos, en el análisis de evaluación de producto, en la prueba de las posibles mejores, análisis de falla, en la adecuación y optimización de productos y equipos, entre otros. Las técnicas de análisis asistido por procesador pueden ser desarrolladas a través de diferentes métodos, los más comunes son Análisis por Elementos Finitos (FEA) y Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) (Blog ESSS, 2021).

En la Figura 15-2 se puede apreciar el resultado de un problema resuelto en un software CAE:



**Figura 15-2:** Ejemplo de una simulación en un software CAE.  
**Fuente:** Franco et al., 2015.

Se puede decir que el Análisis por Elementos Finitos FEA de sus siglas en inglés de “*Finite Element Analysis*” es una técnica de simulación por computador usada en ingeniería que emplea un método numérico llamado Método de los Elementos Finitos (MEF) o más conocido en sus siglas en inglés FEM; por lo tanto cuando se dice que es un software CAE con base en el MEF es equivalente a decir un software CAE con Análisis de Elementos Finitos. Hoy en día existen diversas herramientas CAE como por ejemplo ANSYS, SolidWorks, Sysweld, COMSOL Multiphysic, AutoFEM Análisis, que son utilizados exclusivamente en procesos de soldeo.

#### 2.2.3.6. Estructura general de implementación del modelo matemático en el software CAE

En la actualidad se puede afirmar que: un proceso distintivo de un software CAE consta de una serie de pasos de preprocesamiento, procesamiento y posprocesamiento. En la fase de preprocesamiento, los ingenieros modelan la geometría (o una representación del sistema) y las propiedades físicas del diseño, así como el entorno en forma de cargas o limitaciones aplicadas. A continuación, en la segunda fase, el modelo se resuelve aplicando una fórmula matemática adecuada de la física subyacente. En la fase de posprocesamiento, los resultados se presentan al ingeniero para su revisión (Siemens DMCA, 2021).

En el preprocesamiento el modelamiento y la simulación del comportamiento térmico son definidas las características como materiales base, restricciones e interacción con elementos externos, temperaturas, entre otras. En la siguiente fase, que es la de procesamiento, la computadora procesa los cálculos y genera los archivos donde se almacenarán los resultados que después serán analizados en la última etapa que es la fase de posprocesamiento. En este período, los datos son analizados utilizando herramientas de visualización y diagnóstico, para que los investigadores tomen una decisión adecuada sobre la una óptima solución.

### 2.2.3.7. Razones para modelar y simular procesos de soldadura

La simulación de la soldadura tal como lo menciona Lindgren (1996), proporciona una evolución microestructural, térmica y mecánica de un material que puede ser un componente muy importante en el diseño de estructuras en la industria de la construcción, producción, ya que se puede tener en cuenta la influencia de la fabricación en el comportamiento en servicio. La modelación de este tipo de procesos se puede utilizar de dos maneras: como un medio para mejorar el proceso de elaboración y el diseño de productos (pp. 149-161).

Adicionalmente Osmar (2016) indica que la medición de la historia termo-mecánica durante el proceso de soldadura es significativa, pero demuestra ser costosa y demanda una gran inversión de tiempo hacerlo con ensayos en talleres y bajo las normas correspondientes; cabe mencionar que las simulaciones no reemplazan a los ensayos (experimentos reales) pero si se los puede limitar a un número pequeño, realizando solo los más necesarios con la ayuda de modelos matemáticos.

De acuerdo con lo aludido antes se pueden mencionar las ventajas principales de simular un proceso de soldadura:

1. Realizar experimentos virtuales que sirvan de filtro para no realizar tantos ensayos experimentales; en estas simulaciones los parámetros influyentes en el proceso pueden ser controlados e ir haciendo una interacción de estos, siendo unos constantes y luego variables.
2. Visualización del proceso con imágenes 2D, 3D.
3. Diseñar y optimizar: Especificación de Procedimiento de Soldadura WPS y Registro de Calificación de Procedimiento WPQ.
4. Utilizar los campos calculados para análisis posteriores de otros modelos (una simulación puede ser parte de otra, formando una cadena de procesos).
5. No contamina el medio ambiente

## 2.3. Marco Conceptual

**Condiciones de contorno:** Dada una EDP sobre un dominio  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ :

$$F(x, D^\alpha u) = 0, \quad x \in \Omega \quad (46)$$

Normalmente se nos pide no solo que encontremos una función  $u = u(x)$  que satisfaga la EDP en todo punto de  $\Omega$ , sino también que tal función satisfaga una serie de condiciones:

$$f_i(x, D^\alpha u) = 0, x \in S_i, i = 1, \dots, m \quad (47)$$

Donde los símbolos  $S_i$  denotan partes de la frontera  $S(\Omega)$  de  $\Omega$ , y las  $f_i$  son funciones dependientes de las variables  $x_i$ , y de un numero finito de derivadas  $D^\alpha u$  con  $|\alpha| \geq 0$ . Condiciones de esta clase se denominan **condiciones de contorno**, también se conocen como condiciones de frontera. (Mañas & Martínez, 2019, p. 9)

**Condiciones iniciales:** Otro tipo de condiciones que se suelen exigir a las EDP son las denominadas *condiciones iniciales* respecto de una de las variables independientes que denotaremos  $t$ . Normalmente son un conjunto de condiciones de la forma:

$$u|_{t=t_0} = \Phi_0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=t_0} = \Phi_1, \dots, \quad \frac{\partial^{r-1} u}{\partial t^{r-1}}|_{t=t_0} = \Phi_{r-1} \quad (48)$$

Dónde  $r \geq 0$  y las funciones  $\Phi_i$  dependen del resto de variables independientes. En general, las condiciones iniciales no son condiciones de contorno ya que también se consideran situaciones en las que el conjunto determinado por la ecuación  $t = t_0$  pueden estar en el interior de  $\Omega$ . En problemas físicos en los que se analiza la evolución de un sistema suelen coexistir tanto condiciones de contorno como iniciales. (Mañas & Martínez, 2019, p. 15)

**Discretización:** Es el proceso de transferir funciones continuas, modelos, variables y ecuaciones a contrapartes discretas. Este proceso generalmente se lleva a cabo como un primer paso para hacerlos adecuados para la evaluación numérica y la implementación en computadoras digitales (Grover & Hwang, 1997).

**Dominio:** En general cuando se considera una EDP, la función incógnita se supone definida sobre un conjunto dado  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^n$ . Supondremos siempre que  $\Omega$  satisface las dos condiciones:

- i.  $\Omega$  es un conjunto abierto. Esto es, para todo punto  $a \in \Omega$  existe un radio  $r > 0$  tal que todo punto  $x \in \mathbb{R}^n$  cuya distancia a  $a$  es inferior a  $r$  ( $d(x, a) < r$ ) pertenece a  $\Omega$ .
- ii.  $\Omega$  es conexo. Es decir, no es posible encontrar dos conjuntos abiertos no vacíos  $\Omega_i$ , ( $i = 1, 2$ ) tales que  $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$  y  $\Omega_1 \cup \Omega_2 = \Omega$ .

En tal caso diremos que  $\Omega$  es un dominio de  $\mathbb{R}^n$ . La frontera  $S(\Omega)$  de  $\Omega$  es el conjunto formado por los puntos  $a \in \mathbb{R}^n$  tales que para todo radio  $r > 0$ , existen puntos  $x$ , tanto dentro  $x \in \Omega$  como fuera  $x \notin \Omega$ , tales que  $d(x, a) < r$ . Obviamente la propiedad i. Significa que  $\Omega$  no tiene puntos en

común con su frontera  $S(\Omega)$ . En cuanto a la propiedad ii. Podemos interpretarla como la prohibición de que  $\Omega$  pueda dividirse en dos sectores separados. (Mañas & Martínez, 2019, p. 8)

**Ecuación diferencial en derivadas parciales:** Se llama ecuación diferencial en derivadas parciales (EDP) a la ecuación de la forma:

$$F\left(x_1, x_2, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n}, \dots, \frac{\partial^m u}{\partial^{k_1} x_1 \partial^{k_2} x_2 \dots \partial^{k_n} x_n}\right) = 0 \quad (49)$$

Que permite conexionar las variables independientes  $x_i, \forall_i = 1, 2, \dots, n$ , la función que se busca y sus derivadas parciales.

Se cumple que:  $k_i, \forall_i = 1, 2, \dots, n$ , son enteros no negativos tales que:  $k_1 + k_2 + \dots + k_n = m$

La función  $F$  es la función prefijada de sus argumentos. (Romero et al., 2001, p. 12)

**Malla (mesh o grid):** Conjunto de todos los elementos con sus respectivos nodos, considerada como la estructura central de datos en el Análisis por Elementos Finitos en un software CAE de simulación.

**Método de Elementos Finitos:** Es un método numérico general pensado para ser utilizado en una computadora para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy complejas utilizado en diversos problemas de ingeniería y física (Muñoz et al., 2014).

**Modelo matemático:** Es una construcción matemática abstracta que utiliza fórmulas matemáticas para representar y analizar la relación entre dos o más variables, parámetros y restricciones. Pueden ser utilizados para entender fenómenos naturales, sociales, físicos, etc. Dependiendo del objetivo buscado y del diseño del mismo modelo pueden servir para predecir el valor de las variables en el futuro, hacer hipótesis, evaluar los efectos de una determinada política o actividad, entre otros objetivos (Roldán, 2019).

**Soldadura por arco eléctrico GMAW:** Es un proceso de soldadura por arco bajo gas protector con electrodo consumible. El arco se produce mediante un electrodo formado por un hilo continuo y las piezas a unir, quedando este protegido de la atmósfera circundante por un gas inerte (soldadura MIG) o por un gas activo (soldadura MAG). (Giachino, 1988, p. 463)

**Software CAE:** Las siglas CAE vienen de inglés Computer Aided Engineering que traducido al español significa Ingeniería Asistida por Computadora, normalmente ésta es una herramienta informática que además del diseño del modelo, permite integrar sus propiedades, condiciones del material, etc., permitiendo calcular como va a comportarse una cierta pieza en la realidad de

acuerdo con diferentes factores, en aspectos tan diversos como: comportamientos térmicos, deformaciones, resistencia, vibraciones, etc.

**Transferencia de calor por conducción:** La conducción de calor o transferencia de energía en forma de calor por conducción es un proceso de transmisión de calor basado en el contacto directo entre los cuerpos, sin intercambio de materia, porque el calor fluye desde un cuerpo de mayor temperatura a otro de menor temperatura que está en contacto con el primero (Serway y Faughn, 2001).

## CAPÍTULO III

### 3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA

Este capítulo menciona la metodología escogida tanto para llegar a la solución de un problema de investigación científica, así como también la metodología que se debe seguir cuando se realiza un modelo matemático que describe el comportamiento de un fenómeno real, siendo éste el Método de los Elementos Finitos como base de funcionamiento y operación de un software CAE (Computer Aided Engineering).

#### 3.1. Identificación de variables

**Variable Fáctica:** Comportamiento Térmico (procede de las ecuaciones de gobierno).

**Variable Temática:** Método de Elementos Finitos (MEF).

**Variable Propositiva:** Modelo Matemático.

Para realizar la operacionalización de las variables solo se toma la variable de estudio siendo en este caso la variable fáctica, ya que las variables temática y propositiva son el medio y el fin para el desarrollo del planteamiento del problema y la obtención de una propuesta.



### 3.2. Operacionalización de variables

**Tabla 1-3:** Operacionalización de variables.

Variable	Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	Definición de los indicadores	Criterio de medición	Técnica	Instrumento	Escala
Comportamiento térmico	Manera de la distribución de la temperatura a la que está sometida la zona afectada térmicamente (ZAT) en el material base que se produce en un proceso de soldadura por arco eléctrico. (Pozo et al., 2011)	Ecuaciones de gobierno	Ecuación diferencial parcial de conducción de calor  Ecuación de la Fuente de calor	Son un conjunto de ecuaciones que pueden ser en derivadas parciales o normales que describen el comportamiento térmico en el proceso de soldadura por arco eléctrico GMAW.	Observación	Simulación numérica con base en el Método de Elementos Finitos	Software CAE	Numérica

**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

### 3.3. Matriz de consistencia

**Tabla 2-3:** Matriz de consistencia.

<b>Formulación del problema</b>	<b>Objetivo general</b>	<b>hipótesis</b>	<b>Variables</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Técnica</b>	<b>Instrumento</b>
¿Cómo se desarrolla un modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software con base en el método de elementos finitos?	Desarrollar un modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software con base en el método de elementos finitos.	No aplica por ser una Investigación propositiva – descriptiva.	Comportamiento térmico	Ecuación diferencial parcial de conducción de calor  Ecuación de la Fuente de calor	Simulación numérica con base en el Método de Elementos Finitos	Software CAE

**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

### **3.4. Tipo y diseño de investigación**

El tipo de investigación que se utiliza en el presente proyecto de titulación es una investigación del tipo propositiva descriptiva; descriptiva porque se busca la caracterización de un fenómeno y propositiva ya que este nivel de estudio permite tomar la mezcla de las teorías existentes de las ecuaciones de gobierno que están relacionadas directamente al hecho particular o fáctico siendo este el comportamiento térmico del proceso de soldadura GMAW de un acero estructural; en este tipo de estudio no se concluye solamente relacionando la teoría con el fenómeno sino se pretende dar una solución de manera integral, consistente, profunda a modo de iniciativa a la cual se le denomina propuesta, en este caso siendo esa propuesta el modelo matemático. Adicionalmente en este nivel de estudio propositivo se tiene el apoyo de una variable temática que es realizar una simulación con un software CAE con base en el Método de Elementos Finitos. Por último, cabe mencionar que la investigación propositiva no tiene como requisito la implementación de la solución, esta termina con la parte analítica y descriptiva, cuya propuesta encontrada ya corre por cuenta de las empresas, instituciones, constructoras, fábricas, talleres, etc. evaluarla y en el mejor de los casos implementarla.

Como un estudio puede ubicarse en más de una clase, el diseño de investigación es tanto descriptiva como documental o también denominada investigación documental. Entonces es un diseño documental porque este es un proceso de búsqueda, recuperación, análisis, crítica e interpretación de información o datos secundarios, los mismos que son obtenidos de otros investigadores de trabajos similares como también las erudiciones que respaldan las teorías científicas que dan lugar a las ecuaciones de gobierno, el software CAE y por ende el modelo matemático.

### **3.5. Métodos de investigación**

Para este trabajo de investigación se utiliza el método deductivo ya que es necesario primero entender toda la teoría relacionada al comportamiento térmico para encontrar las ecuaciones de gobierno en el proceso de soldadura de un acero estructural, adicionalmente aprender y manejar un software asistido por computadora con base en el Método de Elementos Finitos para concluir con una propuesta a manera de solución.

### **3.6. Enfoque de la investigación**

El tema de investigación del trabajo de titulación por su concepción es del tipo cuantitativo.

### **3.7. Alcance de la investigación**

En esta investigación se propone un modelo matemático que permite con la ayuda de la metodología de la simulación computacional entender y describir el comportamiento térmico de un determinado proceso de soldadura por arco eléctrico, por lo que el alcance de la investigación es de carácter descriptivo.

### **3.8. Población y muestra de estudio**

En este tipo de investigación científica no es necesario definir una población o una muestra porque los datos que se utilizan para realizar el modelo matemático del fenómeno en materia son adquiridos de la teoría científica, normas ASME, etc. con la ayuda de ecuaciones diferenciales parciales, propiedades térmicas del material base, geometría de la probeta virtual, condiciones iniciales, contorno, y un software CAE.

### **3.9. Unidad de análisis**

La unidad de análisis es la entidad principal que se está analizando en un estudio; en este caso, es el comportamiento térmico en un proceso de soldadura por arco eléctrico GMAW de un acero estructural.

### **3.10. Técnica de recolección de datos primarios y secundarios**

Como técnica de recolección de datos se lo realiza con base a la adquisición y procesamiento de señales de entrada y salida del sistema con respecto al tiempo discreto.

### **3.11. Instrumentos de recolección datos primarios y secundarios**

Como instrumentos de recolección de datos es en primer lugar la investigación a fondo de estudios científicos relacionados al tema, luego su análisis y por último la observación con criterio para la clasificación adecuada de los antecedentes necesarios para crear el modelo matemático y su posterior simulación numérica.

### 3.12. Instrumentos para procesar datos recopilados

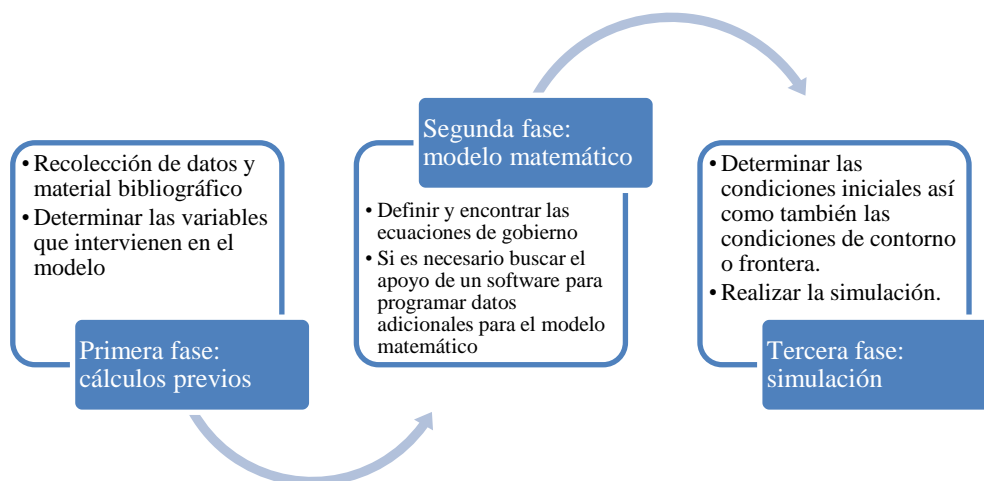
El instrumento que se utiliza para procesar los datos recopilados es un software CAE (Computer Aided Engineering) con base en el Método de los Elementos Finitos.

### 3.13. Etapas de la modelación matemática y simulación

Dentro de esta investigación existen tres etapas básicas que conforman el denominado plan de simulación numérica de las cuales se pueden derivar más items secundarios de acuerdo al punto de vista del investigador, para lograr un resultado básico y óptimo de la solución a un determinado problema que da lugar a una investigación científica.

#### 3.13.1. Plan de simulación numérica

A continuación, en el Gráfico 1-3, se presenta en forma resumida y didáctica las fases que conforman el plan de simulación numérica para esta investigación.



**Gráfico 1-3:** Esquema del proceso de la metodología para obtener una solución.

**Fuente:** Goldak y Akhlaghi, 2005.

**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

#### 3.13.1.1. Primera fase

Existen algunos estudios que han desarrollado diversos modelos desde estadísticos, analíticos, numéricos etc. para conocer el comportamiento térmico de procesos de soldadura, una vez revisado su contexto y con base a los datos óptimos ya demostrados que utilizan los mismos se presenta en la Tabla 3-3 los parámetros para la simulación de éste estudio.

**Tabla 3-3:** Parámetros necesarios para la simulación del proceso GMAW.

Parámetros	Nomenclatura	Valor (unidades)
Tensión de soldadura	V	19 V
Corriente de soldadura	I	180A
Eficiencia de soldadura	$\eta$	0,8
Tiempo de soldadura promedio	tpr	65 seg
Velocidad de soldadura constante	Vm	$2,307 \times 10^{-3}$ m/seg
Temperatura ambiente	Ta	20 °C
Posición de soldadura	-	Plana
Diámetro del electrodo	D	$1,2 \times 10^{-3}$ m
Tipo de junta	-	A tope
Ancho probeta virtual (simetría)	A	0,05 m
Longitud de la probeta virtual	L	0,15 m
Espesor de la probeta virtual	E	0,006 m
Ancho del cordón de soldadura	E	0,006 m
Longitud del cordón de soldadura	L2	0,15 m
Espesor del cordón de soldadura	e	0,006 m

**Fuente:** Fosca, 2007./ Pintado, 2018.

**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

La expresión matemática de conducción de calor está representada por la Ecuación 20, ésta es una ecuación diferencial parcial no-lineal porque las propiedades del material: conductividad térmica  $k$ , densidad  $\rho$  y calor específico  $c$  están en función de la temperatura, por lo tanto se define a éstas tres propiedades como variables que forman parte de la EDP de calor que es una ecuación de gobierno.

### 3.13.1.2. Segunda fase

En el Capítulo 2 se analizaron las dos ecuaciones de gobierno a interactuar para encontrar la solución al problema dado, en este caso la primera es la ecuación de difusión de calor en estado transitorio y la segunda es la expresión que define la fuente móvil de calor de Goldak. En la Tabla 4-3 se presentan los valores necesarios calculados de acuerdo al marco teórico, los mismos que se reemplazan en la ecuación de la fuente de Goldak; el conjunto ecuación-datos se ingresan al software CAE con las dimensiones, coordenadas y posiciones adecuadas de la probeta virtual.

**Tabla 4-3:** Parámetros del Modelo de Goldak.

Parámetros	Nomenclatura	Valor (unidades)
Parámetro adimensional	n	1,189
Longitud del elipse frontal	$a_f$	$1,482 \times 10^{-3}$ m
Longitud del elipse posterior	$a_r$	$3,518 \times 10^{-3}$ m
Ancho de la fuente de calor	b	$1,2 \times 10^{-3}$ m
Profundidad de la fuente de calor	$c_c$	$4,802 \times 10^{-3}$ m
Fracción de entrada de calor frontal	$f_f$	0,593
Fracción de entrada de calor trasera	$f_r$	1,407

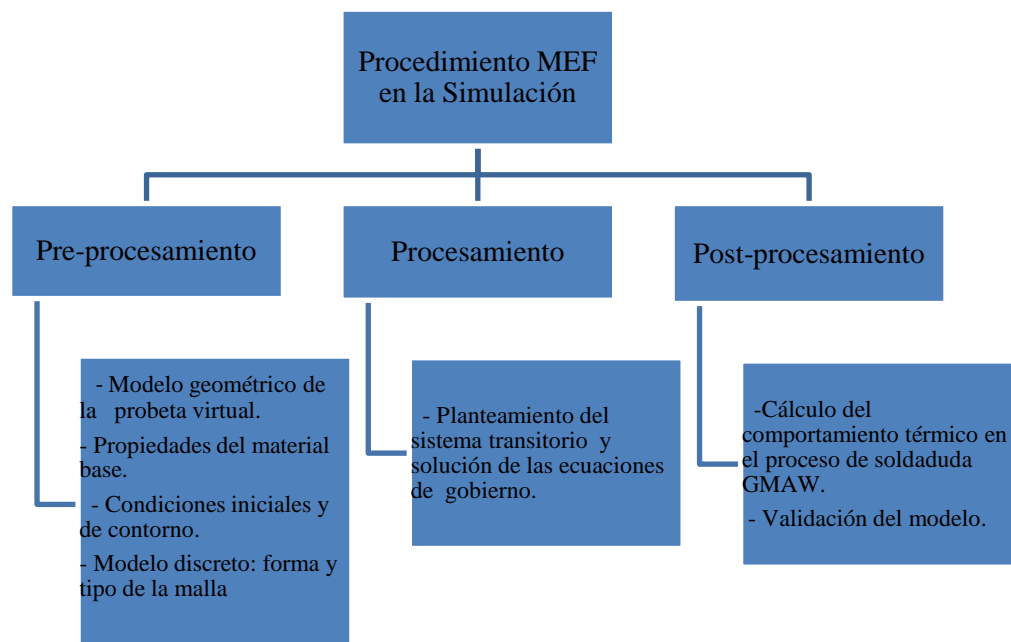
Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

### 3.13.1.3. Tercera fase

Dentro de ésta fase se realiza lo que básicamente es la metodología de la simulación numérica con el Método de los Elementos Finitos, con la aplicación y utilización de un software de ingeniería asistida por computadora. Esta metodología consta de tres etapas denominadas pre-procesamiento, procesamiento y post-procesamiento.

## 3.14. Metodología de la simulación con un software CAE con base en el MEF

En el esquema del Gráfico 2-3 se muestra las etapas de pre-procesamiento, procesamiento y post-procesamiento a seguir en una simulación numérica con un paquete CAE.

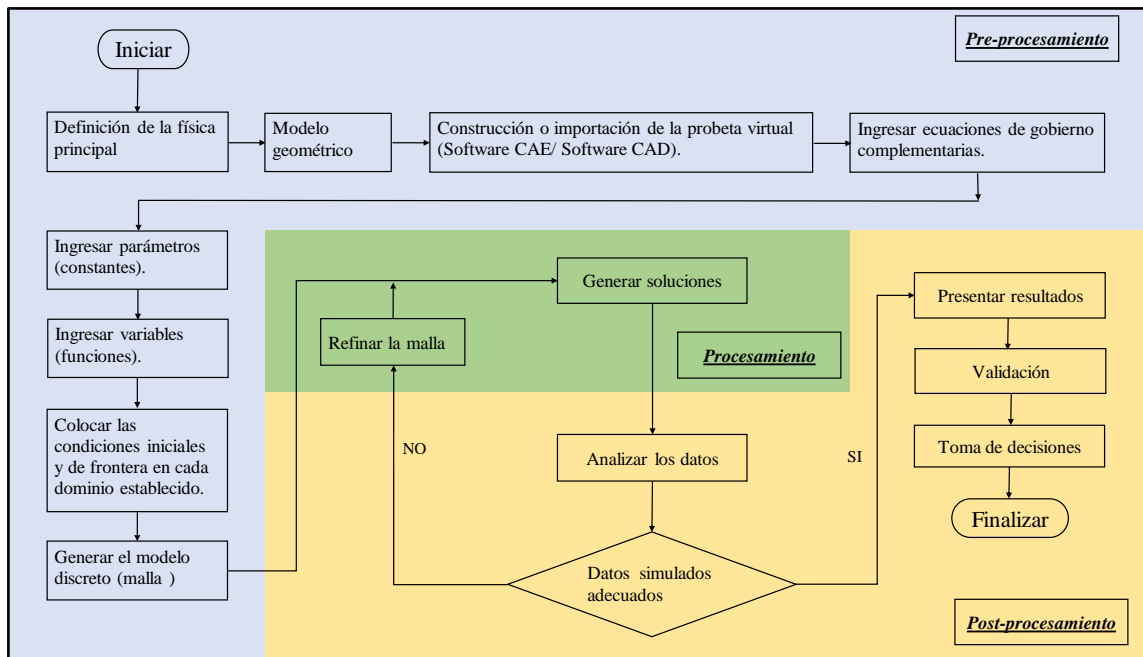


**Gráfico 2-3:** Esquema del procedimiento MEF en la simulación.

Fuente: Pintado, 2018.

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

En el gráfico 3-3 se presenta el diagrama del proceso de aplicación al MEF.



**Gráfico 3-3:** Diagrama del proceso de aplicación al MEF.

Fuente: Pérez y Romero, 2017.

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

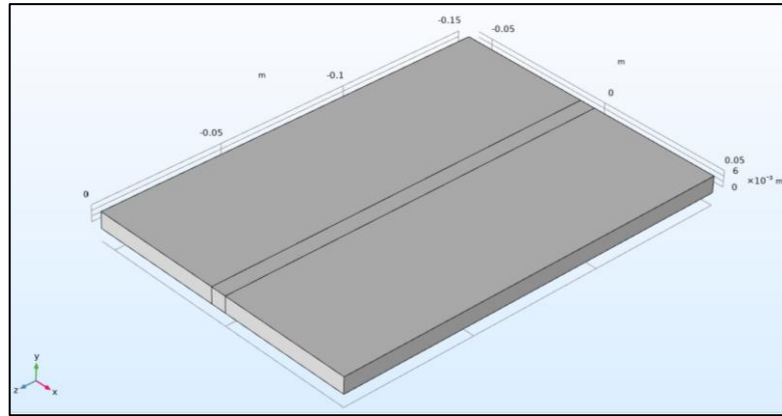
### 3.14.1. Etapa de pre-procesamiento

La etapa de pre-procesamiento se enfoca en discernir de entre todos los datos encontrados, los más relevantes asimismo hacer simplificaciones óptimas del sistema a estudiar, siempre y cuando el resultado final de la simulación se mantenga acorde con la realidad. (Yupa, 2016)

#### 3.14.1.1. Modelo Geométrico de la probeta virtual

En ésta etapa se realiza el diseño y construcción de la probeta virtual, que es un modelo geométrico tridimensional de la junta a tope a estudiar; COMSOL, Ansys, entre otros programas, presentan la opción de importar la geometría completa desde otro software CAD, ésto es muy útil cuando se simulan conjuntos complejos de varias piezas de trabajo. Para ésta investigación, la pieza de trabajo se la dibujó en el contorno gráfico del mismo software CAE siendo éste el programa COMSOL como se aprecia en la Figura 1-3.



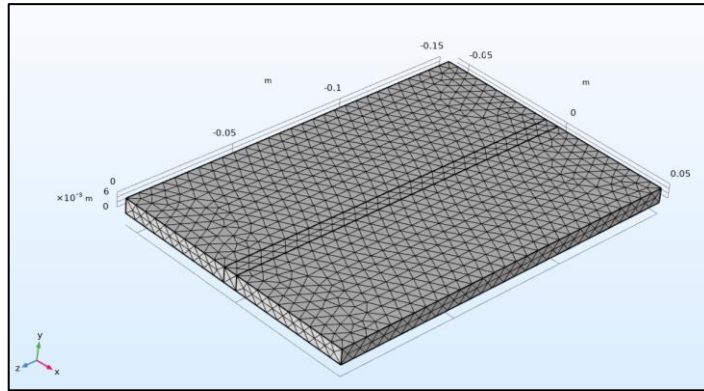


**Figura 1-3:** Representación en 3D del conjunto junta a tope.  
**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

### 3.14.1.2. Modelo discreto: forma y tipo de la malla

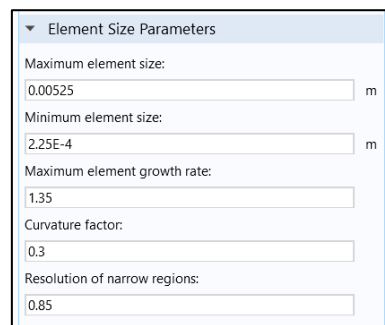
Recordando que el Método de Elementos Finitos es un método aproximado para la resolución de EDPs, su precisión aumenta con la mayor discretización del problema, es decir, disminuyendo el tamaño de elemento y en consecuencia aumentando el número de elementos del modelo. El objetivo del MEF es dividir el modelo en un número finito de subregiones. La malla es el grado de acercamiento que tiene el modelo con la realidad, porque cuanto más densa sea ésta el error será menor, pero también se necesita un computador más potente para ejecutar la simulación. Ahora bien, se busca un equilibrio entre dos mallas consecutivas establecidas en el software CAE.

Una vez realizada la probeta virtual tridimensional se procede a realizar el mallado de la misma como se observa en la Figura 2-3, seguido de su refinamiento, esto significa que la calidad de la malla garantice la convergencia de resultados idóneos, entonces se busca una variable de control en este caso la temperatura máxima que se produce en la fusión del material base y el electrodo, se analiza ese valor entre una malla gruesa y la siguiente en el rango de opciones de la interfaz del programa. En esta simulación numérica no se encontró una gran variación de la máxima temperatura encontrada con la estructura normal y fina, esto significa que el valor de la temperatura no varía significativamente entre este tipo de mallas por lo tanto se toma la malla fina la cual es aceptable.



**Figura 2-3:** Refinamiento y selección del modelo discreto.  
**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

En la Figura 3-3 se presenta los parámetros de tamaño de elemento para una malla fina. Adicionalmente se utiliza una estructura tetraédrica que es la más apropiada y recomendada para los análisis en 3D.



**Figura 3-3:** Parámetros de la calidad de la malla.  
**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

### 3.14.1.3. Propiedades del material base

Las propiedades más significativas del material base ASTM A36 son la conductividad térmica  $k$ , densidad  $\rho$  y calor específico  $c$ , por lo tanto, con la ayuda de los valores de la Tabla 2-2 del capítulo 2 y su respectiva conversión a grados Kelvin se presentan las siguientes funciones:

**Tabla 5-3:** Propiedades del material en función de la temperatura.

Propiedad	Nomenclatura	Función
Conductividad térmica	k	$k = -1 \times 10^{-13} T^5 + 4 \times 10^{-10} T^4 - 5 \times 10^{-7} T^3 + 0,0003 T^2 - 0,114 T + 59,718$
Calor específico	c	$c = -4 \times 10^{-7} T^3 + 0,0012 T^2 - 0,052 T + 487,47$
Densidad	$\rho$	$\rho = -3 \times 10^{-10} T^4 + 1 \times 10^{-6} T^3 - 0,0015 T^2 - 0,1343 T + 7846,1$

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

Estas funciones expuestas en la Tabla 5-3 muestran las características del material en dependencia de la temperatura, las cuales se ingresan como variables en la interfaz del software con técnica MEF para las propiedades del acero estructural ASTM A36 y el cordón de soldadura.

#### 3.14.1.4. Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales se establecen en un tiempo  $t = 0$  segundos antes de formar el arco eléctrico entre la probeta y el electrodo del proceso de soldadura GMAW para una sola pasada de la fuente de calor, es decir solo se deposita un cordón de soldadura en todo el proceso, entonces los gradientes de temperatura son igual a cero, por lo tanto, la fuente no ha comenzado a desplazarse sobre la placa, adicionalmente cabe mencionar que no se realiza un precalentamiento de las dos piezas a unir, consecuentemente, se considera la temperatura ambiente que rodea la probeta como temperatura inicial.

**Tabla 6-3:** Condiciones iniciales para la simulación.

Condición inicial	Ecuación
Temperatura inicial	$T(x, y, z, t) = T_0(x, y, z, 0) = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ $\forall x, y, z \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \Omega_4 \cup \Omega_5 \cup \Omega_7 \cup \Omega_8 \cup \Omega_9 \cup \Omega_{10} \cup \Omega_{11}$
Punto inicial de desplazamiento del electrodo en el eje z	$z_0 = 0 \text{ m}$
Velocidad constante de desplazamiento	$V_m = 2,307 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{seg}}$

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

### 3.14.1.5. Condiciones de contorno

En el tratamiento matemático de las ecuaciones diferenciales parciales, se encuentran condiciones de contorno del tipo de Dirichlet, Neumann y Robin. Con una condición de Dirichlet, se prescribe la variable para la que se está resolviendo. Mientras tanto, se utiliza una condición de Neumann para prescribir un flujo, es decir, un gradiente de la variable dependiente.

Una condición de Robin es una mezcla de los dos tipos de condiciones de contorno anteriores, donde se prescribe una relación entre la variable y su gradiente. En la siguiente tabla se presentan las condiciones de contorno según Sonnerlind (2016) para una física de transferencia de calor en la soldadura.

**Tabla 7-3:** Condiciones de frontera o contorno.

<b>Física</b>	<b>Dirichlet</b>	<b>Neumann</b>	<b>Robin</b>
Transferencia de calor	Temperatura	Flujo de calor	Convección

**Fuente:** Sonnerlind, 2016.

**Realizado por:** Villacés, Mayra, 2022

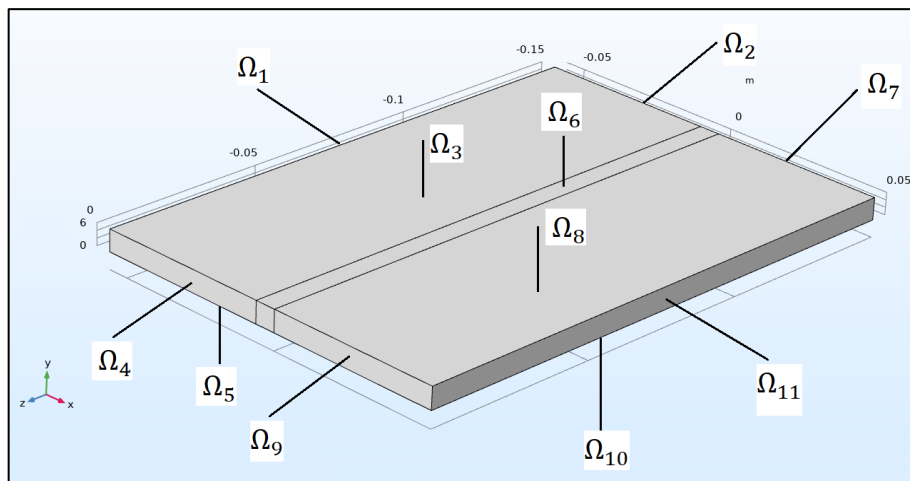
En la Tabla 7-3 se muestran las condiciones de contorno del modelo de transferencia de calor, adicionalmente en la Figura 4-3 se visualiza la pieza de trabajo virtual con la identificación de los dominios necesarios para el estudio computacional.

La condición de Neumann representa el flujo de calor que se produce en la fuente que se desplaza a lo largo del eje  $z$ , entonces se relaciona con una expresión matemática la posición final, la posición inicial, la velocidad de soldadura promedio y el tiempo de soldadura promedio. El dominio  $\Omega_6$  es todo el paralelepípedo que representa el cordón de soldadura.

**Tabla 8-3:** Condiciones de contorno para la simulación.

Condición de contorno	Ecuación
Temperatura superficial constante de la probeta	$T(x, y, z, t) = T_s(x, y, z, t) \quad \forall x, y, z \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_4 \cup \Omega_7 \cup \Omega_9 \cup \Omega_{11} \quad \forall t > 0$
Densidad media de potencia o flujo de calor a lo largo del eje z	$D_p = B \left[ \frac{E_p}{P_w \left( \frac{\pi D^2}{4} \right)} \right] \exp \left[ - \left( \frac{(z - z_r)^2}{2 \phi^2} \right) \right] \quad \forall z \in \Omega_6 \quad \forall t > 0$
Punto de desplazamiento del electrodo en el eje z	$z_r = z_0 + V_m t \quad \forall z \in 0 < z < L \in \Omega_6 \quad \forall t > 0$
Pérdida de calor por convección natural	$k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = h_c(T_{\infty} - T_s) \quad \forall x, y, z \in \Omega_3 \cup \Omega_5 \cup \Omega_8 \cup \Omega_{10} \quad \forall t > 0$

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

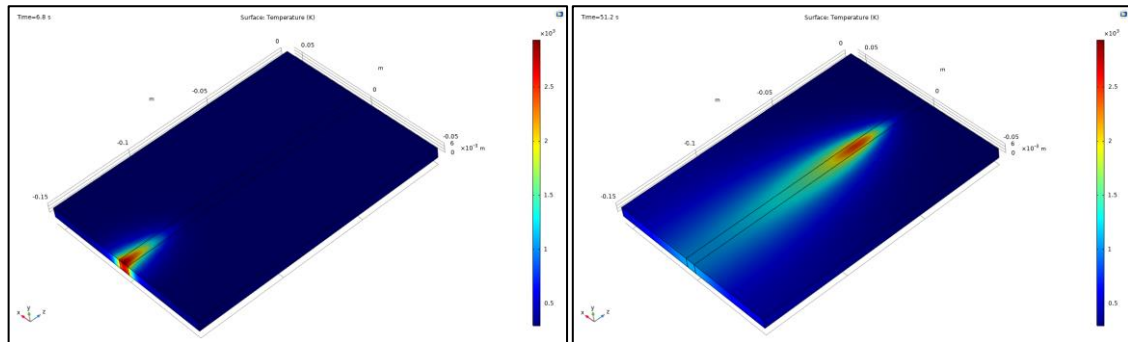


**Figura 4-3:** Probeta virtual con sus dominios  $\Omega_n$ , en la herramienta computacional.  
Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

### 3.14.2. Etapa de procesamiento

Una vez configurado el modelo matemático en la etapa de pre-procesamiento, se procede en esta fase a revisar que el modelo no contenga errores de geometría, de parámetros, variables, propiedades de materiales, conflicto entre nodos, etc. En este paso el programa MEF realiza la matriz de rigidez, donde se juntan las matrices de cada elemento, es decir las ecuaciones de gobierno se integran sobre todos los elementos finitos en toda la región mallada, luego, el sistema de ecuaciones integrales generado se convierte en un sistema de ecuaciones algebraicas que se resuelven de manera iterativa (Yupa, 2016).

El paso de procesamiento en este estudio está considerado como transitorio, y una vez que el programa con el método MEF se ha ejecutado, es decir el “*solver*” (*solucionador del software CAE con base el Método de los Elementos Finitos*) ha generado la información necesaria, en un archivo se muestra la solución de manera gráfica en diferentes tiempos como a continuación se observar en la Figura 5-3.



**Figura 5-3:** Simulación computacional en un software CAE del proceso GMAW.

**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

### 3.14.3. Etapa de post-procesamiento

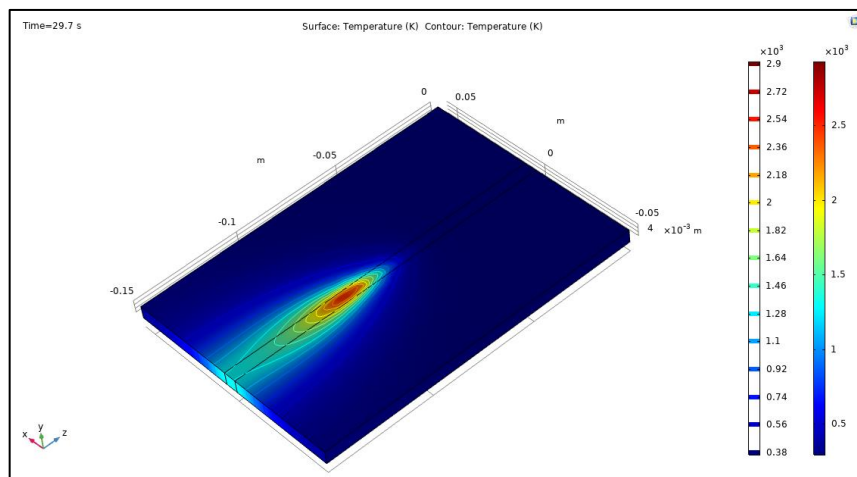
En esta última etapa se obtiene la información cualitativa y cuantitativa del conjunto de dominios simulado, y con la información que presenta el “*Results*” (*Interfaz de resultados del software CAE*) se realiza la generación de reportes, tablas, figuras, etc. COMSOL presenta una interfaz con un panel visor que muestra toda la producción gráfica de esta fase. Por último, el usuario analiza con criterio con base en el conocimiento científico, ingenieril, etc. los resultados obtenidos en la simulación numérica.

En la parte inferior derecha del programa CAE se desplaza una tabla denominada “*Probe Table 1*” (*Tabla minuciosa de datos de salida de la simulación en la herramienta CAE*), donde se puede ver a detalle la variación de la temperatura con el tiempo (ver Figura 6-3), en este caso la temperatura máxima es de 3012,6°K (2739,45 °C) a la que llega el arco de soldadura en las primeras chispas eléctricas (resultado del diferencial de potencial que permite el transporte de electrones del electrodo a la probeta) en el tiempo  $t = 6,1$  s, este fenómeno presentan todas las máquinas para trabajos de soldadura, para luego descender a una temperatura adecuada de soldeo con una oscilación insignificativa de valores, hasta culminar el proceso de fusión.

Time (s)	Temperature (K), Domain Probe 1
5.8000	3008.2
5.9000	3010.6
6.0000	3012.1
6.1000	3012.6
6.2000	3012.2
6.3000	3011.0
6.4000	3009.0
6.5000	3006.2

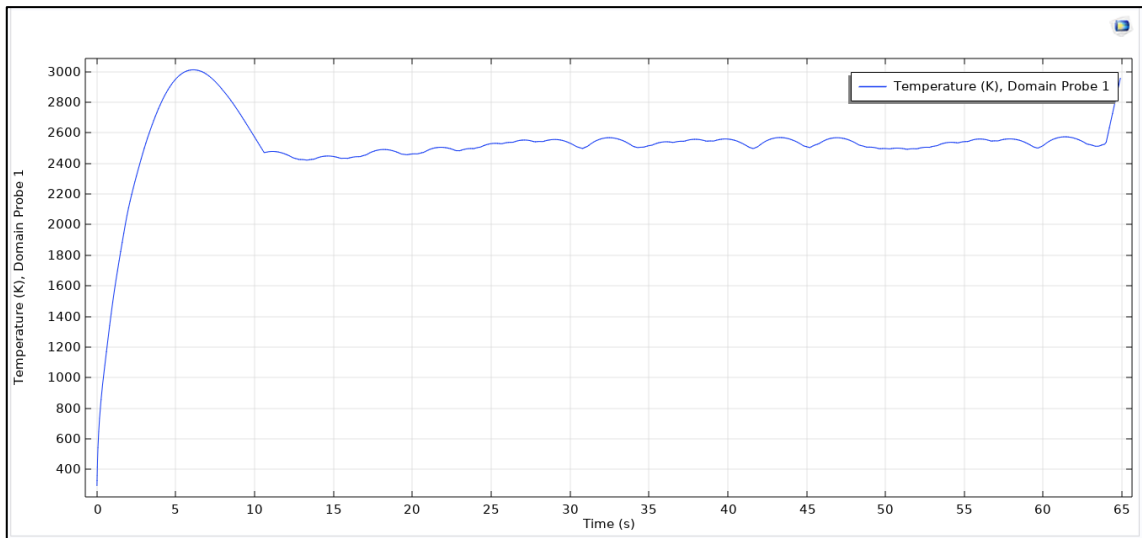
**Figura 6-3:** Variación de la temperatura vs el tiempo.  
**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

En la Figura 7-3 se aprecian las curvas isotérmicas que representan el comportamiento térmico del fenómeno real, si se pone atención en particular a la curva más caliente en forma de una elipse en el plano xz, se dice que esta isoterma representa la proyección de la fuente de calor de Goldak y con la ayuda de la opción “*Probe Table 1*” de la herramienta CAE y para un tiempo  $t = 29,7$  s se tiene una temperatura máxima de  $2545,2^{\circ}\text{K}$  ( $2272,05^{\circ}\text{C}$ ).



**Figura 7-3:** Curvas isotérmicas del proceso GMAW.  
**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

De la misma manera si se desea obtener otros valores de temperatura que no sea la máxima en el cordón de soldadura sino en la efectación térmica en las proximidades del mismo se tiene las curvas isotérmicas que están representadas por la cantidad que el usuario programe en el software CAE, los valores se obtienen de acuerdo al color en la barra vertical al lado derecho del panel de visualización, es así que en la Figura 7-3 se puede contar 15 isotermas. Por otro lado en la Gráfica 1-3 se muestra la evolución de la temperatura versus el tiempo. A partir de los 10 segundos la temperatura presenta una oscilación con máximos y mínimos no muy alejados. Calculando la temperatura promedio a partir de este tiempo hasta culminar el proceso se tiene un valor máximo promedio de  $2523,05^{\circ}\text{K}$  ( $2249,90^{\circ}\text{C}$ ).



**Gráfico 4-3:** Evolución de la temperatura en el proceso de soldadura GMAW.  
Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.



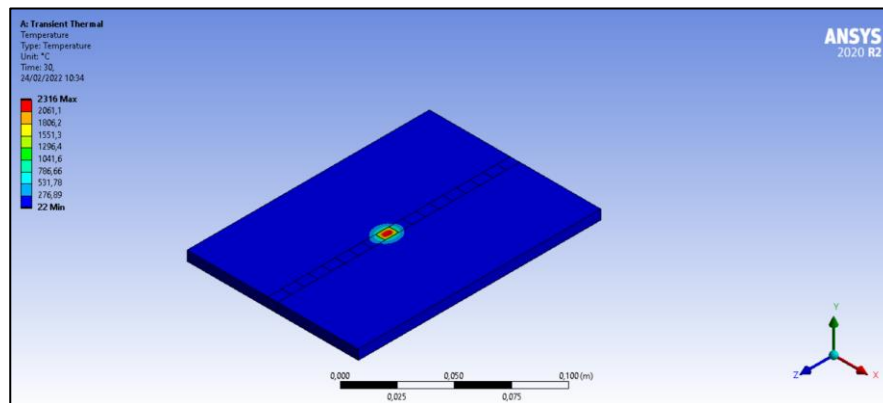
## CAPÍTULO IV

### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 4.1. Análisis y validación del modelo matemático

Una vez obtenido el resultado de la simulación en el paquete computacional COMSOL, se realizó la validación del modelo matemático y su respectiva simulación con la utilización de otro software CAE como lo fue Ansys.

Uno de los puntos más relevantes es enfatizar que los valores obtenidos en las simulaciones numéricas tengan un error relativo mínimo, ésto significará que las mismas son fiables, es decir, el planteamiento del comportamiento físico, los parámetros, las variables, las ecuaciones de gobierno, etc. fueron bien definidos. En la Figura 1-4 se aprecia la simulación del proceso de soldadura en el segundo software CAE.



**Figura 1-4:** Simulación computacional en un software de validación.  
Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

En la anterior figura se verifica que la temperatura máxima de fusión para un tiempo  $t = 30$  s es de 2316,00 °C la cual se aproxima al valor calculado en el primer paquete computacional para el mismo tiempo de soldadura.

#### 4.1.1. Cálculo de error entre resultados simulados

En ésta sección se hace un análisis del error absoluto y error relativo comparando los resultados en las dos simulaciones numéricas. El valor que se desea analizar es la temperatura máxima a la que se somete el electrodo con el material base para formar el cordón respectivo, en un tiempo

$t = 30$  s. Para realizar la union de las dos piezas de trabajo (acero estructural ASTM A36) es necesario superar el punto de fusión del material que se alcanza a los  $1550$  °C. La Tabla 1-4 muestra un resumen de las temperaturas críticas alcanzadas en las dos simulaciones.

**Tabla 1-4:** Valores de temperatura máxima para un tiempo  $t = 30$  s.

Software CAE	Temperatura Máxima
Software principal	2259,75 °C
Software de validación	2316,00 °C

**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

Cabe mencionar que el valor de  $2259,75$  °C se tomó de la “*Probe Table 1*”.

En la Ecuación 50 se define el error absoluto ( $e$ ) como el valor de la diferencia entre la temperatura de las simulaciones en COMSOL y Ansys. Adicionalmente, en la ecuación 51 se define el error relativo ( $e_r$ ) como la relación entre el error absoluto y el valor de la temperatura máxima del software Ansys, ya que éste programa es muy utilizado en el Ecuador por su versatilidad, eficiencia entre otras características que lo hacen un software confiable a la hora de brindar resultados.

$$e = |T_{sp} - T_{sv}| \quad (50)$$

$$e_r = \frac{e}{T_{sv}} * 100\% \quad (51)$$

Dónde:

$e$  = error absoluto

$T_{sp}$  = Temperatura máxima (software principal)

$T_{sv}$  = Temperatura máxima (software de validación)

$e_r$  = error relativo

Entonces los errores calculados son los siguientes:

$$e = |2259,75 - 2316,00|$$

$$e = |-56,25|$$

$$e = 56,25 \text{ °C}$$

$$e_r = \frac{56,25}{2316,00} * 100\%$$

$$e_r = 2,43 \%$$

Se observa que el error relativo es tan solo un valor de 2,43 % y es razonable pensar que un error absoluto de 56,25 °C es admisible en paridad con las elevadas temperaturas simuladas, es decir, esta estimación se la considera intrascendente en comparación con las temperaturas extremas de fusión en los aceros, en otras palabras los 56,25 °C apenas es el 2,43 % de 2316 °C, por lo tanto, éste  $e_r$  muestra la precisión de medición y se la puede considerar como aceptable, a pesar de los factores que pueden influir en el valor de la aproximación numérica se observa que las soluciones de ambos softwares CAE se acercan bastante entre sí. Adicionalmente es importante mencionar que existen parámetros y variables que causan errores, así como también influye la técnica, mallado, precisión, tamaño y número de elementos finitos, etc. que utiliza cada rutina CAE, en este caso el software principal utilizado permite relacionar varias ecuaciones de gobierno, agregando físicas de estudio al modelo matemático, en cambio el software de validación necesita parámetros ya establecidos y calculados para ser ingresados al mismo porque todas sus ecuaciones ya vienen definidas en el algoritmo computacional.

## CAPÍTULO V

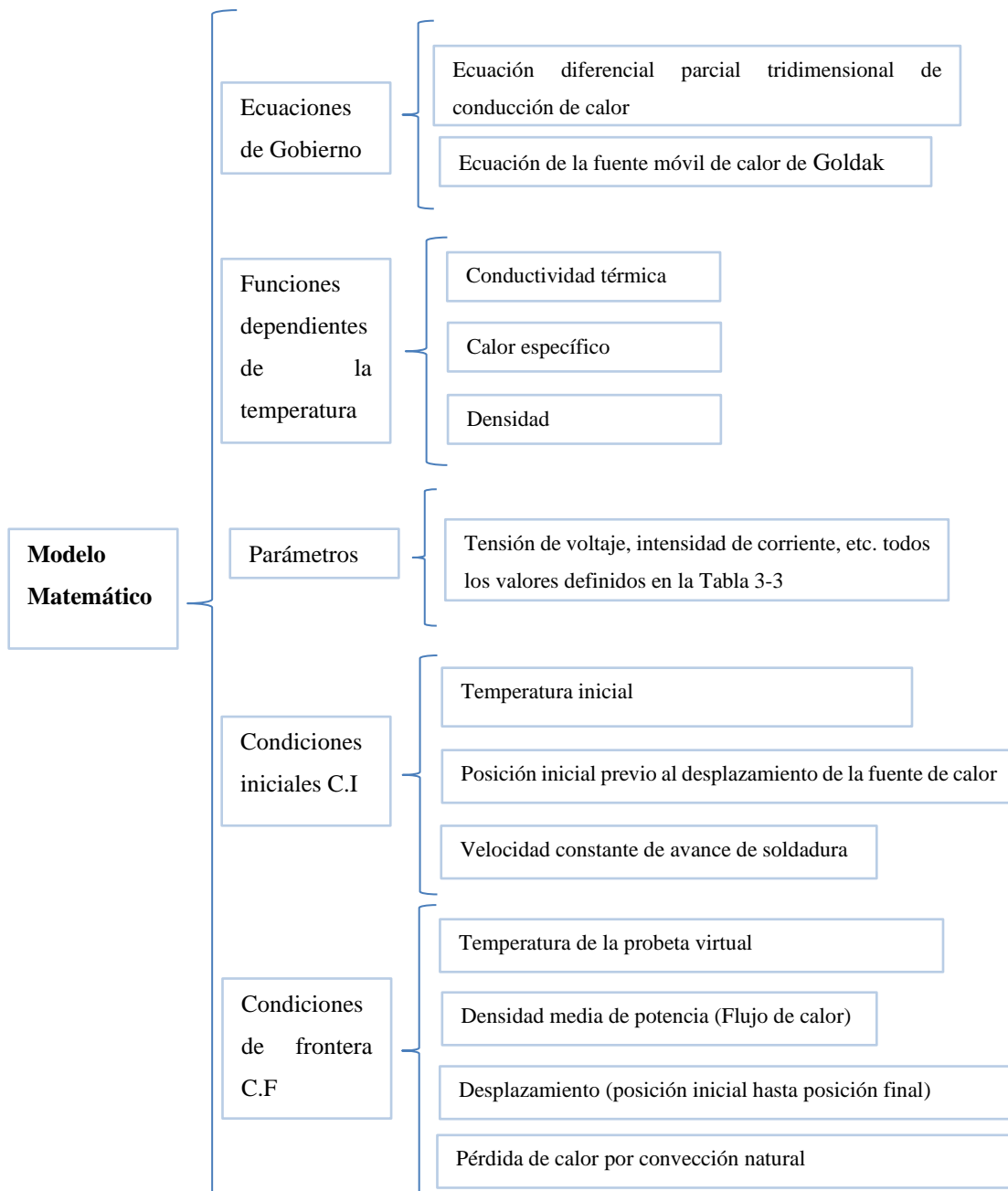
### 5. PROPUESTA

Al ser una investigación propositiva-descriptiva en éste capítulo se explica de manera concisa la propuesta, relacionando los objetivos con cada parte de la metodología de la simulación realizada en la herramienta CAE con la técnica del Método de los Elementos Finitos.

#### 5.1. Descripción del modelo matemático

El modelo matemático para predecir y entender el comportamiento térmico en un determinado proceso de soldadura por arco, surge del análisis de varias relaciones de distintos conjuntos de fórmulas, ecuaciones, condiciones iniciales, condiciones de frontera, los cuales se basan en una descripción cuantitativa del fenómeno real estudiado.

Los recursos matemáticos en éste modelo se clasifican en ecuaciones de gobierno, variables, parámetros, condiciones de frontera (funciones de entrada) y constantes. La variable dependiente es la temperatura que está en función de las posiciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y el tiempo, siendo un problema en estado transitorio. En la Gráfica 1-5 se presenta un esquema del modelo matemático propuesto.



**Gráfico 1-5:** Esquema del modelo matemático propuesto.  
 Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

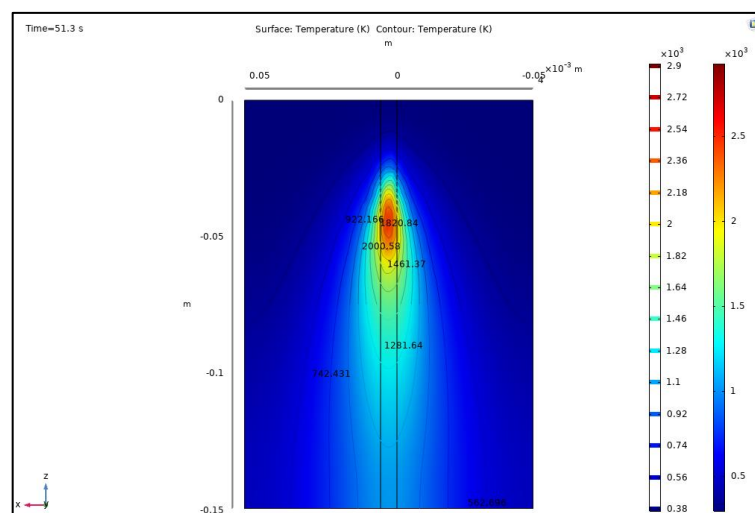
## 5.2. Interpretación de la simulación del modelo matemático

El Método de los Elementos Finitos (MEF) es un método de análisis de ingeniería pensado para ser utilizado en un ordenador, es decir es una técnica numérica para encontrar las soluciones de ecuaciones diferenciales parciales o sistema de ecuaciones mixtas, en otras palabras, el método permite obtener una solución aproximada sobre el dominio en el que gobierna el modelo matemático, en este caso, el modelo que describe el comportamiento térmico del proceso GMAW. Estas soluciones aproximadas ayudan a reproducir virtualmente el fenómeno de estudio a través de los contornos de las curvas isotérmicas que afectan el material base en la ZAT (Zona Afectada

Térmicamente). En una forma más sencilla el MEF consiste en convertir la probeta virtual en un número finito de partes llamados elementos, estos elementos contienen una serie de puntos interconectados entre si llamados nodos y todo este conjunto es lo que llamamos malla y por medio del algoritmo de la herramienta CAE se construye un espacio vectorial de dimensión finita asociado al espacio de los elementos finitos, haciendo una combinación lineal en un espacio vectorial denominada solución numérica.

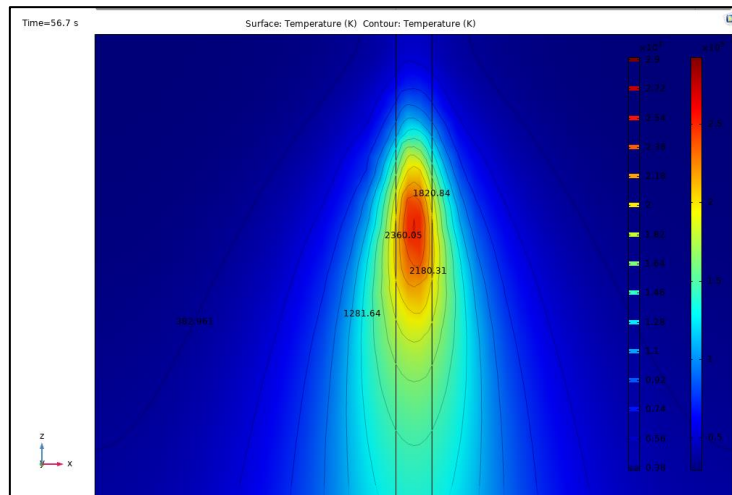
Como el fenómeno térmico del proceso de soldeo es un problema no lineal y es dependiente del tiempo, el cálculo que realiza el programa con base en el Método de los Elementos Finitos sobre las dos ecuaciones de gobierno genera un sistema de ecuaciones finito con un número grande de ecuaciones incógnitas, es decir la dimensión del espacio vectorial de elementos finitos es igual al número de incógnitas, generando lo que es la matriz de rigidez, convirtiendo un problema de cálculo diferencial en un problema de algebra lineal.

En la Figura 1-5 se presenta las soluciones aproximadas del modelo matemático identificadas como curvas isotérmicas, en COMSOL se puede insertar el número de las mismas para su visualización, esto se logra en la etapa de post-procesamiento es decir en la parte del “*Results*” del programa CAE. En este caso el número de niveles es 15, siendo el más caliente 2900 °K (2626,85 °C) y el punto más frío 380,4 °K (107.25 °C). Cabe recalcar que la simulación se hizo para una sola pasada del electrodo, es decir un solo cordón de soldadura.



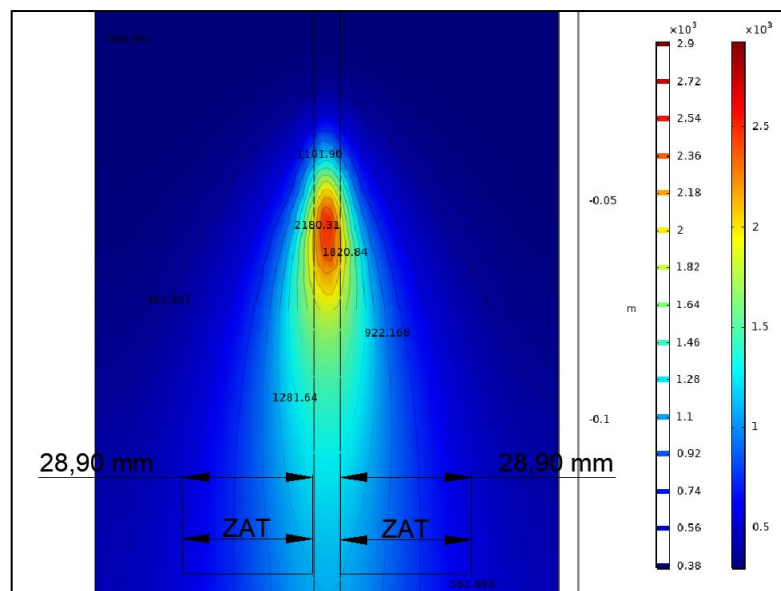
**Figura 1-5:** Soluciones aproximadas del modelo matemático  
Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

En la Figura 2-5 se observa una escala más alta de la ZAT



**Figura 2-5:** Comportamiento térmico de la probeta virtual.  
**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

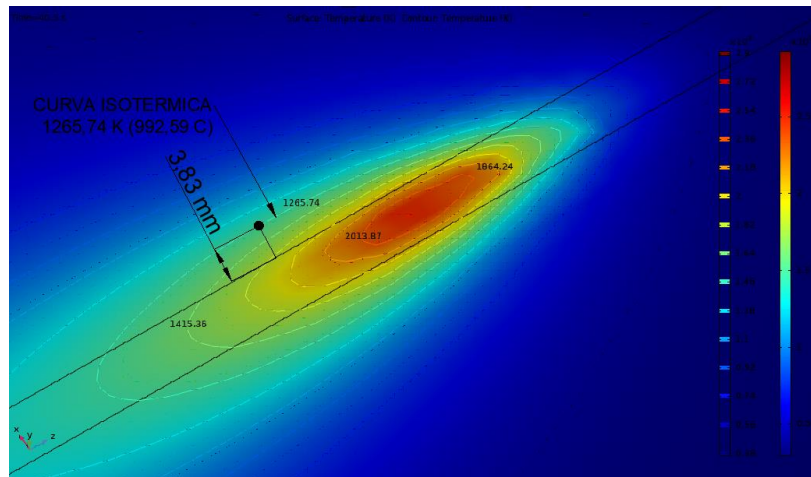
Con la ayuda de un software CAD (Diseño Asistido por Computadora) se puede medir de forma aproximada a escala la longitud más útil de la ZAT, tomando como base para el análisis la Figura 2-2 que representa la investigación de V. Tsegelsky en su manual titulado “*The Electric Welder*” (*El soldador eléctrico*). Entonces en la Figura 3-5 la ZAT empieza aproximadamente en la segunda curva isotérmica en forma ascendente que corresponde a la solución aproximada de 560 °K (286.85 °C). Adicionalmente en la misma figura se observa la proyección en el plano xz el primer contorno de la temperatura más alta que corresponde a la fuente móvil de calor de Goldak.



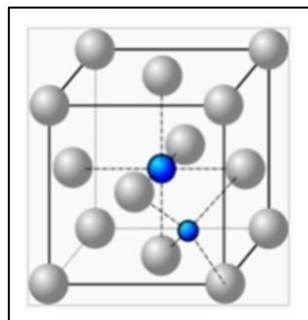
**Figura 3-5:** Zona Afectada Térmicamente de la probeta virtual.  
**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.

A partir de la interpretación matemática se realiza la interpretación ingenieril, entonces cuando un material base en este caso el acero estructural es sometido a calentamientos y enfriamientos secuela de un proceso de soldadura, se dice que se han cumplido unos ciclos térmicos y dependiendo de cómo hayan sido los mismos, se tiene una determinada microestructura que influye directamente en las propiedades mecánicas del acero ASTM A36. El ciclo térmico está representado básicamente por el historial de temperatura y su distribución en la ZAT. Al ser el acero estructural un metal, por lo tanto, es buen conductor de calor, porque sus átomos lo transmiten velozmente a sus vecinos, esparciéndose la temperatura a toda la pieza de trabajo, este fenómeno da lo que se llama distribución de temperaturas, estas curvas son las que muestra la simulación numérica es decir son las soluciones aproximadas evitando se hagan experimentos reales innecesarios con termocuplas, elementos electrónicos para soportar el calor elevado del proceso en un laboratorio. Como menciona el investigador Fosca (2007) las curvas reales de distribución de temperaturas permiten conocer en un momento determinado cual es la temperatura en diferentes puntos de la probeta que está siendo soldada, si se conoce la información en cada punto de interés, se podrá estimar que zonas del metal se verán afectadas microestructuralmente en consecuencia se estimara el grado de distorsión a la que está sometida la nueva unión (p. 85). En la Figura 4-5 se observa este evento, se analiza un punto de la sexta curva en forma ascendente para un tiempo  $t = 40,5$  s, este punto está a una distancia perpendicular al borde de la junta de soldadura, asimismo está dentro de la zona afectada térmicamente. Ahora bien, para un análisis microestructural se dice que a esa temperatura según el diagrama Hierro-Carbono, el porcentaje de carbono presente en la aleación del acero forma una solución homogénea con el hierro formando austenita, esta estructura cristalina es una forma de ordenamiento específico de los átomos de hierro y carbono del tipo cúbica, de caras centradas (ver Figura 5-5). La información anterior es muy valiosa ya que los ingenieros e investigadores podrán tomar decisiones sobre los parámetros, variables, etc. para nuevamente hacer otro ensayo computacional alterando condiciones, siempre y cuando se haga con criterio, bajo normas y el conocimiento suficiente para obtener microestructuras esperadas en el conjunto soldado, con el fin de conseguir propiedades deseadas del mismo, que proporcionen una correcta utilización del acero para los trabajos requeridos ya sean construcciones de máquinas, puentes, etc. es decir, todo lo mejor concerniente a no tener pérdidas humanas ni económicas.





**Figura 4-5:** Análisis de un punto de la probeta virtual.  
**Realizado por:** Villacís, Mayra, 2022.



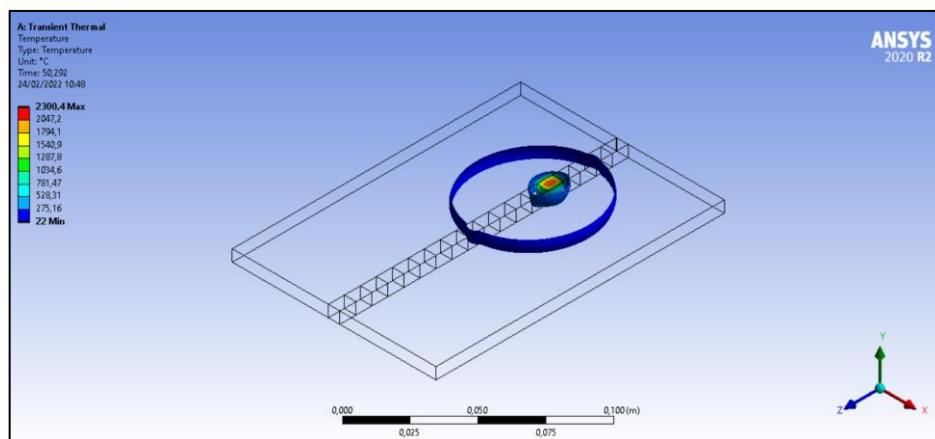
**Figura 5-5:** Estructura típica de la Austenita.  
**Fuente:** Millán, 2006.

### 5.3. Verificación y validación del modelo matemático

En este estudio la verificación no es más que asegurarse que el modelo matemático refleje el proceso real, y esto se realiza confirmando que las ecuaciones, parámetros, etc. representen el fenómeno en cuestión, es decir el comportamiento térmico del sistema es no lineal, entonces esos comportamientos no lineales deben reflejarse en las ecuaciones en las que se basa el modelo, en este caso se tiene una ecuación diferencial parcial tridimensional no lineal porque la densidad, calor específico y conductividad térmica del acero ASTM A36 dependen de la temperatura. Por otro lado, está la ecuación de la fuente móvil de calor de Goldak, la cual ha sido utilizada por sus excelentes resultados y soluciones en varias investigaciones consultadas. Por el contrario, la verificación a más de confirmar si existe una relación directa del fenómeno y las ecuaciones matemáticas, este evento también se da en el momento de ejecutar el programa CAE con el Método de los Elementos Finitos de que no haya mensajes de error que imposibilitan terminar la simulación y si los hay el mismo software se encarga de indicarnos la posible falla, falta de información, falta de condiciones, dominios excluidos, etc. los cuales se deben corregir. Y por último también en esta fase exige la utilización de una malla adecuada, lo cual ya se ha

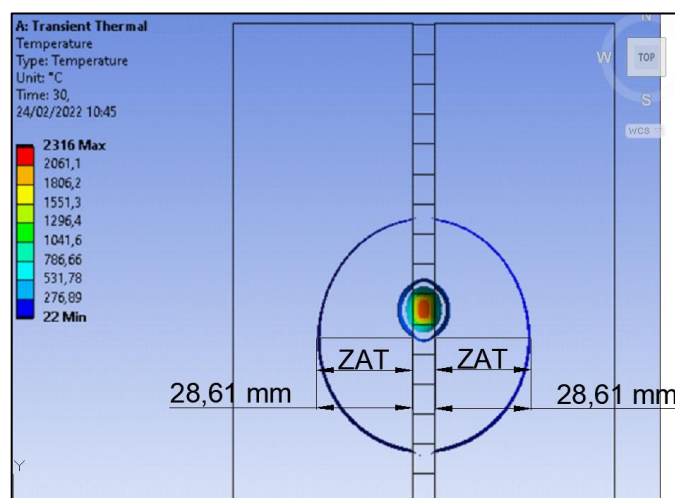
mencionado en los ítems anteriores, dando como conclusión que el modelo matemático fue verificado y su simulación final no tubo mensajes de error, en consecuencia, se obtuvo las soluciones aproximadas requeridas.

En cuanto a la validación se cuantifica la incertidumbre de un modelo mediante la comparación de sus predicciones con otra simulación numérica mediante el uso del programa Ansys, este software es más conocido y utilizado en el Ecuador para los ensayos virtuales de cargas mecánicas. En la Figura 6-5 se observa el comportamiento térmico del proceso GMAW, al ser el segundo software CAE una versión estudiantil presenta la escala 0 por defecto es decir no se pueden visualizar todas curvas isotérmicas sino solamente las más importantes siendo la de interés la curva de menor temperatura, según el estudio del ruso V. Tsegelsky debe empezar aproximadamente a los 200 °C.



**Figura 6-5:** Curvas isotérmicas más importantes de la probeta virtual.  
Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

En la Figura 7-5 se presenta la longitud útil de la ZAT.



**Figura 7-5:** Zona Afectada Térmicamente (software de validación)  
Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

Utilizando la Ecuación 52 y con los valores de la Tabla 1-5 se calcula el error absoluto (e) como el valor de la diferencia entre la longitud útil de la ZAT de las simulaciones de las dos herramientas CAE, adicionalmente, en la ecuación 53 se define el error relativo ( $e_r$ ).

**Tabla 1-5:** Valores de la ZAT para el tiempo  $t = 30$  s.

Software CAE	Curva Isotérmica	ZAT
COMSOL	286,85 °C (560,00 °K)	28,90 mm
Ansys	228,33 °C (501.48 °K )	28,61 mm

Realizado por: Villacís, Mayra, 2022.

Se utiliza dos isotermas lo más cercanas en valor, ya que no se puede tener las mismas porque cada software tiene diferente manera de realizar la simulación, aunque la técnica de los elementos finitos sea la misma.

$$e = |ZAT_{sp} - ZAT_{sv}| \quad (52)$$

$$e_r = \frac{e}{ZAT_{sv}} * 100\% \quad (53)$$

Dónde:

$e$  = error absoluto

$ZAT_{sp}$  = Zona Afectada Térmicamente (software principal)

$ZAT_{sv}$  = Zona Afectada Térmicamente (software de validación)

$e_r$  = error relativo

Entonces los errores calculados son los siguientes:

$$e = |28,90 - 28,61|$$

$$e = |0,29|$$

$$e = 0,29 \text{ mm}$$

$$e_r = \frac{0,29}{28,61} * 100\%$$

$$e_r = 1,01 \%$$

El error relativo de 1,01 % es admisible, al menos si lo comparamos con la investigación realizada por Pozo, et al, (2011) donde nos dice que si la longitud de la ZAT es  $< 50$ mm y con un error relativo  $< 10\%$  se considera un ensayo virtual aceptable, por lo tanto, el modelo

matemático propuesto muestra la confiabilidad de predecir los valores necesarios para entender el comportamiento térmico en un proceso de soldadura por arco eléctrico GMAW. En otras palabras, con la simulación numérica se logró presentar un modelamiento óptimo que se asemeja a la realidad del fenómeno estudiado.

## CONCLUSIONES

- En este trabajo de titulación se desarrolló un modelo matemático que permitió analizar el comportamiento térmico en el proceso de soldadura del acero ASTM A36 mediante un software CAE con base en el Método de los Elementos Finitos. Lo más importante de este desarrollo fue que se diagnosticó y se planteó solo las variables, parámetros, condiciones iniciales y de frontera más relevantes para hacer un modelo eficiente y lo más próximo a la realidad, por lo tanto, lo que más ayudo para generar este estudio fue una recolección exhaustiva de varios trabajos similares en otros países que se apoyaron en la metodología de la simulación numérica con el MEF para abaratar costos de producción y errores de construcción, así como también se aprendió a utilizar correctamente los paquetes CAE para culminar el presente trabajo de titulación.
- Se diseñó y se propuso un modelo matemático con la característica que se relacionaron dos ecuaciones de gobierno, la primera siendo la ecuación diferencial parcial tridimensional no lineal de conducción de calor y la segunda ecuación de la fuente móvil de Goldak. Lo más relevante de este diseño fue la incorporación de una herramienta computarizada con su algoritmo de funcionamiento con el Método de los Elementos Finitos, porque de esta manera un problema de cálculo diferencial imposible de resolver manualmente se convirtió en un problema numérico algebraico que dio soluciones aproximadas mostrando las curvas isotérmicas necesarias para la interpretación ingenieril del proceso de soldadura GMAW.
- Con la simulación numérica, en el panel de visualización del “*Results*” de la herramienta asistida por computadora, se predijo un conjunto de curvas isotérmicas pertenecientes a la Zona Afectada Térmicamente (ZAT); estas curvas muestran el historial de temperaturas, es decir la distribución de las mismas con la variación del tiempo que dura realizar el soldeo de una probeta virtual de ciertas características físicas, es decir se conoció el comportamiento térmico requerido. Es así que se obtuvo una temperatura de formación máxima del arco eléctrico de  $3012,6^{\circ}\text{K}$  ( $2739,45^{\circ}\text{C}$ ) en un tiempo  $t = 6,1\text{ s}$  y una temperatura máxima promedio de todo el proceso a partir que se estabilizo el arco eléctrico de  $2523,05^{\circ}\text{K}$  ( $2249.90^{\circ}\text{C}$ ).
- Se utilizó otro paquete CAE muy manejado en el Ecuador, por su versatilidad, eficiencia entre otras ventajas para la validación del modelo matemático que se propuso en este estudio, adicionalmente esta herramienta numérica posee el algoritmo del Método de los Elementos Finitos MEF para el desarrollo de las simulaciones, lo más importante de esta validación fue que se obtuvo un error relativo de 2,43 % al comparar las

temperaturas máximas del cordón de soldadura y un error de 1,01 % al comparar la longitud útil de la ZAT en un tiempo  $t = 30$  s, se puede decir que son errores aceptables que dan por hecho que el modelo matemático es eficiente y apropiado para este tipo de problemas térmicos que surgen constantemente en la vida real en ingeniería, construcción, etc.

## RECOMENDACIONES

- Se recomienda la utilización de softwares CAE (Computer Aided Engineering), CAD (Computer-Aided Design) ya sean comerciales o del tipo estudiantiles para realizar simulaciones de ingeniería para ajustar parámetros de diseño antes de construir los prototipos, ya que es más fácil corregir errores en la etapa de diseño que en la etapa de fabricación o construcción de elementos mecánicos, etc. En otras palabras, al utilizar la simulación nos permitirá experimentar con modelos de sistemas para comprender mejor los procesos con el fin de mejorar los trabajos en la realidad.
- Siempre es necesario realizar la primera ejecución del programa después de su verificación con una malla gruesa, y con la ayuda de una variable de estado para ir progresivamente cambiando de estructura hasta una más fina, para lograr encontrar entre dos mallas consecutivas una diferencia del valor de la variable no muy significativa y por ende elegir el mallado que ayude a la convergencia adecuada de la solución. Así también se ahorra recursos de hardware por lo tanto tiempo de simulación.
- Recordar que las simulaciones no reemplazan en su totalidad a la comprobación experimental en los laboratorios de metalurgia de soldadura, en este caso se utilizó un material muy común y manipulado en el Ecuador, por lo tanto, bajo criterios de norma e investigaciones previas se pudo encontrar información fiable para utilizar tanto en el software COMSOL como en la validación con Ansys, habrá el caso que se realice estudios con un material poco conocido o poco común, ahí a más de una comprobación con otro paquete computacional será necesario la validación física experimental para mayor seguridad y fiabilidad del modelo numérico.
- Se recomienda investigar correctamente todo lo referente al fenómeno a modelar, así como estudiar las normativas ASME, AWS entre otras, para poder elegir correctamente los parámetros y variables necesarias para realizar el modelo matemático, caso contrario se tendrá mucha información irrelevante que hagan un modelo robusto, difícil de resolver y por ende complicado simular es decir desgaste innecesario del tiempo de procesamiento.
- Se recomienda continuar con la investigación, haciendo la validación con la utilización de una probeta física que represente el modelo matemático propuesto, en un laboratorio de ingeniería de materiales o metalurgia de la soldadura, este establecimiento debe ser certificado y calificado bajo la normativa correspondiente, con las herramientas necesarias y el material adecuado para obtener los resultados esperados y apropiados.

## BIBLIOGRAFÍA

- Berrío, M., Vanegas, N. A., & Serna, C. P. (2010). Evaluación de las distorsiones de contracción lateral de uniones soldadas a tope. *Revista Colombiana de Materiales N.3*, 25-41.
- BFMéxico. (2017). *Soldadura-Automatización-Robótica*. Recuperado de: <https://www.bfmx.com/soldadura/zona-afectada-termicamente/>
- Bilenko, G. A., Khaibrakhmanov, R. U., & Korobov, Y. S. (2017). Computer Simulation in Developing the Technology of Welding High-Tensite Steel Sheets. *Metallurgist*, 265-270. Recuperado de: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11015-017-0487-8>
- Birk, M. (1999). *Simulation of Welding Distortions in Ship Section, Industrial PhD Thesis*.
- Blog ESSS. (2021). *Ingeniería Asistida por Computadora: ¿que es y cómo funciona?* Recuperado de: <https://www.esss.co/es/blog/ingenieria-asistida-por-computadora-que-es-y-como-funciona/>
- Bullón, W. C. (2010). *Simulación de un proceso de soldadura utilizando un modelo termo-mecánico tridimensional con prescripción de temperatura*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12404/923>
- Centro de conocimiento ESAB. (2021). Recuperado de: [https://www.esab.com.ar/ar/sp/education/blog/proceso\\_soldadura\\_gmaw.cfm](https://www.esab.com.ar/ar/sp/education/blog/proceso_soldadura_gmaw.cfm)
- Chen, X., Yu, G., He, X., Li, S., & Li, Z. (2020). Numerical study of heat transfer and solute distribution in hybrid laser-MIG welding. *International Journal of Thermal Sciences*, 149.
- Christensen, N., & Grong, O. (1986). Effects of weaving on temperature distribution in fusion welding. *Science and Technology of Materials*, 967-973. Recuperado de: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1179/mst.1986.2.9.967>
- Dávalos, J. J. (2017). Análisis de la distorsión de un elemento estructural soldado mediante el proceso GMAW. In *Instituto Tecnológico de Pachuca*.
- Ferri, D. M., & Díaz del Castillo, F. (2018). *Método de Elementos Finitos y AutoFEM*. Recuperado de: [http://olimpia.cuautitlan2.unam.mx/pagina\\_ingenieria/mecanica/mat/mat\\_mec/m1/Elemento\\_finito\\_Autofem.pdf](http://olimpia.cuautitlan2.unam.mx/pagina_ingenieria/mecanica/mat/mat_mec/m1/Elemento_finito_Autofem.pdf)
- Fosca, C. (2007). *Introducción a la Metalurgia de la Soldadura*.
- Franco, R., Valverde, Q. M., & Yépez, H. (2015). *Procedimiento para Determinar los Campos de Temperaturas Producidos por el Proceso de Soldadura en Cordones Rectilíneos Mediante Simulación Numérica*.
- García García, V., Camacho Arriaga, J. C., & Reyes Calderón, F. (2013). Análisis mediante modelación computacional del proceso GTAW. *Memorias del XIX congreso internacional anual de la SOMIM*.



- García, A. P. (n.d.). *Metalurgia de uniones soldadas. Modelización*.
- García, G. V. (2019). *Modelación computacional de la soldadura de aceros avanzados alto-Mn austeníticos de plasticidad inducida por maclaje (TWIP) mediante el proceso GTAW*. Recuperado de: Tesis Doctoral.
- Giachino, W. (1988). *Técnica y práctica de la soldadura*. Recuperado de: [https://books.google.com.ec/books/about/T%C3%A9cnica\\_y\\_pr%C3%A1ctica\\_de\\_la\\_soldadura.html?id=JE2RK4QupuoC&redir\\_esc=y](https://books.google.com.ec/books/about/T%C3%A9cnica_y_pr%C3%A1ctica_de_la_soldadura.html?id=JE2RK4QupuoC&redir_esc=y)
- Goldak, J. A., & Akhlaghi, M. (2005). *Computational Welding Mechanics*. Recuperado de: <https://link.springer.com/book/10.1007/b101137>
- Grover, R. B., & Hwang, P. Y. (1997). *Introduction to random signals and applied Kalman filtering*.
- Hernández, I. A., Pérez, J. M., & Aguilera, E. G. (2013). Determinación de Esfuerzos Residuales en una Estructura Tipo I Producidos por Soldadura. *Memorias del XIX Congreso Internacional Anual de la SOMIM*, 1022-1032. Recuperado de: [http://somim.org.mx/memorias/memorias2013/pdfs/A4/A4\\_222.pdf](http://somim.org.mx/memorias/memorias2013/pdfs/A4/A4_222.pdf)
- Hitesh, D. V., Harimkar, S. P., Boetcher, S. K., & Dahotre, N. B. (2013). One-dimensional multipulse laser machining of structural alumina: evolution of surface topography. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 69-83. Recuperado de: <https://link.springer.com/article/10.1007%252Fs00170-012-4709-8>
- Holman, J. P. (1999). *Transferencia de Calor*.
- Horwitz, H. (1997). *Soldadura aplicaciones y práctica*. Moscú.
- Incropera, F. P., & De Witt, D. P. (1996). *Fundamentos de Transferencia de Calor*.
- Lindgren, L. (1996). The use of simulations and the need of experiments in material processing. *Mechanical Design y Production VI*, 149-161.
- López, A. M., & Montenegro, S. B. (2008). *Estudio de distorsiones producidas en vigas tipo I fabricadas por soldadura a filete en el proceso GMAW*.
- Lostado, R., Martínez, R. F., Donald, B. I., & Villanueva, P. (2015). Combining Soft Computing Techniques and the Finite Element Method to Design and Optimize Complex Welded Products. *IOS Press*, 22, 153-170. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/274370937\\_Combining\\_soft\\_computing\\_techniques\\_and\\_the\\_finite\\_element\\_method\\_to\\_design\\_and\\_optimize\\_complex\\_welded\\_products/link/551bf8970cf2fe6cbf760c34/download](https://www.researchgate.net/publication/274370937_Combining_soft_computing_techniques_and_the_finite_element_method_to_design_and_optimize_complex_welded_products/link/551bf8970cf2fe6cbf760c34/download)
- Mañas, M. B., & Martínez, A. L. (2019). *Ecuaciones Diferenciales II*. Universidad Complutense Madrid.
- Marinkovic, D., & Zehn, M. (2019). Survey of Finite Element Method-Based Real-Time Simulations. *Review Applied Sciences*. Recuperado de: <https://doi.org/10.3390/app9142775>

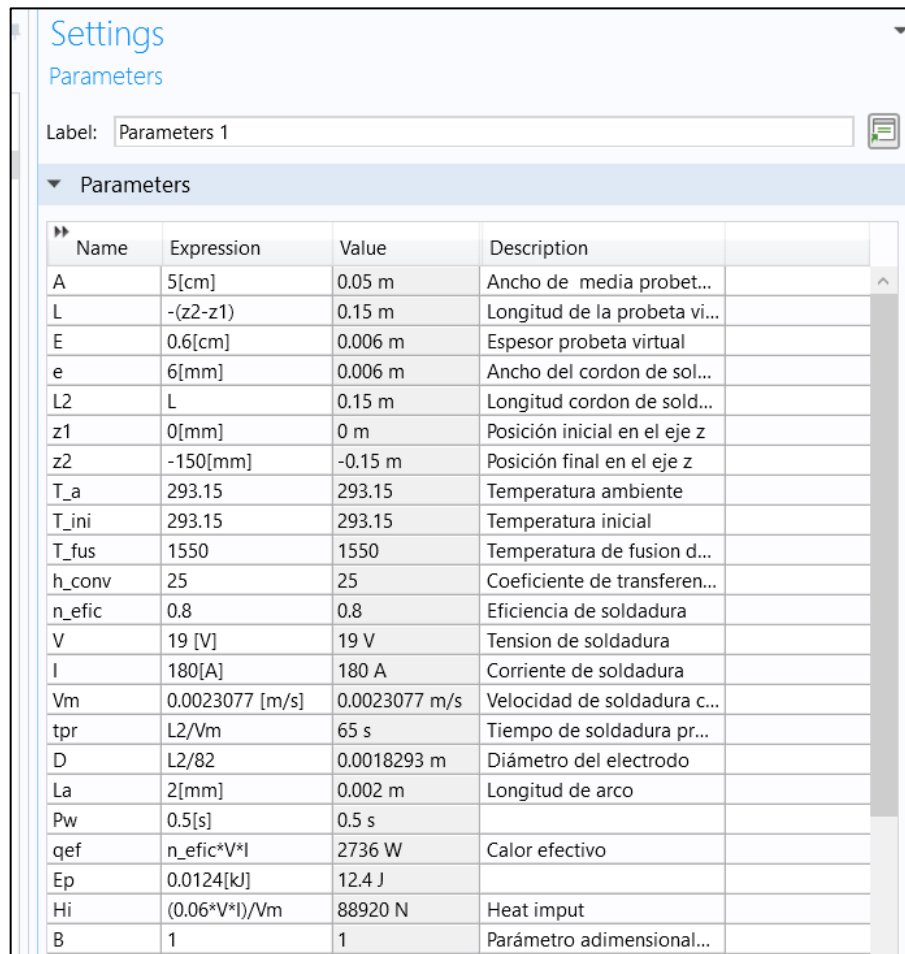
- Martínez, E. J., Estrems, M., & Miguel, V. (2010). Desarrollo de un modelo matemático de diferencias finitas para el análisis del campo de temperaturas en la soldadura por arco de chapas finas de un acero inoxidable. *Revista de Metalurgia*, 511-519. Recuperado de: <https://doi.org/10.3989/revmetalmadrid.1021>
- Martínez, M. d., & Patiño, D. B. (2015). *Simulación por ordenador mediante el Método de Elementos Finitos y optimización por el Método de Ingeniería Robusta, de conectores para estantería metálica*. Recuperado de: <http://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/7767>
- McDill, J. M., Oddy, A. S., Goldak, J. A., & Bennison, S. (1990). Finite Element Analysis of Weld Distortion in Carbon and Stainless Steels. *Journal of Strain Analysis*, 25.
- Millán Gómez, S. (2006). *Procedimientos de Mecanizado*.
- Montes, R. J. (2015). *Aplicación del programa Comsol Multiphysics en la Ingeniería Mecánica*. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/71398532.pdf>
- Moore, J. (2015). Pragmatism, mathematical models and the scientific ideal of prediction and control. *Behavioural processes*, 2-13.
- Muñoz, J. J., Álvarez, R. C., Ureña, F. P., Saleté, E. C., & Ortega, E. A. (2014). *Introducción al Método de los Elementos Finitos*.
- Nápoles Padrón, E., Gonzáles Carbonell, R., & Olivares Díaz, E. (2014). *Una Introducción al Análisis por Elementos Finitos: Aplicaciones y Ejemplos*. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/283151622\\_Una\\_introduccion\\_al\\_Analisis\\_por\\_Elementos\\_Finitos\\_aplicaciones\\_y\\_ejemplos](https://www.researchgate.net/publication/283151622_Una_introduccion_al_Analisis_por_Elementos_Finitos_aplicaciones_y_ejemplos)
- Osmar, G. (2016). *Determinación de deformaciones y tensiones residuales en tuberías unidas por soldadura utilizando simulación numérica para su aplicación en gasoducto*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12404/6608>
- Pérez, J., & Romero, J. (2017). *Simulación computacional de esfuerzo-deformación y transferencia de calor de un secador cilíndrico rotativo de la industria papelera*.
- Pintado, A. M. (2018). *Determinación del efecto de la soldadura en el comportamiento mecánico en las estructuras metálicas por medio del Método de Elementos Finitos*. Recuperado de: <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/15163>
- Pozo, J. A., Acosta, P. E., Crespo, A. C., & Díaz, E. (2011). Análisis térmico de soldadura GTAW sobre placa de acero AISI 316L empleando el Método de Elementos Finitos. *Empresa de diseño y servicios de ingeniería UEB Villa Clara*, 256-264.
- Qingcheng, Y., Zhang, P., Cheng, L., Min, Z., Chyu, M., y To, A. C. (2016). Finite element modeling and validation of thermomechanical behavior of Ti-6Al-4V in directed energy deposition additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 169-177. Recuperado de: <https://doi.org/10.1016/j.addma.2016.06.012>

- Ribera, J., & Prado, J. M. (n.d.). Modelización térmica y estructural de la zona afectada por el calor en la soldadura . *Revista de soldadura N 199*, 185-198.
- Rodríguez, G. (2011). *Análisis del comportamiento mecánico y microestructural en juntas soldadas por medio del proceso GMAW en aceros disimiles*. Recuperado de: <http://mriuc.bc.uc.edu.ve/bitstream/handle/123456789/6456/grodriguez.pdf?sequence=1>
- Rodríguez, H. (2022). *Ingemecanica*. Recuperado de: [https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn40.html#:~:text=El%20proceso%20de%20soldadura%20por,%2C%20ox%C3%ADgeno%2C%20etc.\)](https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn40.html#:~:text=El%20proceso%20de%20soldadura%20por,%2C%20ox%C3%ADgeno%2C%20etc.))
- Roldán, P. N. (2019). *Modelo matemático*. Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/modelo-matematico.html>
- Romero, S., Moreno, F. J., & Rodríguez, I. M. (2001). *Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP's)*. Recuperado de: [http://www.uhu.es/sixto.romero/EDP\\_libro.pdf](http://www.uhu.es/sixto.romero/EDP_libro.pdf)
- Romero, S., Moreno, F., & Rodríguez, I. (2001). *Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP's)*. Recuperado de: [http://www.uhu.es/sixto.romero/EDP\\_libro.pdf](http://www.uhu.es/sixto.romero/EDP_libro.pdf)
- Segarra, J. A. (2015). *Modelización de procesos de soldadura GMAW y GTAW de la aleación de magnesio AZ31B. Estudio y análisis del comportamiento de este tipo de uniones soldadas frente a la corrosión en medios salinos*. Recuperado de: Tesis Doctoral.
- Serway, R. A., & Faughn, J. S. (2001). *Física*. Recuperado de: <https://biblioseb.files.wordpress.com/2013/04/fisica-vol-2-5ta-edicion-serway.pdf>
- Siemens DMCA. (2021). *Siemens Digital Industries Software* . Recuperado de: <https://www.plm.automation.siemens.com/global/es/our-story/glossary/computer-aided-engineering-cae/13112>
- Sonnerlind, H. (2016). *How to Make Boundary Conditions Conditional in Your Simulation*. Recuperado de: <https://www.comsol.com/blogs/how-to-make-boundary-conditions-conditional-in-your-simulation/>
- Stamenkovic, D., & Vasovic, I. (2009). Finite Element Analysis of Residual Stress in Butt Welding Two Similar Plates. *Scientific Technical Review*, LIX(1).
- Terán, H. C., Andaluz, V. H., Arteaga, O. B., & Bonilla, W. M. (2018). *Procesos Metalúrgicos en la Soldadura*. Sangolqui. Recuperado de: <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/15407>
- Viamontes Cruz, E. I. (2018). *Influencia del espesor de la pieza a soldar sobre la profundidad del baño de soldadura*. Santa Clara. Recuperado de: <https://dspace.uclv.edu.cu/handle/123456789/10276>
- Yang, Q., Zhang, P., Cheng, L., Min, Z., Chyu, M., & To, A. C. (2016). Finite element modeling and validation of thermomechanical behavior of Ti-6Al-4V in directed energy deposition additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 12, 169-177.

- Yunus, C. A., & Afshin, J. G. (2011). *Transferencia de Calor y Masa Fundamentos y Aplicaciones*.
- Yupa, R. M. (2016). *Análisis estructural y modal de la hélice de un aerogenerador de 3kW de potencia mediante simulación numérica computacional*.
- Zienkiewicz, O., & Taylor, R. L. (1994). *El Método de Elementos Finitos*. Barcelona.

## ANEXOS

### ANEXO A. Parámetros ingresados al software CAE principal.



Name	Expression	Value	Description
A	5[cm]	0.05 m	Ancho de media probet...
L	-(z2-z1)	0.15 m	Longitud de la probeta vi...
E	0.6[cm]	0.006 m	Espesor probeta virtual
e	6[mm]	0.006 m	Ancho del cordon de sol...
L2	L	0.15 m	Longitud cordon de sold...
z1	0[mm]	0 m	Posición inicial en el eje z
z2	-150[mm]	-0.15 m	Posición final en el eje z
T_a	293.15	293.15	Temperatura ambiente
T_ini	293.15	293.15	Temperatura inicial
T_fus	1550	1550	Temperatura de fusion d...
h_conv	25	25	Coefficiente de transferen...
n_efic	0.8	0.8	Eficiencia de soldadura
V	19 [V]	19 V	Tension de soldadura
I	180[A]	180 A	Corriente de soldadura
Vm	0.0023077 [m/s]	0.0023077 m/s	Velocidad de soldadura c...
tpr	L2/Vm	65 s	Tiempo de soldadura pr...
D	L2/82	0.0018293 m	Diámetro del electrodo
La	2[mm]	0.002 m	Longitud de arco
Pw	0.5[s]	0.5 s	
qef	n_efic*V*I	2736 W	Calor efectivo
Ep	0.0124[kJ]	12.4 J	
Hi	(0.06*V*I)/Vm	88920 N	Heat input
B	1	1	Parámetro adimensional...

**ANEXO B.** Condición de contorno: Densidad media de potencia en el software CAE principal.

Settings

Variables

Label:

Geometric Entity Selection

Geometric entity level:

ON

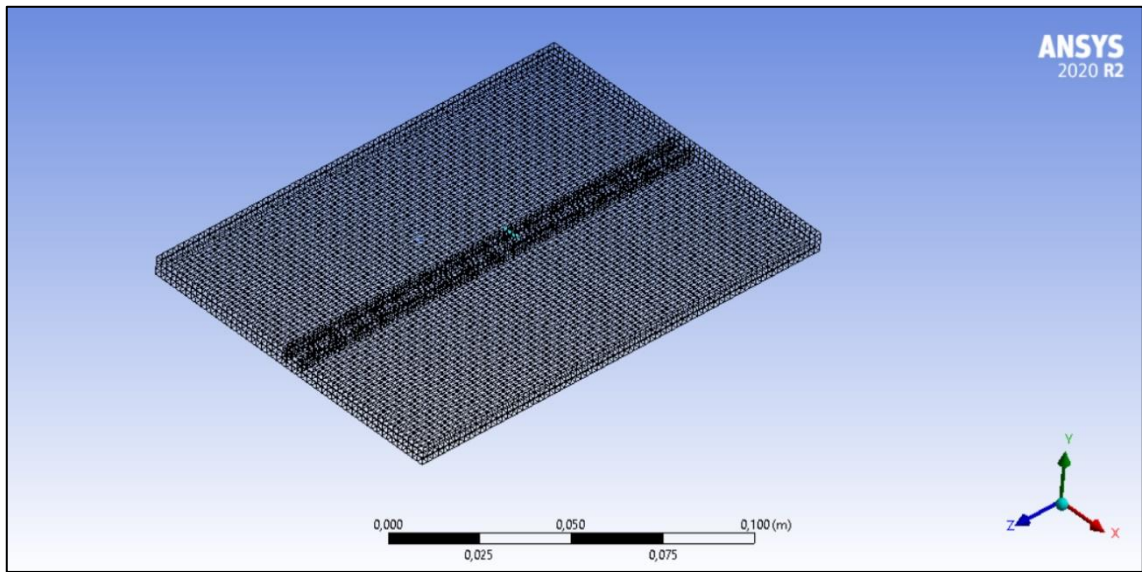
Active

Variables

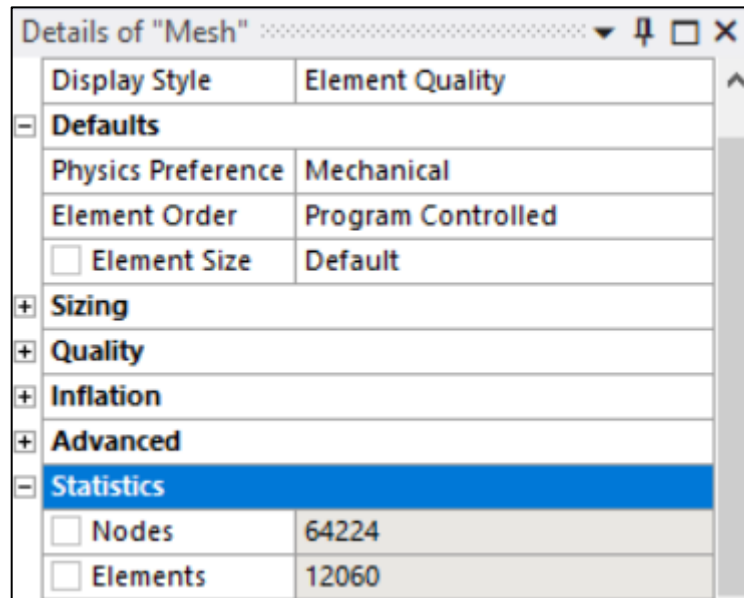
Name	Expression	Unit	Description
Ed	$E_p / (P_w * (\pi * 0.25 * D^2))$	W/m <sup>2</sup>	Energía producida por el arco eléctrico
G_s	$\exp(-(((z-z_r)^2)/(2*x_d^2)))$		Termino de relación de posiciones
Dp	Ed*G_s	W/m <sup>2</sup>	Densidad media de potencia
zr	z0+Vm*t	m	Posición final del punto en movimiento

↑ ↓ ↻ 📄 🖨

**ANEXO C.** Mallado en el software de validación.



**ANEXO D.** Características de la malla optima en el software de validación.



The image shows a software window titled "Details of 'Mesh'" with a standard Windows-style title bar. The window contains a tree view on the left and a table of settings on the right. The tree view includes sections for Defaults, Sizing, Quality, Inflation, Advanced, and Statistics. The Statistics section is expanded, showing a table with two rows: Nodes (64224) and Elements (12060). Each row has a checkbox to its left.

Display Style		Element Quality	
<b>Defaults</b>			
Physics Preference		Mechanical	
Element Order		Program Controlled	
<input type="checkbox"/> Element Size		Default	
<b>Sizing</b>			
<b>Quality</b>			
<b>Inflation</b>			
<b>Advanced</b>			
<b>Statistics</b>			
<input type="checkbox"/> Nodes		64224	
<input type="checkbox"/> Elements		12060	