



# **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**

**Aplicación del software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín-Riobamba**

**MERCY ESTHELA GUACHO TAXI**

**Trabajo de Titulación modalidad: Proyecto de investigación y desarrollo, presentado ante el Instituto de Posgrado y Educación Continua de la ESPOCH, como requisito parcial para la obtención del grado de:**

**MAGÍSTER EN MATEMÁTICA, MENCIÓN MODELACIÓN Y  
DOCENCIA**

**Riobamba - Ecuador**

**Marzo - 2024**

Yo, Mercy Esthela Guacho Tixi, declaro que el presente Trabajo de Titulación modalidad Proyectos de Investigación y Desarrollo, es de mi autoría y que los resultados del mismo son auténticos y originales. Los textos constantes en el documento que provienen de otra fuente están debidamente citados y referenciados

Como autora, asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este proyecto de investigación de maestría, el patrimonio intelectual pertenece a Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Riobamba, marzo de 2024



MERCY ESTHELA GUACHO TIXI

C.C. 0602759771

**©2023, Mercy Esthela Guacho Tixi**

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.



## ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

### EL TRIBUNAL DEL TRABAJO DE TITULACIÓN CERTIFICA QUE:

El Trabajo de Titulación modalidad Proyectos de Investigación y desarrollo, titulado Aplicación del software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín-Riobamba, de responsabilidad de la señora Mercy Esthela Guacho Tixi, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros del Tribunal de trabajo de titulación, el mismo que cumple con los requisitos científicos, técnicos, legales, en tal virtud el tribunal autoriza su presentación.

Ing. María José Mendoza Salazar M. Sc.

**PRESIDENTEA**

Ing. Deysi Margoth Guanga Chunata Mgtr.

**DIRECTORA**

Dr. José Rigoberto Muñoz Cargua Mgtr.

**MIEMBRO**

Dr. Edgar Francisco Llanga Vargas Mgtr.

**MIEMBRO**

**Marzo de 2024**

## **DEDICATORIA**

Esta tesis está dedicada en primer lugar a Dios por ser mi guía, fortaleza y la luz que ha iluminado mi sendero en cada paso de este trabajo.

A mi esposo Carlos Eduardo y a mis hijas Daniela Mishel y Emilia Alejandra, quienes como llama que aviva mi búsqueda de superación, me han acompañado en esta travesía, pero sobre todo porque con su comprensión y apoyo incondicional se han convertido en el motor que impulsa el logro de mis aspiraciones, animándome a vencer todo tipo de obstáculos y no dejarme desmayar cuando pensaba que no podía continuar, brindándome la confianza para perseverar en el trayecto de este viaje académico.

Mercy G.

## **AGRADECIMIENTO**

Quiero expresar un profundo agradecimiento a la Unidad Educativa Isabel de Godín, en especial al Mtr. Eduardo Vallejo, Vicerrector Académico, al Licenciado Ángel Soto, docente de la asignatura de matemáticas, y a los estudiantes del Primero de BGU por su colaboración voluntaria y entusiasta, ya que su participación activa y comprometida han dejado una huella invaluable en este trabajo, permitiendo que propuesta investigativa se cristalice.

A los miembros del Tribunal del trabajo de titulación Ing. Deysi Margoth Guanga Chunata, Mgtr. Dr. José Rigoberto Muñoz Cargua, Mgtr., y al Dr. Edgar Francisco Llanga Vargas, Mgtr., por su guía, apoyo y todas las sugerencias brindadas para que esta investigación concluya con éxito.

A los docentes de la maestría en Matemática con mención en Modelación y Docencia por compartir sus valiosos conocimientos en cada clase.

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN .....	xv
SUMMARY .....	xvi
CAPÍTULO I .....	1
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 Planteamiento del problema.....	2
1.1.1 Situación problemática .....	2
1.3 Formulación del problema .....	3
1.4 Preguntas directrices o específicas de la investigación.....	3
1.5 Justificación de la investigación.....	3
1.6 Objetivo general .....	4
1.7 Objetivos específicos.....	4
1.8 Hipótesis.....	5
1.8.1 Hipótesis general.....	5
CAPÍTULO II .....	6
2. MARCO TEÓRICO.....	6
2.1 Antecedentes .....	6
2.2 Fundamentación epistemológica, pedagógica y sociológica.....	8
2.2.1 Fundamentación epistemológica .....	8
2.2.2 Fundamentación pedagógica .....	10
2.2.3 Fundamentación sociológica .....	11
2.3 Bases teóricas.....	11
2.3.1 Educación .....	11
2.3.2 Aprendizaje.....	12
2.3.3 Teoría Constructivista .....	16
2.3.4 Concepto de Software educativo.....	16
2.3.5 Concepto de GeoGebra .....	17
2.4 Identificación de variables .....	20
2.5 Operacionalización de variables.....	21
2.6 Matriz de consistencia.....	23

CAPÍTULO III.....	24
3. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN.....	24
3.1 Tipo y diseño de investigación .....	24
3.2 Métodos de investigación .....	24
3.3 Enfoque de la investigación.....	25
3.4 Alcance de la investigación.....	25
3.6 Unidad de análisis. ....	26
3.7 Selección de la muestra .....	26
3.8 Tamaño de la muestra .....	27
3.10 Instrumentos de recolección de datos primarios y secundarios .....	27
3.10.1 <i>Confiability del instrumento</i> .....	29
3.11 Instrumentos para procesar datos recopilados.....	30
CAPÍTULO IV .....	33
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	33
4.1 Análisis e interpretación de resultados .....	33
4.2.1 <i>Prueba de normalidad del PRE-TEST</i> .....	34
4.2.2 <i>Prueba de homogeneidad de Varianzas</i> .....	35
4.2.3 <i>Procesamiento y análisis de los datos</i> .....	35
4.3 Resultados del rendimiento académico Pre-test .....	36
4.4 Resultados del rendimiento académico POST-TEST. ....	38
4.4.1 <i>Prueba de normalidad del POST TEST</i> .....	39
4.4.2 <i>Prueba de homogeneidad de Varianzas</i> .....	39
4.4.3 Estadísticos descriptivos POST-TEST. ....	40
4.4.4 <i>Rendimiento académico POST-TEST</i> .....	40
4.4.5 <i>Análisis del Grupo Experimental: Pre Test y Post Test</i> .....	42
4.5 Comprobación de Hipótesis .....	43
4.6 Discusión de resultados.....	44
CAPÍTULO V .....	47
5. PROPUESTA.....	47
5.1 Introducción .....	47
5.2 Desarrollo de la Propuesta .....	48
5.2.1 <i>Módulo 1</i> .....	48



5.2.2 Módulo 2 .....	59
5.2.3 Módulo 3 .....	66
CONCLUSIONES .....	90
RECOMENDACIONES.....	91
GLOSARIO	
BIBLIOGRAFÍA	
ANEXOS	

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1-2: Operacionalización de la variable independiente. ....	21
Tabla 2-2: Operacionalización de la variable dependiente. ....	22
Tabla 3-2: Matriz de consistencia .....	23
Tabla 1-3: Población .....	27
Tabla 2-3: Valoración cuestionario según expertos .....	28
Tabla 3-3: Valores para los niveles de validez .....	28
Tabla 4-3: Resultado del coeficiente alfa de Cronbach por pregunta .....	29
Tabla 5-3: Escala de confiabilidad del coeficiente alfa de Cronbach .....	29
Tabla 6-3: Escala obtenida en el coeficiente alfa de Cronbach .....	30
Tabla 1-4: Pruebas de normalidad del Pre Test. Shapiro Wilk.....	35
Tabla 2-4: Pruebas de homogeneidad de varianzas prueba F .....	35
Tabla 3-4: Total de observaciones por grupo .....	36
Tabla 4-4: Estadísticas de resumen grupo control y experimental .....	36
Tabla 5-4: Estadísticas de resumen grupo control y experimental .....	37
Tabla 6-4: Rendimiento académico grupo control momento antes. ....	37
Tabla 6-5: Rendimiento académico grupo experimental momento antes. ....	37
Tabla 7-4: Prueba de normalidad grupos experimental y control momento después. ....	39
Tabla 8-4: Pruebas de homogeneidad de varianzas prueba F .....	39
Tabla 9-4: Total de observaciones POST-TEST por grupo de estudio .....	40
Tabla 9-4: Estadísticos de resumen por grupo de estudio POST-TEST .....	40
Tabla 10-4: Rendimiento académico grupo control momento después. ....	41
Tabla 11-4: Rendimiento académico grupo experimental momento después.....	41
Tabla 12-4: Rendimiento Académico Pre Test- Post Test del Grupo Experimental .....	43
Tabla 13-4: Prueba t para medias de dos muestras independientes .....	44
Tabla 1-3. Aplicaciones de vectores en la vida diaria.....	58

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1-4. Comparación de medias grupo experimental y control.....	38
Gráfico 2-4. Comparación medias Post Test grupos experimental y control.....	42
Gráfico 3-4. Comparación medias Post Test grupos experimental y control.....	42

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-3. Ubicación Unidad Educativa “Isabel de Godín”.....	26
Figura 1-5. Longitud de un lápiz .....	49
Figura 2-5. Tiempo de recorrido del bus.....	49
Figura 3-5. Temperatura del día.....	49
Figura 4-5. Competencia de atletismo .....	50
Figura 5-5. Mover un sofá .....	50
Figura 6-5. Desplazamiento de un auto .....	50
Figura 7-5. Área de trabajo de GeoGebra.....	52
Figura 8-5. Ingreso de dos puntos.....	52
Figura 9-5. Gráfico de un vector utilizando la caja “Entrada” .....	53
Figura 10-5. Gráfico de un vector mediante la herramienta “Vector” .....	53
Figura 11-5. Desplazamiento .....	54
Figura 12-5. Trazo de un vector.....	54
Figura 13-5. Coordenadas de un vector .....	55
Figura 14-5. Distancia o módulo de un vector.....	56
Figura 15-5. Ángulo de un vector .....	56
Figura 16-5. Opción para calcular el valor del ángulo .....	57
Figura 17-5. Mapa del Ecuador .....	58
Figura 18-3. Vector fijo.....	60
Figura 19-5. Vectores equipolentes.....	61
Figura 20-5. Vectores libres .....	62
Figura 21-5. Vectores opuestos .....	62
Figura 22-5. Vectores $AB$ y $CD$ .....	63
Figura 23-5. Módulo del vector $u$ .....	64

Figura 24-5. Circulación de buses .....	64
Figura 24-5. Balancín .....	65
Figura 25-5. Vectores $u, v$ .....	67
Figura 26-5. Vector resultante método del polígono.....	68
Figura 27-5. Vectores $u, v$ .....	69
Figura 28-5. Rectas paralelas a los vectores $u, v$ .....	69
Figura 29-5. Cambio de color en propiedades del objeto .....	70
Figura 30-5. Personalizar color en las rectas paralelas a los vectores $u, v$ .....	70
Figura 31-5. Estilo de línea en las rectas paralelas a los vectores $u, v$ .....	70
Figura 32-5. Vector resultante al sumar los vectores $u, v$ .....	71
Figura 33-5. Vector resultante al sumar los vectores $u, v, w, t$ .....	71
Figura 34-5. Resta de vectores método del polígono.....	74
Figura 35-5. Graficando vectores .....	77
Figura 36-5. Opción ángulo .....	78
Figura 37-5. Ángulo entre vectores .....	78
Figura 38-5. Opción segmento.....	79
Figura 39-5. Módulo de los vectores $u$ y $v$ . .....	79
Figura 40-5. Producto escalar .....	80
Figura 41-5. Producto escalar utilizando el comando producto escalar .....	80
Figura 42-5. Opción vista gráfica 3D. ....	83
Figura 43-5. Gráfico vector $u$ .....	83
Figura 44-5. Gráfico vector $v$ .....	84
Figura 45-5. Producto vectorial utilizando el comando Producto Vectorial.....	84
Figura 46-5. Vector $s$ como resultado del producto vectorial .....	85
Figura 47-5. Perpendicularidad entre vectores .....	85

Figura 48-5. Producto vectorial interpretación geométrica .....	87
Figura 49-5. Área del paralelogramo .....	87

## **ÍNDICE DE ANEXOS**

ANEXO A: MATRIZ DE VALIDACIÓN DEL CUESTIONARIO

ANEXO B: FORMATO PUNTUACIONES DE EXPERTOS VALIDEZ  
CUESTIONARIO

ANEXO C: PRE TES Y POST TES

## **RESUMEN**

El presente trabajo tiene como objetivo utilizar el software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de las operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín, de la ciudad de Riobamba, año lectivo 2022 -2023. Para cumplir con el objetivo primero se identificaron los problemas más comunes de los estudiantes al abordar operaciones con vectores, se desarrolló la estrategia didáctica usando GeoGebra con un enfoque constructivista, y que incluye actividades que inducen a la reflexión y resolución de problemas facilitando la conexión entre conceptos abstractos y representaciones visuales, se aplicó un test validado por docentes expertos en el tema y la confiabilidad del test se midió con el coeficiente Alfa de Cronbach. La población de estudio estuvo integrada por dos paralelos de primero de bachillerato seleccionados mediante un muestreo no probabilístico. Para el análisis estadístico se utilizó la prueba t-student para muestras independientes, se obtuvo un valor p de 0.000005002, verificando que hay una diferencia significativa del rendimiento académico del grupo experimental después de aplicar la estrategia didáctica propuesta, al revisar las estadísticas de resumen del grupo control y grupo experimental se visualiza un nivel más alto de rendimiento académico en el grupo experimental, además en el Post Test la media aumentó de 4,86 a 7,61 confirmando el resultado obtenido con la prueba estadística. En conclusión, se evidenció un incremento notable en el rendimiento académico al emplear el software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores, estos resultados respaldan que la estrategia didáctica propuesta contribuye a la mejora en el rendimiento académico de los estudiantes.

**Palabras claves:** MATEMÁTICAS, GEOGEBRA, ALGEBRA VECTORIAL, ENSEÑANZA – APRENDIZAJE, RENDIMIENTO ACADÉMICO



## SUMMARY

The aim of this research is to use the GeoGebra software as a teaching strategy for learning operations with vectors on first baccalaureate students. from the Isabel de Godín High School, in Riobamba city, school year 2022 -2023. To reach the objective, it was necessary to identify the most common problems of students when they have to address operations with vectors, the teaching strategy was developed using GeoGebra with a constructivist approach, and which includes activities that induce reflection and problem solving, facilitating the connection between abstract concepts and visual representations, a test validated by expert teachers on the subject was applied and the reliability of the test was measured with Cronbach's Alpha coefficient. The study population was made up of two parallel of Students from first baccalaureate who were selected through a non-probabilistic sample. For the statistical analysis, the t-student test for independent samples was used, a p value of 0.000005002 was obtained, verifying that there is a significant difference in the academic performance of the experimental group after applying the proposed teaching strategy, when reviewing the summary statistics of the control group and experimental group, a higher level of academic performance is seen in the experimental group; in addition, in the Post Test the average increased from 4.86 to 7.61, confirming the result obtained with the statistical approval. To sum up, a notable increase in academic performance is evident when using the GeoGebra software as a teaching strategy for learning operations with vectors. These results support that the proposed teaching strategy contributes to the improvement in the academic performance of students.

**Keywords:** MATHEMATICS, GEOGEBRA, VECTORAL ALGEBRA, TEACHING – LEARNING, ACADEMIC PERFORMANCE

## **CAPÍTULO I**

### **1. INTRODUCCIÓN**

La implementación de enfoques innovadores en la enseñanza de la matemática como el uso de la tecnología que a través de las diferentes aplicaciones software o herramientas educativas que actúan como mediadoras del aprendizaje, se han convertido en un recurso de apoyo innovador tanto para el docente como para los estudiantes conduciéndolos a estos últimos hacia el logro de aprendizajes significativos, y sobre tomando en cuenta que los alumnos son nativos digitales y que requieren del uso de estrategias pedagógicas que promuevan el desarrollo de habilidades y destrezas(Rojas et al., 2018)

Una de las materias más complicadas para los estudiantes siempre han sido las matemáticas y esta realidad está presente en todos los niveles de educación, a pesar de esta consideración, matemática es la disciplina más aplicada en casi todas las ramas del saber, ya que el uso de la misma despierta la creatividad, interés y el desarrollo del pensamiento de los alumnos, además sirven como base para procesos cognitivos complejos que requieren un pensamiento crítico, reflexivo y analítico. (Mato-Vázquez et al., 2017)

Facilitar el aprendizaje de las matemáticas es un reto permanente para los docentes, por tal motivo deben aplicar diferentes estrategias para promover situaciones y actividades creativas y significativas de enseñanza y de aprendizaje que motiven al estudiante, dejando de lado la enseñanza convencional; el uso de software especializado como GeoGebra es una alternativa muy adecuada para cubrir las necesidades y demandas de los estudiantes, especialmente en temas como geometría, álgebra, gráficos, estadística y cálculo(Ruiz et al., 2020)

La presente investigación se realizó en la unidad Educativa “Isabel de Godín” de la ciudad de Riobamba, como respuesta a la necesidad de contar con una estrategia didáctica para el aprendizaje de las operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato mediante el uso de GeoGebra.

El estudio está estructurado en cinco capítulos desarrollados de la siguiente manera:

En el CAPÍTULO I se realiza la introducción a la investigación y como parte de esta se aborda el planteamiento del problema que esta descrito por la situación problemática, la formulación del

problema, las preguntas directrices o específicas de la investigación y la justificación de la investigación, de la misma manera se plantea los objetivos: general y específicos, adicionalmente se plantea la hipótesis de estudio.

En el CAPÍTULO II se desarrolla el marco teórico, es decir se realiza una investigación documental para conocer el abordaje realizado por diferentes autores, acerca del tema de investigación y se aborda los antecedentes del problema, bases teóricas, el marco conceptual, se realiza la identificación de variables, así como la operacionalización de variables y la matriz de consistencia.

El CAPÍTULO III corresponde al marco metodológico, aquí se detallan los pasos, las técnicas y procedimientos de investigación empleados, primero se detalla la metodología de investigación, el tipo y diseño de investigación, los métodos, enfoque y alcance de la investigación, se informa la población de estudio y las técnicas e instrumentos de recolección de datos.

En el CAPÍTULO IV se presentan los resultados y la discusión, se informan los hallazgos de la investigación y el análisis de los datos obtenidos en la propuesta investigativa.

El CAPÍTULO V se presenta el diseño de la estrategia didáctica basada en el uso de GeoGebra para el aprendizaje de las operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín, de la ciudad de Riobamba.

## **1.1 Planteamiento del problema**

### ***1.1.1 Situación problemática***

El desafío constante para los docentes de todos los niveles educativos es lograr un aprendizaje exitoso de las matemáticas, para ello se han desarrollado propuestas metodológicas y didácticas, y estrategias de enseñanza para encontrar la forma más adecuada de realizar el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula y, sobre todo, que los estudiantes minimizan esa resistencia al aprendizaje de la matemática.

Las dificultades de aprendizaje de los contenidos en matemática se presentan también en la unidad de vectores, donde los estudiantes muestran debilidades en la comprensión de operaciones con vectores y pueden variar según el contexto específico y la formación previa del estudiante, ya que difieren de los números tradicionales acostumbrados a trabajar en aritmética, considerando que en esta unidad se abordan temas relacionados con magnitud y dirección, lo que puede ser difícil

de visualizar y entender el uso de coordenadas, componentes o notación unitaria, puede ser confusa para quienes no se familiarizan con la notación usada. (Torroba et al., 2019)

La matemática es una de las materias que no entusiasma a la mayoría de los estudiantes, por considerarse una materia difícil y abstracta; y si a esto se suma la falta de empleo de recursos didácticos y estrategias de aprendizaje que involucren el uso de herramientas tecnológicas como un software especializado que permita desarrollar actividades interactivas, representaciones visuales de conceptos matemáticos, gráficos, diagramas y animaciones que faciliten la comprensión de ideas abstractas, seguirá prevaleciendo esta falta de interés; la gamificación, pueden hacer que el aprendizaje de las matemáticas sea más divertido y atractivo.

Actualmente no se cuenta con fuentes bibliográficas que evidencien estudios acerca de los procesos cognitivos o estrategias de enseñanza que involucren el uso de GeoGebra para la enseñanza de operaciones con vectores que se hayan desarrollado en establecimientos educativos de la ciudad de Riobamba mucho menos en la Unidad Educativa Isabel de Godín, lo que indica que posiblemente los estudiantes se centran únicamente en enfoques algebraicos y geométricos, así como la resolución de problemas y no cuentan con herramientas interactivas y visuales que faciliten la comprensión de conceptos abstractos y la aplicación práctica de operaciones con vectores.

### **1.3 Formulación del problema**

¿Cómo incide el uso de GeoGebra como estrategia didáctica en la enseñanza de las operaciones con vectores en el rendimiento académico de los estudiantes de primero de Bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín?

### **1.4 Preguntas directrices o específicas de la investigación**

¿Cómo influye el software GeoGebra en el rendimiento académico de los estudiantes en el desarrollo de las operaciones con vectores?

¿Qué recursos de GeoGebra, se podrían utilizar en el aprendizaje de operaciones con vectores?

¿La representación gráfica en el software GeoGebra para el desarrollo de las operaciones suma, resta y multiplicación de vectores permite la consolidación de estos conceptos?

### **1.5 Justificación de la investigación**

En la actualidad estamos inmersos en la era de la información y el conocimiento, donde la tecnología abarca todas las áreas, pero sobre todo la educativa, mediante el uso de herramientas

de software, para incidir positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes y despertar el interés por la asignatura.

El uso del software GeoGebra, como estrategia de aprendizaje en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín es factible en su aplicación, por cuanto la institución cuenta con un laboratorio de cómputo y el software es libre y no posee requerimientos especiales para su instalación; además el uso de esta herramienta acompañada de la estrategia adecuada es una alternativa para mejorar la enseñanza de la matemática en general.

El aprendizaje del algebra vectorial es un conocimiento matemático que se oferta a los estudiantes del nivel medio para el desarrollo del pensamiento científico, fomentando el aprendizaje próximo a temáticas como el cálculo y otras asignaturas de carácter numérico preparándolos para los niveles de Educación Superior.

La necesidad de brindar al estudiante alternativas para mejorar el proceso de aprendizaje, mediante la ejercitación práctica con un software especializado que motive y potencialice las capacidades creativas y que estimule y facilite el aprendizaje de vectores, considerando que el uso de herramientas tecnológicas en la enseñanza de la matemática permite al estudiante establecer relaciones entre los objetos matemáticos y a familiarizarse con ellos, facilita el aprendizaje significativo y permite la construcción de conocimientos matemáticos.

### **1.6 Objetivo general**

Utilizar el software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de las operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín, de la ciudad de Riobamba, año lectivo 2022 -2023

### **1.7 Objetivos específicos**

- Diagnosticar que problemas presentan en el aprendizaje de operaciones con vectores los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín de la ciudad de Riobamba”
- Elaborar una estrategia didáctica que aporte a la enseñanza de las operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín en el año lectivo 2022- 2023, mediante el uso de GeoGebra.
- Comprobar si existe diferencia en el rendimiento académico entre el grupo de control y el grupo experimental luego de aplicar la estrategia didáctica con GeoGebra para el aprendizaje de operaciones con vectores utilizando técnicas estadísticas.

## **1.8 Hipótesis**

### ***1.8.1 Hipótesis general***

Existe diferencia significativa en el promedio del rendimiento académico entre los estudiantes que utilizan el Software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores y los que no aplican el Software GeoGebra para el aprendizaje de operaciones con vectores.

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1 Antecedentes

A nivel internacional

Clark-Wilson et al., 2020 en su trabajo de investigación, *Teaching with digital technology*, concluye que el empleo de tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas, pueden mejorar significativamente el proceso de aprendizaje de los estudiantes y que está estrechamente relacionado a la perspectiva del profesor de matemáticas con respecto al papel de la tecnología en el aprendizaje, así como al dominio por parte del profesor de estas técnicas y a la presentación de los contenidos en el aula que involucren el uso de tecnología.

Munyaruhengeri et al., 2023 en el artículo titulado. *Potentials and limitations of GeoGebra in teaching and learning limits and continuity of functions at selected senior four Rwandan secondary schools*, tiene como objetivo evaluar el potencial y las limitaciones de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de matemáticas. Refiere en sus conclusiones que el uso del software GeoGebra genera una mejor comprensión del aprendizaje tanto en el desarrollo procedimental como conceptual, adicionalmente los profesores de matemáticas de las escuelas secundarias creen que al incluir GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje se puede reducir en gran medida las limitaciones en la conceptualización de nociones matemáticas.

En la investigación titulada *Changes in the attitudes of mathematics and science teachers toward the integration and use of computerized technological tools as a result of the COVID-19 pandemic*, publicado por ((Klemer et al., 2023)), el objetivo de estudio fue comprender los cambios en las actitudes hacia la integración y el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) como resultado de la pandemia de COVID-19. Entre las conclusiones determina que los docentes hoy en día deben desarrollar destrezas tecnológicas e incluir el uso de TICs en el proceso de enseñanza aprendizaje, para poder integrar eficazmente los contenidos digitales en el aula y mejorar el proceso educativo.

Según (Campos-Nava et al., 2020) cuando se usa herramientas tecnológicas para la enseñanza de Matemática, y más aún software de cálculo simbólico, o sistemas de geometría dinámica (SGD) como el caso de GeoGebra, se potencia la habilidad en los estudiantes para relacionar los diferentes conceptos matemáticos que a veces pueden ser comunes y rutinarios en la asignatura,

pero que para algunos estudiantes se torna incomprendible y con el empleo de estas herramientas se afianzan, permitiéndole estructurar de forma más ordenada los conceptos que aprende en clase.

Los autores (Guachún Lucero & Espadero Faicán, 2021) en su trabajo de investigación titulado El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de vectores: Una experiencia didáctica, recalcan en sus conclusiones que el uso del software GeoGebra en la enseñanza de vectores es un recurso muy útil y propicio para desarrollar clases más llamativas e interesantes en dependencia de la forma en la que el docente utilice esta herramienta, es decir se requiere que el docente diseñe actividades novedosas y llamativas que permita al estudiante una participación activa en el proceso de aprendizaje.

(Hermosillo & López, 2020) en su investigación Aplicación móvil de GeoGebra, herramienta en la enseñanza del cálculo vectorial generadora de competencias, señala que las herramientas tecnológicas se deben usar para potenciar la enseñanza es decir deben ser el medio a través del cual el estudiante cuente con una vía para facilitar el aprendizaje, así como el entendimiento y la comprensión de conceptos y significados matemáticos, adicionalmente mediante el uso de GeoGebra, específicamente la aplicación móvil Graficadora 3D, permite desarrollar en los estudiantes competencias como: como: Habilidades en la resolución de problemas que involucren operaciones entre vectores de manera adecuada y sencilla, Identificar como se presenta un vector en distintos contextos, así como potenciar el pensamiento matemático.

A nivel nacional

(Jurado Echeverría, 2018) en su trabajo de titulación, Valorar el empleo de las TICS para realizar cálculos y resolver operaciones con vectores utilizando GeoGebra para 1º año de Bachillerato General Unificado (1º BGU), resalta que el empleo de GeoGebra para la realización de las operaciones con vectores motiva a los estudiantes a que desarrollen estas actividades con mejor predisposición y como consecuencia se obtuvo que mejoró la comprensión de conceptos que por lo general se repiten de manera mecánica

(Fernández Ortega & Guachún Lucero, 2020) en el artículo El software GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de vectores y sus operaciones, concluyen que La incorporación en el proceso de enseñanza aprendizaje de herramientas como el GeoGebra, permite que el estudiante despierte su interés por el tema debido a que es una herramienta que permite simular escenarios reales, permitiendo alcanzar un aprendizaje significativo a la vez que mejora las habilidades visuales y matemáticas de los estudiantes a la hora de realizar operaciones como suma, resta, producto cruz y producto punto



Si bien los profesores pueden tener diferentes perspectivas sobre su dominio y gestión de las herramientas TIC, es más probable que incorporen estas herramientas en sus prácticas docentes debido a su capacidad para fomentar la participación activa de los estudiantes, lo que conduce a una mejor comprensión y retención a largo plazo de la materia.(Andrade et al., 2023)

(Chi-Poot et al., 2018) refieren que la inclusión de software matemático en la enseñanza de operaciones con vectores representa una ayuda importante en la comprensión y aplicación de estos conceptos, transformando el proceso de aprendizaje en una experiencia más interactiva y accesible para los estudiantes, facilita la comprensión de la representación gráfica, así como la asimilación de las reglas y propiedades asociadas a operaciones vectoriales como la suma, resta y multiplicación por un escalar. La implementación de software matemático consiente una retroalimentación inmediata, lo que permite a los estudiantes corregir errores y reforzar su comprensión en tiempo real, mejorando la experiencia de aprendizaje, ya que se convierte en un proceso más interactivo y comprensible para los estudiantes.

## **2.2 Fundamentación epistemológica, pedagógica y sociológica de la investigación**

### ***2.2.1 Fundamentación epistemológica***

Las matemáticas siempre han sido consideradas con una materia que implica gran complejidad, es por eso que se hace necesario la utilización de estrategias pedagógicas interactivas y novedosas para su enseñanza tomando en cuenta además que nuestros estudiantes conviven con dispositivos tecnológicos e internet, es entonces necesario que en el proceso de aprendizaje se incluyan estrategias didácticas que involucren materiales visuales, auditivos y se ponga énfasis en actividades que involucren el trabajo colaborativo (Quintero, 2018). La utilización de estrategias pedagógicas para un aprendizaje significativo de Matemática es muy necesario sobre todo para fomentar el desarrollo de capacidades cognitivas en los estudiantes y que estas sean conducentes hacia un desarrollo intelectual adecuado.

De acuerdo con el planteamiento constructivista el aprendizaje de las matemáticas se debe tratar como un proceso de construcción individual y que está enfocado en un aprendizaje significativo, la construcción de conocimientos se puede lograr mediante el empleo de estrategias y procedimientos que favorecen que el estudiante encaminándolo a que construya el conocimiento más que a enseñarlo explícitamente (Abdala & Palliotto, 2011).

Uno de los modelos pedagógicos para la enseñanza de las matemáticas que se adecúan a la realidad de nuestros estudiantes es el constructivismo, que relaciona la experiencia de su medio ambiente y los conocimientos que poseen como vía para adquirir la nueva información, el aprendizaje de las matemáticas es un proceso de construcción individual y se genera a través de las interacciones individuales y grupales que se desarrollan en el aula (Muñoz, 2020)

El aprendizaje constructivista representa una de las principales tendencias en la educación. Este modelo enfatiza la importancia de permitir que los estudiantes construyan su propio conocimiento a partir de experiencias de aprendizaje previas. Sin embargo, es importante reconocer que cada individuo percibe la realidad de una manera única, influenciada por su estado físico y emocional, así como por sus antecedentes sociales y culturales. El profesor desempeña un papel crucial como mediador del aprendizaje al guiar y estructurar el proceso de aprendizaje en colaboración con el alumno. Además, el profesor proporciona material significativo para apoyar el aprendizaje del alumno.(Granja, 2015)

El proceso de aprendizaje implica la construcción del conocimiento a través de interacciones sociales, ya sea a través de la comunicación directa o a través del lenguaje. El aprendizaje ocurre cuando los estudiantes participan en actividades de resolución de problemas que están más allá de su nivel de desarrollo, o cuando reciben ayuda de un adulto o de un compañero más capacitado. La diferencia entre el nivel de desarrollo efectivo de un estudiante, que se refiere a lo que puede lograr de forma independiente, y su nivel de desarrollo potencial, que se refiere a lo que puede lograr con la ayuda de una persona más competente, es crucial para facilitar el aprendizaje. Desde una perspectiva sociohistórica, es importante reconocer el papel activo del alumno en el proceso de aprendizaje y, al mismo tiempo, considerar los factores evolutivos, culturales y sociales que dan forma a este proceso. Por lo tanto, el aprendizaje efectivo es un proceso dinámico e interactivo que está influenciado por una variedad de factores individuales y contextuales.(Vygotsky, 1978)

La teoría del constructivismo aplicada a la presente investigación permite que los estudiantes desarrollen conocimientos para un adecuado desenvolvimiento en la realización de operaciones con vectores, de una manera diferente, mediante la resolución de ejercicios con la ayuda del software GeoGebra.

Es esencial destacar que el aprendizaje de operaciones con vectores va más allá de una simple manipulación numérica; es un proceso intrínsecamente algebraico y que implica la comprensión y aplicación de conceptos abstractos vinculados a la operación algebraica de vectores, este enfoque busca no solo desarrollar habilidades técnicas, sino también fomentar una apreciación más profunda y contextualizada de las operaciones con vectores, preparando a los estudiantes

para abordar desafíos matemáticos más avanzados y aplicaciones prácticas en diversos campos, promoviendo un enfoque más holístico y significativo suministrando a los estudiantes un entendimiento que trasciende la simple ejecución de procedimientos numéricos.

### ***2.2.2 Fundamentación pedagógica***

La pedagogía conjuga con diversas metodologías educativas, donde su principal objetivo es comprender la educación y su papel en la formación efectiva de los estudiantes al identificar la realidad educativa, transmitir información y conocimientos, así como los recursos, la forma y los medios para la ejecución de este proceso.

El modelo educativo ecuatoriano se centra en elevar la calidad de la educación, fortalecerla en todos los niveles, mejorar la organización y los procesos escolares, optimizar las prácticas pedagógicas en el aula y perfeccionar el currículo. Su objetivo principal es respaldar la práctica educativa en función de los intereses nacionales, con la finalidad de contribuir a la transformación de la sociedad ecuatoriana, pero sobre todo suministrar un correcto aprendizaje (Moran, 2020)

Desde el enfoque constructivista, la pedagogía se define como la ciencia que estudia los procesos de enseñanza y aprendizaje, y que tiene como objetivo facilitar el aprendizaje de los estudiantes, guiándolo hacia la construcción de su propio conocimiento, considerando que el aprendizaje no es un proceso pasivo de recepción de información, sino un proceso activo de construcción de significados (Ladino et al., 2019).

La pedagogía puede desarrollarse atendiendo las capacidades y las circunstancias de una persona particular que capta los contenidos de una manera sui generis, teniendo como finalidad el “saber educar”, es un producto de la conciencia reflexiva que guía las prácticas educativas en la medida en que este saber se vuelve un tema central y se hace explícito, la pedagogía es el arte de guiar el crecimiento de los jóvenes en diversas dimensiones mediante un proceso que busca llevar su temática a un proceso teórico-práctico donde tiene una o varias concepciones según la necesidad que tenga el estudiante (Lucio A., 1989).

En este trabajo académico se analiza el enfoque pedagógico para desarrollar operaciones con vectores mediante medios convencionales y las actividades habituales del proceso de enseñanza-aprendizaje entre profesor y estudiante, versus el uso del software GeoGebra para fomentar la participación de los estudiantes para alcanzar los objetivos establecidos como resolver problemas de aplicaciones geométricas aplicando operaciones vectoriales, incluyendo suma, resta y multiplicación por escalar, desde una perspectiva geométrica para una comprensión visual sólida.

Al hacerlo, reconoce el valor de emplear un marco pedagógico sólido para mejorar el proceso educativo.

### ***2.2.3 Fundamentación sociológica***

Como concepto de sociología se puede referir como la ciencia que estudia la sociedad, es decir se centra en comprender la estructura y la acción social de la sociedad, utiliza sus propios métodos para visualizar la sociedad como un «todo» basándose en sus elementos objetivos o en la escala subjetiva e intersubjetiva de los individuos, haciendo hincapié en la dimensión macrosocial o micro social respectivamente. Una de las funciones esenciales de la sociología es determinar que las metas de la educación estén alineadas con los objetivos de la sociedad, considerando que la escuela es un espacio caracterizado por la diversidad en sus diferentes sectores poblacionales se justifica una interacción de la educación para con la sociedad. En esencia, la sociología busca proporcionar una comprensión integral de la sociedad mediante el análisis de su estructura y acción social y, al hacerlo, contribuye a la identificación y resolución de los problemas. (Rojas-León, 2014)

Esta investigación se fundamenta en el ámbito sociológico, ya que capacita al estudiante a enfrentar de manera consciente las diferentes problemáticas, actitudes y comportamientos que se presenta día a día en la sociedad, por medio de herramientas, destrezas, habilidades y valores los cuales son socialmente determinados por programas y políticas educativas.

## **2.3 Bases teóricas**

### ***2.3.1 Educación***

La educación se puede conceptualizar de varias maneras, pero generalmente se la considera un proceso sistemático y continuo que permite a las personas adquirir conocimientos, habilidades, valores y actitudes a lo largo de sus vidas. La educación se considera un medio por el que la sociedad transmite las herramientas y los conocimientos esenciales a las personas, para aplicar las habilidades adquiridas en su vida diaria y convertirse en miembros productivos de la sociedad. El intercambio de ideas, culturas y conocimientos desempeña un papel crucial en el proceso educativo, que se produce en un entorno de respeto mutuo. Este proceso puede hacerse dentro o fuera de las instituciones educativas, en grupos o individualmente, y fomenta el desarrollo de las capacidades intelectuales, habilidades, acciones, sentimientos, valores y actitudes de las personas, para permitirles vivir en armonía en la sociedad.

La educación sirve como medio para convertir una sociedad injusta y desigual en una sociedad con un alto sentido ético y solidaria, mediante un proceso de cambio y reforma basado en el rigor, la investigación, el pensamiento crítico, el buen juicio, la tolerancia, la alegría, la curiosidad, la competencia y otras virtudes, todas las cuales se combinan para crear un mecanismo para el potencial de un mundo más armónico, siempre promoviendo la innovación en los estudiantes y orientándolos hacia la autorreflexión, y alentándolos a adoptar una postura activa ante la vida y la situaciones que los rodean.(Verdeja, 2019)

La educación es un proceso fundamental en la sociedad en el que se adquiere un conjunto de conocimientos, habilidades, valores y actitudes que permiten a las personas desarrollarse personal, social y profesionalmente; la educación capacita a los estudiantes para tomar decisiones y perseguir sus metas de vida personales mediante el uso de la experiencia axiológica para responder a cualquier situación que se presente y sobre todo capacita a los estudiantes para tomar decisiones, pensar críticamente y actuar de manera creativa en todas las actividades internas y externas, como el trabajo, el estudio, los juegos y las relaciones interpersonales.(López, 2021)

### **Propósitos de la educación**

- Transmisión de conocimientos.
- Desarrollo de habilidades:
- Formación de valores y ética
- Fomento del pensamiento crítico
- Interacción con otros individuos (Socialización)
- Preparación para el mercado laboral.

La filosofía educativa de Piaget hace hincapié en la importancia de equilibrar las estructuras cognitivas del individuo con las nuevas experiencias y conocimientos, mediante la interacción activa con su entorno y la utilización de la asimilación y la adaptación. En última instancia, este proceso permite al individuo crear nuevas estructuras durante su desarrollo personal.(Díaz, 2016)

### ***2.3.2 Aprendizaje***

El aprendizaje es un procedimiento esencial que implica que las personas obtengan nueva información, habilidades, principios, actitudes o conductas mediante la observación, experiencia, la educación o el estudio. Este proceso es importante, ya que es un viaje continuo e infinito que nos permite adaptarnos a nuestro entorno y cultivarnos como seres humanos. La adquisición de

conocimientos y habilidades es fundamental, ya que permite a las personas desarrollar su vida personal y profesional.(Baquero, 1997)

El aprendizaje es un proceso esencial y fundamental que dura toda la vida es crucial para adaptarnos a nuestro entorno y desarrollarnos como individuos, lo que lo convierte en un aspecto vital del crecimiento y el desarrollo personal. Al participar continuamente en actividades de aprendizaje, las personas pueden ampliar sus horizontes, ampliar su base de conocimientos y mejorar su calidad de vida en general.

El aprendizaje ha sido un tema de gran interés y amplio estudio dentro de los campos de la Psicología y la Didáctica desde sus inicios como ciencias independientes a principios del siglo XX. Al revisar los trabajos de reconocidos investigadores que han profundizado en el concepto de aprendizaje, se establece como un proceso que implica la adquisición y modificación de habilidades, conocimientos, comportamientos y valores. Básicamente, permite a las personas utilizar la información que se les ha impartido, lo que resulta en una adaptación superior al entorno en el que se desenvuelven. En el pasado, se consideraba que el aprendizaje era una consecuencia de acciones repetitivas que tenían un impacto limitado en el comportamiento de un individuo. Sin embargo, la investigación contemporánea ha revelado que el aprendizaje es un proceso dinámico y significativo que va más allá de la mera memorización y requiere una comprensión profunda del tema. En consecuencia, es esencial no solo transmitir información, sino también fomentar un aprendizaje profundo que sea relevante y aplicable en diversos contextos. Esto es particularmente importante en el mundo actual en rápida evolución, donde las personas necesitan estar equipadas con los conocimientos y las habilidades necesarios para tener éxito en sus esfuerzos.(Pérez Ariza & Hernández Sánchez, 2014)

### ***2.3.2.1 Aprendizaje significativo***

Comprender el aprendizaje desde un punto de vista significativo implica atribuir importancia a la información que se presenta ya que se relaciona con los conocimientos previos y, en última instancia, conduce a una comprensión clara de los conceptos en cuestión. Esto implica reconstruir los conocimientos previamente adquiridos. La persona que aprende desempeña un papel activo en el proceso y es responsable del aprendizaje, mientras que el profesor actúa como mediador y facilitador.

La adquisición de conocimientos según Ausubel no requiere descubrir todo lo que hay que aprender, la mayoría del aprendizaje se da a través de un proceso de transmisión verbal, en el que el profesor da información y el alumno incorpora a su estructura cognitiva. Sin embargo, el

descubrimiento sigue siendo importante, especialmente durante las etapas iniciales de la educación o cuando se va a iniciar un nuevo tema.(Contreras Oré, 2016)

El aprendizaje significativo de acuerdo con Ausubel se refiere a la asimilación de nuevos conocimientos y conceptos en la estructura cognitiva de un individuo de una manera pertinente y significativa. En otras palabras, la adquisición de conocimiento se da cuando la nueva información está conectada con el conocimiento preexistente, lo que permite una comprensión más profunda y duradera del tema. En consecuencia, el aprendizaje significativo es fundamental para mejorar el desarrollo cognitivo de una persona y fomentar una comprensión más profunda del mundo que la rodea.

### ***2.3.2.2 Problemas de aprendizaje en matemáticas***

La naturaleza compleja y, en ocasiones, teórica de las matemáticas a menudo puede provocar dificultades educativas, incluido el bajo rendimiento académico, lo que genera emociones de frustración y aversión hacia la materia que, en última instancia, pueden culminar en la decisión de interrumpir los estudios.

La idea de que la asignatura de matemática es compleja es uno de los desafíos que hasta la actualidad no se ha podido superar. (Ruiz Valderrama, 2018) aclara que, desde un punto de vista psicológico, una actitud positiva hacia el aprendizaje es esencial para comprender el contenido, ya que el cerebro busca naturalmente conservar la energía cognitiva. En consecuencia, si un estudiante no está dispuesto a invertir esfuerzos y a comprometer su intelecto, es poco probable que comprenda los procesos involucrados en la materia.

Otra de las dificultades de aprendizaje que se puede considerar es el rechazo que experimentan los estudiantes hacia la materia justificada por la poca motivación de parte del docente y sobre todo a la falta de conexión con la realidad, y que las clases se limiten únicamente al proceso mecánico en la resolución de problemas. El principal objetivo de la educación debe ser el cultivo de la comprensión y no los procesos mecánicos del cálculo, el cual es uno de los mayores problemas de la enseñanza de las matemáticas.(Méndez & Ignacio, 2018)

Los obstáculos epistemológicos también son otra de las razones a considerarse dentro de los problemas de aprendizaje de las matemáticas los impedimentos a los que se enfrentan los estudiantes no siempre se deben a la falta de comprensión de un concepto o procedimiento. Más bien, pueden ser el resultado de confiar en conocimientos previos que pueden haber sido efectivos

para resolver problemas en cursos escolares anteriores, pero que no son aplicables a sus necesidades de aprendizaje actuales. Estos obstáculos, conocidos como obstáculos epistemológicos, incluyen ideas preconcebidas, conceptualizaciones incorrectas, interpretaciones inexactas e ideas matemáticas confusas. Al reconocer estos obstáculos, los profesores pueden desarrollar enfoques de enseñanza eficaces que ayuden a los estudiantes a superar estos obstáculos y a mejorar su potencial de aprendizaje. (George Reyes, 2020)

Las dificultades de aprendizaje se derivan de los diversos mecanismos neuronales es decir la forma como funciona el cerebro y de los estilos de procesamiento de la información que tiene el cerebro. Los problemas de aprendizaje son comunes y difieren en su manifestación de un individuo a otro. El reconocimiento y la solución oportunos de estas dificultades por parte de los educadores pueden contribuir significativamente a mejorar el rendimiento académico de sus alumnos. Además, esto ayuda a los estudiantes a comprender la importancia del tema en su vida cotidiana y a apreciar que ciertos problemas y escenarios del mundo real requieren competencia matemática para resolverlos.

### ***2.3.2.3 Estrategias de aprendizaje***

La estrategia de aprendizaje se refiere a la adquisición de capacidades y valores que se perfeccionan en el contexto social se transmite mediante procedimientos, contenidos y estrategias, que sirven para agilizar el proceso de aprendizaje y facilitar la interiorización de dichas capacidades y valores a través de procedimientos, contenidos y estrategias.

El concepto de estrategias de aprendizaje es un tema que ha llamado la atención en los últimos años, esto se debe al contexto de las reformas educativas y los modelos basados en competencias, donde su estudio se ha convertido en una prioridad. Las estrategias de aprendizaje son cruciales, ya que fomentan el aprendizaje autónomo e independiente, lo que lleva a ceder el control del aprendizaje del profesor al alumno. Es necesario para construir conocimiento incorporar estrategias y complementar el conocimiento declarativo (conocimiento almacenado en memoria de tipo conceptual sobre hechos o ideas) con aspectos procedimentales. Además, es una solución viable para contrarrestar el bajo el rendimiento en todos los niveles de la educación. (Benítez et al., 2021)

La falta de la puesta en marcha de estrategias de aprendizaje en el proceso educativo contribuye al mantenimiento de las dificultades en la formación de los estudiantes, las condiciones educativas son el determinante para que el estudiante active sus conocimientos con la finalidad de alcanzar su objetivo con eficacia, es decir el alumno debe entender como identificar de una forma más inteligente entre los recursos y capacidades que puedan presentarse o tenga a disposición, deben



ser capaces de aprender en forma autónoma y autorregulada, lo que le permitirá minimizar las posibles dificultades.(Maldonado-Sánchez et al., 2019)

### ***2.3.3 Teoría Constructivista***

El constructivismo es un enfoque pedagógico basado en el principio del aprendizaje significativo, que permite a los estudiantes conectar la nueva información con sus conocimientos previos para mejorar su comprensión. Este enfoque facilita el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico, lo que permite a los alumnos participar en la práctica reflexiva y la retroalimentación constructiva para mejorar los resultados del aprendizaje. En consecuencia, el constructivismo es una herramienta valiosa para los educadores que buscan promover el aprendizaje centrado en el estudiante y la participan activa en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Según la perspectiva constructivista, la enseñanza implica algo más que impartir conocimientos a los estudiantes, es decir no se limita a una simple transmisión de conocimientos, más bien, implica un enfoque planificado y sistemático para brindar apoyo y orientación al estudiante quien se convierte en el actor principal, en otras palabras, el estudiante ocupa un lugar central y el profesor asume el papel de facilitador y mentor que lo ayuda a navegar por el proceso de aprendizaje. Para lograr este objetivo, la pedagogía constructivista enfatiza la importancia de proporcionar a los estudiantes actividades que promuevan su desarrollo cognitivo y mental, permitiéndoles asimilar nueva información y apropiarse de su aprendizaje. Al hacerlo, los estudiantes pueden participar en un proceso activo y dinámico de interacción y descubrimiento, en lugar de una experiencia pasiva de recibir información.(Palomino et al., 2022)

Para el constructivismo, el aprendizaje se edifica partiendo del saber cotidiano y científico, es vital usar recursos pedagógicos como el material concreto a emplearse en el proceso de enseñanza de los estudiantes, el uso de recursos educativos y materiales del entorno para promover la construcción de nuevos aprendizajes y, mejor si se incorporan recursos tecnológicos como materiales pedagógicos de apoyo a la educación. Las dificultades en el aprendizaje se generan por la falta del empleo y elaboración de material concreto en la construcción de nuevos aprendizajes y como una alternativa para enfrentar el bajo rendimiento o las dificultades que presenten los estudiantes.(Quiroz & Ramos, 2022).

### ***2.3.4 Concepto de Software educativo***

Son programas o conjunto de procedimientos que forman parte de las operaciones de un sistema de computación creados para usarlos como medio didáctico y facilitar los procesos de enseñanza

y aprendizaje. Este recurso digital se puede aplicar a diferentes asignaturas entre ellas las Matemáticas (Márquez Cundú et al., 2018)

**Características:** Entre las principales características se enuncian las siguientes:

- Fáciles de utilizar
- Intuitivos
- Interactivos
- Individualiza el trabajo
- Finalidad didáctica.

A pesar del constante esfuerzo del sistema educativo por mejorar la calidad de la educación, no han podido superar diversas dificultades. Una de ellas es la complejidad del tema que representa para los estudiantes de primero de bachillerato comprender, visualizar y vincular ciertas magnitudes físicas como magnitudes vectoriales, con una limitada capacidad para operar con vectores, fundamental en el aprendizaje de los alumnos para interpretar modelos matemáticos.

Dificultad que puede ser abordada desde un enfoque analítico y/o gráfico mediante el uso de recursos didácticos.

Los recursos didácticos son herramientas que sirven de apoyo pedagógico, favorece el proceso de enseñanza autónoma e incentiva la participación de los estudiantes en la construcción de su propio conocimiento. Además, estimula los sentidos y la imaginación, esenciales para que exista un aprendizaje significativo.

### ***2.3.5 Concepto de GeoGebra***

GeoGebra es un potente software matemático que proporciona un motor integrado para geometría, álgebra, gráficos, cálculo, estadísticas y hojas de cálculo. Sus características dinámicas lo hacen adecuado para todos los niveles educativos, cuenta con más de un millón de recursos educativos gratuitos disponibles, aportados por una comunidad multilingüe. Estos recursos se pueden compartir cómodamente a través de la plataforma de colaboración GeoGebra Classroom, que permite monitorear en tiempo real el progreso de los estudiantes. (Hohenwarter, 2001)

(Sánchez & Sánchez-N, 2020) GeoGebra es un software matemático dinámico de código abierto que incorpora varias representaciones de objetos matemáticos en un solo entorno y permite la exploración, construcción y validación de modelos matemáticos, ha demostrado ser una herramienta potente para promover la asimilación de estas referencias teóricas.

El software GeoGebra es una aplicación de acceso libre, fácilmente disponible para los usuarios, es un recurso valioso que contribuye positivamente al aprendizaje de los estudiantes y a la metodología del profesor. Gracias a su capacidad para presentar contenido complejo de forma eficaz, GeoGebra demuestra su eficacia a la hora de mejorar la experiencia educativa general. Al utilizar el entorno GeoGebra, las personas pueden visualizar y manipular diversos elementos y construcciones, lo que, en última instancia, mejora su comprensión y comprensión del tema (De Sousa et al., 2022)

La aplicación de software GeoGebra facilita la integración de los procesos de resolución de problemas. Esto se logra mediante el uso de modelos dinámicos, que permiten explorar los problemas desde diversas perspectivas, incluidas las representaciones gráficas, numéricas, tabulares y algebraicas. Este enfoque es beneficioso porque promueve la identificación de patrones, relaciones y la formulación de hipótesis. Además, el software permite a los usuarios hacer conjeturas basadas en información visual obtenida a partir de mediciones como la longitud del segmento, la posición del punto, el ancho del ángulo y el perímetro o área del polígono. Al facilitar el establecimiento de conexiones entre diversos objetos matemáticos, GeoGebra es una herramienta eficaz para mejorar las capacidades de resolución de problemas. (Poveda Fernández, 2020)

(Hernández Hechavarría et al., 2021) manifiestan que GeoGebra es un software gratuito que se expande constantemente y es fácilmente accesible en la World Wide Web, lo que lo convierte en un activo valioso para los países e instituciones educativas que poseen recursos económicos limitados, ya que les otorga acceso a un software excepcional y a una plétora de ventajas que se integran en la educación escolar, secundaria y universitaria

### ***2.3.5.1 Características del software GeoGebra***

(Hernández Hechavarría et al., 2021) Podemos anotar las siguientes características

- Es un software de libre acceso
- Es un recurso para la docencia de las matemáticas basada en las TIC
- Es un software de geometría dinámica que facilita la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en temas como Geometría, Aritmética, Álgebra, Análisis, Cálculo, Probabilidad y Estadística
- Permite realizar acciones matemáticas como demostraciones, supuestos, análisis, experimentaciones, deducciones, etc.
- Es un software que se ejecuta en Windows, Mac OS X, Linux o Solaris.
- Combina geometría, álgebra y cálculo.

- Permite construir figuras con puntos, segmentos, rectas, vectores, cónicas y genera gráficas de funciones que pueden ser modificadas de forma dinámica utilizando el ratón.
- GeoGebra trabaja con objetos.
- Cualquier modificación realizada dinámicamente sobre el objeto afecta a su expresión matemática y viceversa.
- Cualquier cambio en su expresión matemática modifica su representación gráfica.
- Puede ser utilizado tanto online como off line
- Interactividad: retroalimentación inmediata y efectiva que permite la toma de conciencia y conciliación de los errores cometidos
- Interfaz amigable
- Facilidad de uso y rapidez de respuesta
- Ejecuta las acciones del usuario con precisión y rigor

### ***2.3.5.2 Importancia del software GeoGebra***

Uno de los factores que dificultan el aprendizaje de las matemáticas es la falta de recursos visuales que representen la realidad de un contenido abstracto. Este problema puede ser abordado desde un enfoque más dinámico mediante el uso de GeoGebra en la práctica educativa, este software posibilita la virtualización de entornos reales a través de la simulación, despertando el interés, el cual favorece el aprendizaje y mejora el desempeño del estudiante.

GeoGebra brinda diversas posibilidades a los alumnos para mejorar su aprendizaje en la enseñanza de las operaciones con vectores, del mismo modo, los alumnos pueden hacer uso de la propiedad del “arrastre”, con lo cual es posible determinar la región factible, también hacen uso del cambio de escalas con el zoom de GeoGebra, de este modo obtienen gráficos precisos y no distorsionados de un problema al resolver suma, resta, producto escalar, producto vectorial.

El uso de este software facilita la posibilidad de visualizar objetos matemáticos y sus conexiones, tanto en una ventana gráfica, como en una ventana algebraica, a través de la manipulación de objetos usando la ventana de entrada del GeoGebra, de esta manera, se disminuye la memorización de conceptos.(Barreras et al., 2022)

Por otro lado, los estudiantes pueden hacer una diversidad de cosas con GeoGebra, tales como: Construir en forma rápida y precisa los componentes básicos como coordenadas o puntos hasta observar la construcción de vectores en el plano. Razonar y comprender los términos relacionados con la magnitud y orientación o dirección de un vector. Controlar el aspecto gráfico de un vector, usando simplemente el mouse. Ejecutar cálculos de operaciones como suma resta producto

escalar y vectorial. Repetir las construcciones las veces que necesiten hacer, observar los pasos seguidos para realizarlas.

Hacer las conjeturas respectivas de las construcciones realizadas. Clarificar conceptos como combinación lineal, vectores linealmente independientes y dependientes. Se llega a la conclusión, que el GeoGebra es un software matemático interactivo para educación secundaria con funcionalidades para el estudio de la geometría, álgebra y el cálculo.

#### **2.4 Identificación de variables**

**Variable independiente:** Uso el Software GeoGebra.

**Variable dependiente:** Rendimiento académico de los estudiantes.

## 2.5 Operacionalización de variables

**Tabla 1-2:** Operacionalización de la variable independiente.

<b>VARIABLE INDEPENDIENTE</b>	<b>TIPO DE VARIABLE</b>	<b>CONCEPTO</b>	<b>INDICADOR</b>	<b>TÉCNICA</b>	<b>INSTRUMENTO</b>
Software GeoGebra	Cuantitativa	El Rendimiento Académico se define como la evaluación de las habilidades inherentes o sugestivas que revelan o estiman lo que el estudiante ha logrado asimilar como producto de la instrucción o capacitación en torno a conceptos relacionados con funciones reales.	Test de evaluación al grupo de control y grupo experimental antes de la aplicación del software GeoGebra.  Test de evaluación al grupo de control y grupo experimental después de la aplicación del software GeoGebra.	Test de evaluación	Cuestionario

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

**Tabla 2-2:** Operacionalización de la variable dependiente.

<b>VARIABLE DEPENDIENTE</b>	<b>TIPO DE VARIABLE</b>	<b>CONCEPTO</b>	<b>INDICADOR</b>	<b>TÉCNICA</b>	<b>INSTRUMENTO</b>
Rendimiento académico	Cualitativa	<p>Es un software matemático de código abierto que permite la integración de objetos geométricos y algebraicos para la resolución de problemas, y brinda las siguientes ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Libertad de uso.</li> <li>• Libertad de distribución.</li> <li>• Libertad de mejora.</li> </ul>	Operaciones con vectores	Test de evaluación	Cuestionario

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

## 2.6 Matriz de consistencia

Tabla 3-2: Matriz de consistencia

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	INDICADORES	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
¿Cómo incide el uso de GeoGebra como estrategia didáctica en la enseñanza de las operaciones con vectores inciden en el rendimiento académico de los estudiantes de primero de Bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín?	Utilizar el software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de las operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín, de la ciudad de Riobamba, año lectivo 2022 - 2023	Existe diferencia significativa entre el promedio del rendimiento académico obtenido en el Pre Test y el promedio del rendimiento académico obtenido en el Post Test, en el grupo experimental, luego de aplicar el Software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín de la ciudad de Riobamba”	<b>Variable independiente</b> Uso el Software GeoGebra.	Ejecución de actividades descritas en los talleres de operaciones con vectores	Test de evaluación	Cuestionario
			<b>Variable dependiente:</b> Rendimiento académico de los estudiantes.	Concepto de vector Características de los vectores desde el punto de vista geométrico. Suma de vectores Resta de vectores Producto escalar Producto cruz	Test de evaluación	Cuestionario

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023



## **CAPÍTULO III**

### **3. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN**

#### **3.1 Tipo y diseño de investigación**

La investigación realizada se caracterizó por ser de tipo cuasiexperimental donde se comparó el rendimiento académico de un grupo donde se llevó a cabo la intervención con la estrategia didáctica y con un grupo de control que no la ha recibido, además tuvo un enfoque cuantitativo, debido a que utiliza la recolección de datos para inferir la hipótesis formulada con la aplicación de técnicas estadísticas para identificar de manera precisa los patrones de comportamiento.

Se trabajo con dos grupos experimental y de control integrados de la siguiente manera.

Grupo experimental: 34 estudiantes de primero Ciencias paralelo A

Grupo control: 32 estudiantes de primero Ciencias paralelo D

#### **3.2 Métodos de investigación**

Los métodos de investigación son técnicas que se siguen mediante un proceso de análisis sistemático, lógico y objetivo. Estas técnicas se usan para adquirir y examinar datos, plantear y resolver interrogantes para llegar a conclusiones. En el contexto de la investigación actual, se emplearán los siguientes métodos:

El Método Inductivo es reconocido por los pasos empleados para deducir conclusiones generales a partir de estudios individuales o datos específicos obtenidos de una muestra. En otras palabras, se extraen inferencias acerca de la población en general a partir de los resultados de una investigación realizada con una muestra.(Andrade Zamora et al., 2018)

Se empleó el método inductivo para derivar conclusiones generales a partir de los resultados observados en el grupo experimental, al analizar el promedio obtenido en el rendimiento académico después de aplicar la estrategia didáctica, lo que nos permitió identificar cómo influye la estrategia propuesta en el proceso de aprendizaje de las operaciones con vectores.

Método Deductivo(Urzola, 2020) es un enfoque de investigación que emplea un tipo de pensamiento que parte de un razonamiento de carácter más amplio y lógico, fundamentado en

leyes o principios, para llegar finalmente a una observación específica o un hecho concreto, en otras palabras, permite obtener conclusiones específicas en base a reglas o principios definidos. Este método se utilizó para en base a la evidencia teórica y datos obtenidos en investigaciones sobre el uso de tecnologías ya sea software o herramientas de simulación, exponer su incidencia positiva en el proceso de aprendizaje y el beneficio para los estudiantes de este nivel educativo en la adquisición de conocimientos.

Método analítico-sintético:(Rodríguez Jiménez & Pérez Jacinto, 2017) refieren que este método implica dos procesos intelectuales opuestos pero interconectados: el análisis y la síntesis. En el análisis se descompone un conjunto en sus partes y cualidades, examinando sus relaciones y propiedades, mientras que la síntesis combina estas partes analizadas para identificar relaciones y características generales, estos procesos operan en conjunto, lo que da lugar al nombre del método, analítico-sintético, el análisis se basa en la síntesis de propiedades y características de las partes, mientras que la síntesis se realiza utilizando los resultados del análisis.

En la investigación, el método analítico permitió examinar de manera detallada los componentes y procesos específicos involucrados en el uso de GeoGebra como estrategia didáctica, pero también el análisis de cómo se diseñan las lecciones con GeoGebra, cómo los estudiantes interactúan con la herramienta y cómo esto impacta en su comprensión de las operaciones con vectores y mediante la síntesis se pudo integrar esta información para descubrir y comprender cómo GeoGebra se relaciona con el aprendizaje de operaciones con vectores.

### **3.3 Enfoque de la investigación**

Para el desarrollo de la propuesta investigativa se aplicó el enfoque Cuasiexperimental, se comparó el rendimiento académico del grupo al que se le aplicó la estrategia didáctica con el rendimiento académico del grupo control es decir al grupo que no fue intervenido.

Adicionalmente se aplicó el método de Investigación Mixta que permitió combinar enfoques cuantitativos y cualitativos para obtener una comprensión más completa de los efectos de GeoGebra en el aprendizaje de las operaciones con vectores.

### **3.4 Alcance de la investigación**

El alcance de la investigación es descriptivo en detallar cómo se integra el software GeoGebra en el aprendizaje de operaciones con vectores, qué herramientas se utilizan y cómo interactúan con

él, generando un registro de las actividades en el aula, incluyendo la interacción de los estudiantes con el software, además del efecto de la estrategia de enseñanza propuesta y los resultados obtenidos, los mismos que se presentarán en tablas y gráficos.

### **3.5 Población de estudio.**

La población de estudio estuvo integrada por 66 estudiantes de los cuales 27 fueron hombres y 39 mujeres, legalmente matriculados en el primer año de bachillerato correspondiente al año lectivo 2022 -2023 de la Unidad Educativa “Isabel de Godín”, de la ciudad de Riobamba y que asisten a clases en jornada vespertina.

### **3.6 Unidad de análisis.**

El estudio se aplicó a los estudiantes de primero de bachillerato paralelos A y D de la unidad educativa “Isabel de Godín”, que es una institución fiscal de régimen escolar sierra y se ubica en la provincia de Chimborazo, en la ciudad de Riobamba, en la parroquia Veloz, su dirección es calle Juan de Velasco y Avenida Alfonso Villagómez; pertenece a la Zona 3 del Ministerio de Educación, labora en dos jornadas Matutina y Vespertina de educación hispana en modalidad presencial, los niveles educativos que oferta son: Inicial, Educación Básica y Bachillerato. Su planta docente está integrada por 165 docentes y cuenta con alrededor de 3570 estudiantes.



**Figura 1-3.** Ubicación Unidad Educativa “Isabel de Godín”

Realizado por: Google Maps

### **3.7 Selección de la muestra**

La selección de la muestra se realizó mediante muestreo no probabilístico, aplicando la técnica de selección por cuotas considerando que en la unidad educativa “Isabel de Godín” existen en cuatro paralelos A, B, C y D para primero de bachillerato, de estos se realizó una selección al azar para elegir al grupo experimental y control, los paralelos A y D fueron elegidos como

beneficiarios. Con el proceso se pretende dar la posibilidad de que los estudiantes de cada paralelo tengan igual probabilidad de ser seleccionados en la muestra.

### 3.8 Tamaño de la muestra

Luego del proceso de selección de los paralelos el tamaño de la muestra queda determinada de la siguiente manera:

**Tabla 1-3:** Población

<b>Paralelo A Grupo experimental</b>	<b>Paralelo D Grupo control</b>	<b>Total de estudiantes</b>
34	32	66

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

### 3.9 Técnica de recolección de datos primarios y secundarios

Una de las acciones fundamentales en una investigación es la recopilación de datos, ya que ayudaran a fundamentar la investigación, es decir se obtendrá evidencia empírica para respaldar la información y lo más importante mediante la recolección de datos se obtendrá evidencia objetiva y verificable. Esto es esencial para mantener la integridad y la credibilidad, ya que los resultados pueden ser revisados y evaluados por otros investigadores. La técnica aplicada en esta investigación fue el cuestionario o test de evaluación, compuesto por preguntas estructuradas con opciones de selección múltiple y preguntas abiertas, mediante este test, se logró identificar claramente y precisa los problemas de los estudiantes, lo que permitirá verificar la validez de la hipótesis.

### 3.10 Instrumentos de recolección de datos primarios y secundarios

Se empleó un cuestionario compuesto por 10 ítems para evaluar el nivel de desarrollo del rendimiento académico en el aprendizaje de operaciones con vectores.

Para la establecer la validez del test de evaluación se cumplió las siguientes fases: Diseño y elaboración del instrumento, validación y verificación por parte de 4 expertos y por último aplicación a los estudiantes de primero de bachillerato de la unidad Educativa “Isabel de Godín”

En la fase de diseño y elaboración del Instrumento se realizó una rúbrica compuesta por criterios pedagógicos como: evaluación de los conocimientos previos de los estudiantes, organización del

conocimiento, contextualización del problema, resolución del problema y socialización, esto considerando lo que manifiesta (Tobon, 2013)

En la fase de validación y verificación por parte de expertos se consideró lo manifestado por (Escobar-Pérez & Cuervo-Martínez, 2008) quienes refieren que los instrumentos deben someterse a una evaluación basada en criterios y niveles de dominio que incluyan aspectos como suficiencia, claridad, coherencia y relevancia. Para esta evaluación, se empleará la escala de Likert con 4 niveles 1=Pésima, 2=Mala, 3= Regular 4= Buena y 5 = Excelente, como indicadores de calidad. Los evaluadores expertos deben contar con al menos cinco años de experiencia en el campo y poseer un nivel académico afín al tema estudiado.

Una vez que los docentes expertos revisaron el instrumento emitieron un juicio de valor donde se corrobora la efectividad y aplicabilidad del instrumento, los expertos consultados registran una trayectoria de más de 5 años dictando la cátedra de matemáticas y áreas afines.

**Tabla 2-3:** Valoración cuestionario según expertos

<b>EXPERTOS</b>	<b>% OBTENIDO</b>
Ing. Eduardo Barahona	95,33
Lic. Jorge Conza	93,33
Ing. Clemete Alarcón	97,33
Ing. Diego Paredes	98,67
Promedio	96,17

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

Para determinar el nivel de validez del contenido del cuestionario se ha considerado la siguiente tabla.

**Tabla 3-3:** Valores para los niveles de validez

<b>Intervalo</b>	<b>Categoría</b>
< 60	Nula
60-70	Baja
71-80	Buena
81-90	Muy buena
91-100	Excelente

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

Según el porcentaje asignado por cada experto y los intervalos de validez del instrumento se puede deducir que tiene una validez excelente correspondiente al 96,19.

En el Anexo B se encuentra detallado las valoraciones asignadas por cada experto referente a la validez del cuestionario.

### 3.10.1 Confiabilidad del instrumento

La confiabilidad hace referencia a la consistencia y estabilidad de los resultados del instrumento a lo largo del tiempo y en diferentes situaciones y a la coherencia de los resultados cuando se aplica repetidamente al mismo sujeto, garantizando que produzca resultados consistentes.

La validez asegura que el instrumento mida lo que se supone que debe medir, mientras que la confiabilidad garantiza que los resultados sean consistentes y estables. Estas características son esenciales en la toma de decisiones informadas, la investigación científica, la evaluación educativa y en muchas otras áreas donde se utilizan instrumentos de medición.

Para estimar la confiabilidad del cuestionario se aplicó el coeficiente alfa de Cronbach, para esto se aplicó el instrumento a una muestra piloto de 30 estudiantes con similares características de la muestra de estudio. El cálculo se lo realizó con la ayuda del software Jamovi.

**Tabla 4-3:** Resultado del coeficiente alfa de Cronbach por pregunta

Preguntas	media	sd	correlation	Cronbach's $\alpha$
P1	4.30	0,952	0,577	0,746
P2	4,33	0,758	0,551	0,753
P3	4,17	0,950	0,509	0,756
P4	3,93	0,980	0,499	0,757
P5	4,10	0,923	0,195	0,795
P6	4,30	0,837	0,415	0,768
P7	3,93	0,944	0,407	0,769
P8	4,23	0,898	0,582	0,746
P9	4,10	0,845	0,452	0,763
P10	4,07	0,868	0,345	0,776

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

La interpretación del nivel de confiabilidad según el resultado obtenido, se la realizó mediante la escala mostrada en la Tabla 5-3, que da a conocer el nivel de confiabilidad en los diferentes rangos.

**Tabla 5-3:** Escala de confiabilidad del coeficiente alfa de Cronbach

Rango	Nivel de confiabilidad
<0,53	Confiabilidad nula
0,54 - 0,59	Confiabilidad baja
0,60 - 0,65	Confiable
0,66 - 0,71	Muy Confiable
0,72 - 0,99	Excelente confiabilidad
1	Confiabilidad perfecta

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Una vez calculado el coeficiente alfa de Cronbach con la ayuda del software Jamovi se obtiene el valor del coeficiente para todo el cuestionario tal como se observa en la tabla 6.3.

**Tabla 6-3:** Escala obtenida en el coeficiente alfa de Cronbach

Cronbach's $\alpha$	
Escala obtenida	0,782

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

De acuerdo a las escalas del novel de confiabilidad mostradas en la tabla 5-3, podemos concluir que el instrumento propuesto goza de Excelente confiabilidad.

### 3.11 Instrumentos para procesar datos recopilados

Para el procesamiento de datos se utilizó el programa estadístico Jamovi, versión 2.2.5 y la herramienta Excel, además se utilizará estadística descriptiva e inferencial.

Proceso estadístico descriptivo.

Se aplicó un análisis descriptivo, tabulación de datos mediante el instrumento aplicado, porcentajes de las variables y la representación por medio de gráficos de tipo diagrama de barras verticales, los mismos que serán interpretados para escribir cuantitativamente las variables analizadas.

Proceso estadístico inferencial.

Para determinar si el conjunto de datos sigue una distribución normal entre los grupos experimental y de control se aplicó la prueba de Shapiro Wilks, teniendo en cuenta que el tamaño de la muestra es inferior a 50 y que se trata de muestras independientes es decir no existe ninguna influencia o dependencia entre ellos, la prueba de homogeneidad de varianzas de Levene para determinar si las varianzas de los dos grupos de datos son estadísticamente iguales o homogéneas, para determinar la relación existente entre el resultado obtenido y la exposición a la actuación, es imprescindible que las muestras (de experimentación y de control) sean homogéneas, es decir, que todas las características presentadas en ambas muestras deben ser similares, siendo la exposición al factor analizado la única diferencia entre ellas. El supuesto de homogeneidad de varianzas, postula que la variabilidad es constante entre distintos grupos.

Para comprobar la hipótesis se utilizó el estadístico T-Student, para muestras independientes con un nivel de significancia del 5%.

Para el desarrollo de la investigación, se inició con la creación del instrumento, inicialmente, se elaboró un borrador que incluía los aspectos que se deseaban evaluar, se contrastó que cada pregunta tuviera una única respuesta, se evitó la ambigüedad en los enunciados y se aseguró de que el contenido estuviera alineado con los objetivos del estudio.

Luego, se procedió a definir el formato, la disposición general, la cantidad de preguntas y el sistema de puntuación que se utilizaría en la evaluación. Cuando el instrumento de recolección de datos estuvo completamente elaborado, se envió a expertos para validarla.

Otro aspecto importante dentro del desarrollo de la investigación fue la recolección de datos del Pre Test: grupos control y experimental, el mismo que fue sometido a verificación de validez y confiabilidad, la validez se lo determinó por evaluación de expertos y la prueba de confiabilidad se la determinó aplicando el instrumento a 30 estudiantes que guardaban las mismas características de los estudiantes de nuestra población y se analizó con el coeficiente de alfa de Cronbach, obtenida la validación y la confiabilidad del instrumento, se aplicó a los dos grupos: control y experimental, el cuestionario estaba estructurado con 10 ítems de opción múltiple y preguntas abiertas relacionadas con el tema de operaciones con vectores que los estudiantes debieron resolver y responder, luego de haber sido sometido a un riguroso proceso de validación y aseguramiento de confiabilidad y con el objetivo de realizar un diagnóstico a los señores estudiantes.

Una vez aplicado el pre-tes se desarrolló la preparación de los estudiantes mediante la aplicación de una estrategia didáctica que se centró en la utilización de GeoGebra y que fue dirigida al grupo experimental. Durante los encuentros, se brindó apoyos didácticos para facilitar la comprensión de las operaciones con vectores. La estrategia didáctica se planificó de forma interactiva, lo que permitió a los estudiantes establecer conexiones entre la teoría y la práctica, esta dinámica facilitó una retroalimentación continua de sus conocimientos y, como resultado, se lograron mejoras significativas en los resultados.

Es importante destacar que, como paso inicial, se brindó a los estudiantes una capacitación exhaustiva sobre cómo utilizar el software GeoGebra, específicamente en lo que respecta a operaciones con vectores.

Luego de realizado todos los encuentros planificados con los estudiantes del grupo experimental, se realizó una segunda evaluación a los dos grupos utilizando el mismo instrumento que se utilizó inicialmente, con el propósito de evaluar la situación de los dos grupos.



Finalmente procedimos a la tabulación de los datos recopilados en el pre-test y el post test tanto del grupo experimental como del grupo de control. Luego, se llevaron a cabo los análisis estadísticos correspondientes y se realizaron las interpretaciones necesarias para alcanzar los objetivos planteados y sacar conclusiones basadas en las hipótesis establecidas en esta investigación.

## **CAPÍTULO IV**

### **4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

#### **4.1 Análisis e interpretación de resultados**

En este capítulo se realiza el análisis e interpretación de los resultados obtenidos en la encuesta aplicada a una muestra de 66 estudiantes de primero de bachillerato de la unidad educativa “Isabel de Godín” de la ciudad de Riobamba en el período lectivo 2022-2023, distribuidos en dos grupos: control y experimental con el fin de evaluar si el uso del software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de las operaciones con vectores, incrementa el nivel del rendimiento académico.

En el proceso de análisis de datos de este estudio, se aplicaron varias técnicas estadísticas para obtener una comprensión profunda de los resultados. A continuación, se detalla cómo se abordó este aspecto:

Se utilizó la estadística descriptiva para calcular medidas de resumen que nos permitieron comprender la distribución y tendencia central de los datos. Esto incluyó la obtención de medidas de posición central, así como medidas de dispersión, además, se crearon gráficos descriptivos para visualizar los datos.

Para evaluar la hipótesis de investigación planteada se aplicó técnicas de estadística inferencial, esto implicó pruebas de distribución de datos para verificar la normalidad, así como pruebas de homogeneidad de las varianzas para garantizar la validez de nuestros análisis. Estas pruebas nos permitieron tomar decisiones informadas sobre la hipótesis de investigación y obtener resultados significativos.

Para llevar a cabo estos análisis, se empleó el software Jamovi y Excel, que proporcionaron las herramientas necesarias para realizar cálculos estadísticos precisos y generar visualizaciones efectivas de los datos, el enfoque en el uso de estas técnicas estadísticas y herramientas de software nos permitió obtener resultados sólidos y respuestas fundamentadas a nuestras preguntas de investigación.

## **4.2 Análisis descriptivo**

Una vez recopilados los datos del Pre-Test de los dos grupos, control y experimental, se llevó a cabo un proceso de análisis que incluyó las siguientes etapas:

**Prueba de Normalidad:** En primer lugar, se realizó una prueba de normalidad para evaluar si los datos seguían una distribución normal. Esto es fundamental para establecer que los supuestos estadísticos subyacentes a nuestras pruebas fueran válidos.

**Prueba de Homogeneidad de Varianzas:** Posteriormente, se ejecutó una prueba de homogeneidad de varianzas para confirmar que las varianzas de los dos grupos eran aproximadamente iguales. Esto es importante para garantizar la comparabilidad de los grupos y la validez de las pruebas estadísticas utilizadas.

**Análisis de Datos por Grupo:** Luego, se realizó un análisis detallado de los datos de cada grupo, tanto el grupo control como el experimental. Este análisis implicó evaluar el rendimiento académico específico de cada grupo en relación con los resultados del Pre-Test.

Estos pasos metodológicos nos permitieron establecer una base sólida para la comparación de los grupos y la evaluación de cualquier efecto causado por la intervención. El uso de pruebas de normalidad y homogeneidad de varianzas aseguró la confiabilidad de nuestras conclusiones y la validez de los análisis subsiguientes.

### ***4.2.1 Prueba de normalidad del PRE-TEST***

Se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk para evaluar la normalidad de los datos, dado que nuestras muestras constaban de menos de 50 unidades estadísticas de estudio. Los valores obtenidos en esta prueba fueron 0.792 para el grupo de control y 0.171 para el grupo experimental. Dado que estos valores superaron el umbral de significancia de 0.05, se concluye que los datos muestran una distribución normal.

Los resultados de esta prueba se detallan en la Tabla 1-4

**Tabla 1-4:** Pruebas de normalidad del Pre-Test. Shapiro Wilk.

	<b>GRUPO EXPERIMENTAL</b>	<b>ANTES GRUPO CONTROL</b>
Standard deviation	1,33	1,11
Shapiro-Wilk W	0,955	0,980
Shapiro-Wilk p	0,171	0,792

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

#### **4.2.2 Prueba de homogeneidad de Varianzas**

Para verificar la homogeneidad de varianzas se utilizó la prueba F, de esta manera se confirma que la varianza se mantiene constante en cada uno de los factores. De acuerdo a los datos obtenidos podemos concluir que efectivamente las varianzas son similares, por cuanto el valor de F calculado = 1,4333894 es menor al valor crítico de  $F=1,81072083$ , es decir las varianzas son iguales entre grupos. Ver tabla 2-4.

**Tabla 2-4:** Pruebas de homogeneidad de varianzas prueba F

	<i>Experimental</i>	<i>Control</i>
Media	4,85735294	4,93125
Varianza	1,76532308	1,23157258
Observaciones	34	32
Grados de libertad	33	31
F	1,4333894	
P( $F \leq f$ ) una cola	0,15824866	
Valor crítico para F (una cola)	1,81072083	

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

#### **4.2.3 Procesamiento y análisis de los datos.**

El procesamiento y análisis de datos es una etapa fundamental en la investigación, involucran la recopilación y el estudio de información. Esta etapa implica la interpretación de datos brutos para obtener información significativa y tomar decisiones basadas en evidencia y la codificación adecuada de variables, en un formato adecuado para realizar análisis estadísticos.

En la tabla 3-4 se muestra el total de observaciones por grupo y los valores perdidos.

**Tabla 3-4:** Total de observaciones por grupo

Grupo	Válidos	V. Perdidos	Porcentaje
			Válidos
Experimental	34	0	100%
Control	32	0	100%

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Una vez que los datos están procesados se realiza el cálculo de estadísticos descriptivos para resumir y visualizar los datos. En la tabla 4-4 se muestra las estadísticas de resumen de los dos grupos control y experimental.

**Tabla 4-4:** Estadísticas de resumen grupo control y experimental

Descriptivas	Experimental	Control
N	34	32
Media	4,86	4,93
Mediana	4,75	4,80
Desviación estándar	1,33	1,11
Varianza	1,77	1,23
Recorrido	6,35	5,25
Mínimo	2,00	2,45
Máximo	8,35	7,70
Asimetría	0,680	0,314
Error est. asimetría	0,403	0,414
Curtosis	0,789	0,505
Error est. curtosis	0,788	0,809

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

### 4.3 Resultados del rendimiento académico Pre-test

El Ministerio de Educación del Ecuador evalúa el rendimiento académico de los estudiantes en diferentes subniveles, que incluyen básica elemental, media, superior y bachillerato general unificado, mediante el uso de la siguiente escala de calificaciones:

**Tabla 5-4:** Estadísticas de resumen grupo control y experimental

<b>Escala Cualitativa</b>	<b>Escala Cuantitativa</b>
Domina los aprendizajes	9,00 - 10,00
Alcanza los aprendizajes	7,00 - 8,99
Está próximo a alcanzar	4,01 - 6,99
No alcanza los aprendizajes	<=4

**Fuente:** Registro Oficial N°254,2023

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

El rendimiento académico de los estudiantes se analizó de manera independiente por cada grupo experimental y grupo control.

### **Rendimiento académico Grupo Control.**

Luego de aplicar el instrumento se obtuvo las calificaciones que se detallan en la tabla 6-4

**Tabla 6-4:** Rendimiento académico grupo control momento antes.

<b>RENDIMIENTO ACADEMICO</b>	<b>Frecuencias</b>	<b>% del Total</b>	<b>% Acumulado</b>
Alcanza los aprendizajes	2	6,3 %	6,3 %
Está próximo a alcanzar	25	78,1 %	84,4 %
No alcanza los aprendizajes	5	15,6 %	100,0 %

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

En este grupo el 78,1% de estudiantes obtuvieron una nota entre 4,01 – 6,99 lo que significa que la mayoría de estudiantes están próximos a alcanzar los aprendizajes. El 15,6% no alcanza los aprendizajes, esto significa que los resultados obtenidos en la prueba son menores o iguales a 4, un porcentaje muy bajo alcanza los aprendizajes y corresponde al 6,3%.

### **Rendimiento académico Grupo Experimental.**

**Tabla 6-5:** Rendimiento académico grupo experimental momento antes.

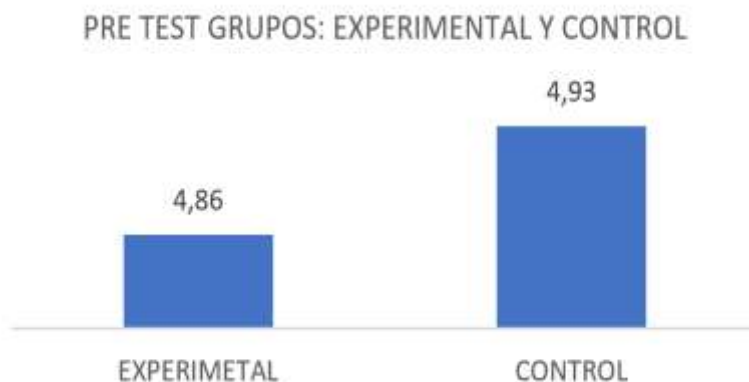
<b>RENDIMIENTO ACADEMICO</b>	<b>Frecuencias</b>	<b>% del Total</b>	<b>% Acumulado</b>
Alcanza los aprendizajes	3	8,8 %	8,8 %
Está próximo a alcanzar	24	70,6 %	79,4 %
No alcanza los aprendizajes	7	20,6 %	100,0 %

RENDIMIENTO ACADÉMICO	Frecuencias	% del Total	% Acumulado
-----------------------	-------------	-------------	-------------

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

En el grupo experimental el 70,1% de estudiantes obtuvieron una nota entre 4,01 – 6,99, esto muestra que la mayoría de los estudiantes están próximos a alcanzar los aprendizajes. El 20,6% no alcanza los aprendizajes, las notas obtenidas en la prueba son menores o iguales a 4, apenas el 8.8% de los estudiantes alcanzan los aprendizajes.

Al comparar la media del rendimiento académico de los dos grupos en el pretest, podemos observar los siguientes resultados: el grupo de control obtuvo una media de 4,93, mientras que el grupo experimental obtuvo una media de 4,86, como se muestra en el gráfico 1-4



**Gráfico 1-4.** Comparación de medias grupo experimental y control.

Realizado por: Guacho, Mercy 2023

#### 4.4 Resultados del rendimiento académico POST-TEST.

Con los resultados obtenidos al aplicar el Post test en los dos grupos, se procedió a calcular en primer lugar la prueba de normalidad, luego la prueba de homogeneidad de varianzas, al igual que el cálculo de las medidas de tendencia central, medidas de dispersión y la comparación con base a la escala vigente en el Ministerio de Educación de Ecuador.

#### 4.4.1 Prueba de normalidad del POST TEST

Para verificar que los datos obtenidos luego de aplicar el post test conservan una distribución normal, se aplicó la prueba de Shapiro Wilk, considerando que los grupos son menores a 50 observaciones, los valores obtenidos son 0.415 en el grupo experimental y 0,509 en el grupo control, estos valores son mayores a 0.05, se concluye que los datos provienen de una distribución normal, y se observa en la Tabla 7-4.

**Tabla 7-4:** Prueba de normalidad grupos experimental y control momento después.

	<b>GRUPO EXPERIMENTAL</b>	<b>GRUPO CONTROL</b>
N	34	32
Desviación estándar	1,21	1,40
W de Shapiro-Wilk	0,968	0,970
Valor p de Shapiro-Wilk	0,402	0,511

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

#### 4.4.2 Prueba de homogeneidad de Varianzas

Para verificar la homogeneidad de varianzas luego de aplicar el post test, se utilizó la prueba F, y según los datos obtenidos podemos concluir que efectivamente las varianzas son similares, por cuanto el valor de F calculado = 0,47984 es menor al valor crítico de F=0,55575. Ver tabla 2-4.

**Tabla 8-4:** Pruebas de homogeneidad de varianzas prueba F

	<b>GRUPO EXPERIMENTAL</b>	<b>GRUPO CONTROL</b>
Media	7,61323529	6,0415625
Varianza	1,46019831	1,828723286
Observaciones	34	32
Grados de libertad	33	31
F	0,47984796	
P(F<=f) una cola	0,26270089	
Valor crítico para F (una cola)	0,55575385	

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023



#### 4.4.3 Estadísticos descriptivos POST-TEST.

Se realiza el cálculo de estadísticos de resumen para obtener información significativa de manera sencilla y clara para su interpretación en un formato adecuado para realizar análisis estadísticos y enfatizar los resultados más importantes y las implicaciones más relevantes de la investigación.

En la tabla 9-4 se muestra el total de observaciones por grupo una vez aplicado el post-test, así como la identificación de valores perdidos.

**Tabla 9-4:** Total de observaciones POST-TEST por grupo de estudio

Grupo	Válidos	V. Perdidos	Porcentaje
			Válidos
Experimental	34	0	100%
Control	32	0	100%

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Los estadísticos resumen de cada grupo experimental y de control permitirá apreciar las diferencias y similitudes para identificar valores atípicos, y nos ayudará a realizar una exploración inicial de los datos.

**Tabla 9-4:** Estadísticos de resumen por grupo de estudio POST-TEST

	DESPUES EXPERIMENTAL	DESPUES CONTROL
N	34	32
Perdidos	8	10
Media	7,61	6,04
Mediana	7,67	5,95
Desviación estándar	1,21	1,35
Mínimo	4,50	3,20
Máximo	9,75	8,10
Asimetría	-0,449	-0,0528
Error est. asimetría	0,403	0,414
Curtosis	0,421	-1,06
Error est. curtosis	0,788	0,809

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

#### 4.4.4 Rendimiento académico POST-TEST.

Los valores obtenidos en el rendimiento académico luego de aplicar el post-test se registran las siguientes tablas.

### Rendimiento académico grupo control.

**Tabla 10-4:** Rendimiento académico grupo control momento después.

<b>RENDIMIENTO ACADÉMICO GRUPO CONTROL</b>	<b>Frecuencias</b>	<b>% del Total</b>	<b>% Acumulado</b>
Alcanza los aprendizajes	10	31,3 %	31,3 %
Está próximo a alcanzar	21	65,6 %	96,9 %
No alcanza los aprendizajes	1	3,1 %	100,0 %

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

En este grupo el 65,6 % de estudiantes obtuvieron una nota entre 4,01 – 6,99 lo que significa que la mayoría de estudiantes están próximos a alcanzar los aprendizajes. El 3,1% no alcanza los aprendizajes, y el 31,3% de estudiantes evaluados obtuvieron una nota entre 7 y 8,99, es decir alcanzan los aprendizajes

### Rendimiento académico Grupo Experimental.

**Tabla 11-4:** Rendimiento académico grupo experimental momento después.

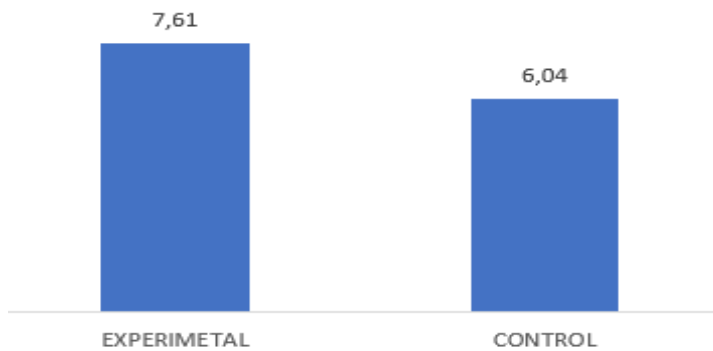
<b>RENDIMIENTO ACADÉMICO GRUPO CONTROL</b>	<b>Frecuencias</b>	<b>% del Total</b>	<b>% Acumulado</b>
Alcanza los aprendizajes	21	61,8 %	61,8 %
Domina los aprendizajes	6	17,6 %	79,4 %
Está próximo a alcanzar	7	20,6 %	100,0 %

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

En el grupo experimental el 61,8% de estudiantes obtuvieron una nota entre 7,00 y 8,99 y corresponden a los estudiantes que alcanzan los aprendizajes. El 20,6% está próximo a alcanzar los aprendizajes, obtuvieron una nota entre 4,01 y 6,99, mientras que el 17,6% de estudiantes dominan los aprendizajes, con notas entre 9,00 y 10,00.

Para visualizar las medias del rendimiento académico de los dos grupos en el Post test, se lo hará mediante el siguiente gráfico.

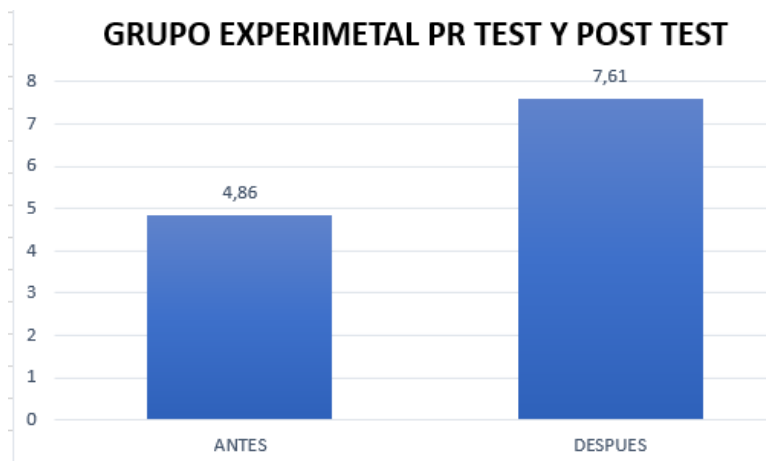
## POST - TEST GRUPOS EXPERIMENTAL Y CONTROL



**Gráfico 2-4.** Comparación medias Post Test grupos experimental y control.  
**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

### 4.4.5 Análisis del Grupo Experimental: Pre Test y Post Test

Para visualizar de manera clara las diferencias entre los dos grupos se utiliza el gráfico 3-4, que muestra las medias obtenidas permitiendo observar que existe una diferencia significativa entre los grupos.



**Gráfico 3-4.** Comparación medias Post Test grupos experimental y control.  
**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

El rendimiento académico del grupo experimental en sus dos momentos antes y después de aplicar el test y de acuerdo a la escala del Ministerio de Educación, con base al rendimiento académico, se observa en la Tabla 16-4

**Tabla 12-4:** Rendimiento Académico Pre Test- Post Test del Grupo Experimental

RENDIMIENTO ACADÉMICO	MOMENTO ANTES		MOMENTO DESPUÉS	
	Frecuencias	% del Total	Frecuencias	% del Total
Domina los aprendizajes			6	17,6 %
Alcanza los aprendizajes	3	8,8 %	21	61,8 %
Está próximo a alcanzar	24	70,6 %	7	20,6 %
No alcanza los aprendizajes	7	20,6 %		

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

## 4.5 Comprobación de Hipótesis

### Planteamiento de la hipótesis

$H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$  (No Existe diferencia significativa en el promedio del rendimiento académico entre los estudiantes que utilizan el Software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores y los que no aplican el Software GeoGebra para el aprendizaje de operaciones con vectores.)

$H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$  (Existe diferencia significativa en el promedio del rendimiento académico entre los estudiantes que utilizan el Software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores y los que no aplican el Software GeoGebra para el aprendizaje de operaciones con vectores)

### Nivel de significancia

$$\alpha = 0,05$$

### Criterio de decisión

Se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa si

$$T_c \leq -2 \text{ o } T_c \geq 2$$

Podemos utilizar el valor de probabilidad también, es decir:

Si P valor es  $< 0,05$  se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa

## Cálculos

Se realiza la comparación de los grupos denominados de Control y Experimental en base a la distribución T-Student.

**Tabla 13-4:** Prueba t para medias de dos muestras independientes

	<i>GRUPO EXPERIMENTAL</i>	<i>GRUPO CONTROL</i>
Media	7,613235294	6,0415625
Varianza	1,460198307	1,828723286
Observaciones	34	32
Varianza agrupada	1,638702594	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	64	
Estadístico t	4,984878127	
P(T<=t) una cola	2,50085E-06	
Valor crítico de t (una cola)	1,669013025	
P(T<=t) dos colas	0,000005002	
Valor crítico de t (dos colas)	2,00	

**Realizado por:** Guacho, Mercy, 2023

## Decisión

Como P valor es menor a 0,05. Se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna. Existe diferencia significativa entre el promedio del rendimiento académico obtenido en el pre test y el promedio del rendimiento académico obtenido en el post test, en el grupo experimental, luego de aplicar el Software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín de la ciudad de Riobamba.

### 4.6 Discusión de resultados

Los estadísticos de resumen muestran que la media del grupo experimental supera a la del grupo de control ( $7,61 > 6,04$ ), además, los valores de la desviación estándar y la varianza son menores en el grupo experimental, lo que nos da a notar que los datos son consistentes.

En el pre test el rendimiento académico de los estudiantes del grupo experimental fue: El 8,8% alcanza los aprendizajes, el 70,6 % está próximo a alcanzar los aprendizajes, el 20,6% No alcanza los aprendizajes.

En el post test el grupo experimental obtuvo una media de 7,61 en el rendimiento académico los porcentajes alcanzados fueron: 17,6% Domina los aprendizajes, el 61,8% Alcanza los aprendizajes, el 20,6% Está próximo a alcanzar los aprendizajes no existe estudiantes que no alcancen los aprendizajes.

En el grupo experimental luego de aplicar el post test, la calificación máxima obtenida es de 9,75/10, mientras que en el grupo control es de 8,10/10.

La calificación mínima obtenida por los estudiantes luego de aplicar el post test, es de 4,50/10, en el grupo experimental, mientras que en el grupo control es de 3,20/10.

Después de aplicar el post test en el grupo de control, observamos que el valor más común de la escala de 0 -10, es 5,95 y son 4 estudiantes que registran este puntaje, mientras que en el grupo experimental, el valor más común es 7,2 con una frecuencia de 3.

Esta investigación se planteó como hipótesis: Existe diferencia significativa entre el promedio del rendimiento académico obtenido en el pre test y el promedio del rendimiento académico obtenido en el post test, en el grupo experimental, luego de aplicar el Software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín de la ciudad de Riobamba.

Para la verificación de la hipótesis se utilizó el estadístico T- Student, obteniendo como P valor 0,000005002 por lo cual se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación.

Este estudio es de impacto ya que se respalda con investigaciones internacionales como la realizada por (Cenas Chacón et al., 2021), su investigación concluye que la incorporación de GeoGebra en el proceso de enseñanza se traduce en un mejor rendimiento académico para los estudiantes, ya que les permite analizar contenidos matemáticos en un tiempo relativamente corto.

(Quevedo Álava & Cedeño Llor, 2022) manifiestan que la implementación de diversas estrategias novedosas en el entorno educativo como por ejemplo el empleo de un software matemático dinámico despierta el entusiasmo del estudiante por el proceso de aprendizaje, ya que las clases se vuelven atractivas y entretenidas, cualidades esenciales en el estudio de conceptos como los Vectores.

(Suárez Suárez, 2018) La incorporación de GeoGebra en la resolución de operaciones con vectores facilita abordar problemas que pueden resultar desafiantes cuando se resuelven

exclusivamente con papel y lápiz, además, propicia una reorganización cognitiva al engranar conceptos previamente vinculados en distintas áreas de las matemáticas, como el cálculo, la geometría y la trigonometría, esta integración enriquece la experiencia en el aula de matemáticas.

(Orozco Rodríguez, 2017) enfatiza en su investigación que la guía del docente juega un papel fundamental en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, esto es especialmente importante para identificar el estilo de aprendizaje de los estudiantes y, en consecuencia, planificar estrategias didácticas que promuevan una enseñanza efectiva de las matemáticas. Además, se destaca que la integración del software GeoGebra en la enseñanza de operaciones con vectores tiene un impacto significativo en el proceso educativo, ya que facilita una comprensión más profunda de estas operaciones y amplía la capacidad de resolver ejercicios que requieren un análisis más detallado

(Tarazona Giraldo, 2018) menciona que la aplicación de estrategias de enseñanza que incorporan herramientas dinámicas como el uso del software GeoGebra, es esencial para fortalecer el proceso de aprendizaje de los estudiantes, lo que les permite establecer conexiones visuales entre la representación algebraica y gráfica, creando un ambiente propicio para un aprendizaje más significativo de las operaciones con vectores.

## **CAPÍTULO V**

### **5. PROPUESTA**

#### **5.1 Introducción**

La estrategia didáctica propuesta se apoya principalmente en el uso del software GeoGebra como parte de las herramientas generadas por las TIC y como mecanismo de apoyo para la enseñanza, los contenidos se basan en la Unidad Temática 4 Vectores del libro de Matemáticas Bachillerato General Unificado 1° Curso Texto del Estudiante del Ministerio de Educación, en combinación de métodos como, resolución de problemas para proporcionar a los estudiantes ejercicios prácticos relacionados con las operaciones con vectores y el método de enfoque gráfico para exponer a los estudiantes la suma, resta y multiplicación por un escalar. Todo esto con la finalidad de que ellos puedan construir y apropiarse de forma autónoma de los conocimientos y sobre todo que se conviertan en participantes activos en su propio proceso de aprendizaje acerca de las operaciones con vectores y con el objetivo de ayudar a los estudiantes en la comprensión y aplicación de los conceptos de vectores. Adicionalmente se base en el constructivismo debido a que con la estrategia propuesta se pretende que los estudiantes generen un aprendizaje significativo.

La propuesta contiene una guía como material de apoyo para el estudiante, misma que está diseñada en base a los resultados obtenidos luego de realizar una revisión bibliográfica de las distintas estrategias didácticas utilizadas en la enseñanza de vectores y sus operaciones y está dirigida a estudiantes de primero de bachillerato.

La propuesta está dividida de la siguiente manera:

Módulo 1: Vectores y sus componentes, conceptos y características generales de los vectores

Módulo 2: Tipos de vectores

Módulo 3: Operaciones con vectores (suma resta producto escalar y producto vectorial)

La propuesta está guiada por la metodología activa, es decir los estudiantes se involucran en actividades que requieren pensamiento crítico y en la resolución de problemas.



## 5.2 Desarrollo de la Propuesta

### 5.2.1 Módulo 1

**Área:** Matemáticas

**Eje Temático:** Vectores y sus componentes

#### **Destreza con criterio de desempeño**

Graficar vectores en el plano (coordenadas) identificando sus características: dirección, sentido y longitud o norma. (Ministerio de Educación, 2018)

#### **Presentación**

En este módulo se abordará el concepto de vector tanto en su representación gráfica y algebraica, magnitud vectorial, además se expondrán actividades desarrolladas con el software GeoGebra y actividades propuestas para el estudiante.

#### **Vectores**

El segmento de recta orientado  $\overrightarrow{AB}$  denominado vector, es una entidad matemática que se utiliza para representar magnitudes, tiene la capacidad de desplazarse a cualquier punto del plano sin alterar ni su magnitud ni su orientación (dirección y sentido), posee 3 elementos que lo definen: módulo, dirección y sentido.

**Módulo** corresponde a la longitud del segmento  $\overrightarrow{AB}$  y se denota como  $|\overrightarrow{AB}|$

**Dirección** Está determinada por la dirección de la recta que cruza por A y B

**Sentido** La punta de la flecha indica el sentido es decir si va del punto A al punto B o del punto B al punto A

#### **Magnitud escalar**

Existen magnitudes, como la masa y el tiempo entre otras que se definen mediante una cantidad y su respectiva unidad de medida para describir su valor o tamaño, no tienen una dirección específica en el espacio, pero poseen una dirección asociada y se las conoce como magnitudes escalares, por ejemplo:

## Longitud



**Figura 1-5.** Longitud de un lápiz

Fuente: (LIBRO-PEDIA – Matemática, 2020)

Luego de la cuarta semana de clases mi lápiz mide 16 centímetros, como podemos observar se muestra la distancia entre dos puntos que en el ejemplo son el punto A (punta del lápiz) y el punto B (borrador del lápiz)

## Tiempo



**Figura 2-5.** Tiempo de recorrido del bus

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

El bus se demora 20 minutos desde la parada que se encuentra cerca a mi casa hasta la escuela, este tipo de magnitud escalar nos permite determinar la duración entre dos eventos.

## Temperatura



**Figura 3-5.** Temperatura del día

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Hoy en la ciudad de Riobamba el termómetro marcó de 18° C, esta magnitud no tiene una dirección específica solo indica un número y una unidad.

### ***Para analizar***

¿En qué unidades crees que se mide la longitud según el sistema internacional?

¿En qué unidades crees que se mide el tiempo según el sistema internacional?

¿En qué unidades crees que se mide la temperatura según el sistema internacional?

## Magnitudes vectoriales

Las magnitudes que acabamos de revisar no son las únicas, existen otras que requieren otro tipo de información o datos para poder estar completamente determinados, datos como el módulo, dirección y sentido, y se les conoce con el nombre de magnitudes vectoriales. Por ejemplo

### Velocidad



**Figura 4-5.** Competencia de atletismo

Fuente: (Imágenes de Atletismo Dibujo - Descarga gratuita en Freepik, s. f.)

Si tu o uno de tus compañeros fueran seleccionados para competir en una carrera. ¿Qué datos necesitan conocer?

.....  
.....

### Fuerza



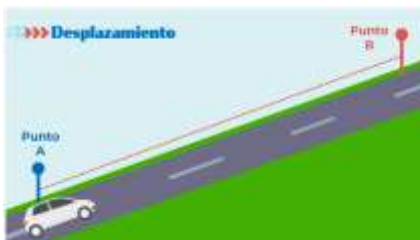
**Figura 5-5.** Mover un sofá

Fuente:(sebasurgue, 2021)

Si en tu casa o en el colegio solicitara tu ayuda para cambiar de lugar algún mueble ¿Qué datos necesitarías conocer antes de realizar el cambio?

.....  
.....

### Desplazamiento



**Figura 6-5.** Desplazamiento de un auto

Fuente: (GCFGlobal, s. f.)

Si te encuentras en la casa de la cultura por actividades extracurriculares y requieres desplazarte hacia tu casa

¿Qué datos necesitas conocer para dirigirte a tu casa?

.....  
.....

### ***Para analizar***

¿En qué unidades consideran que se miden las magnitudes que acabamos de observar según el Sistema Internacional?

### **Actividad evaluativa de refuerzo**

Completa los siguientes enunciados.

La magnitud física que está completamente determinada con un número y sus correspondientes ..... se denomina magnitud ..... Por ejemplo:  
.....

A las magnitudes físicas que no pueden ser descritas únicamente por .....  
y que es imprescindible la ..... reciben el nombre de magnitudes vectoriales. Por ejemplo .....

### **Iniciando con GeoGebra**

GeoGebra es una aplicación web gratuita y de código abierto que brinda la posibilidad de trabajar en línea es decir desde la web, sin tener que descargar o instalar el programa o si se prefiere se puede usar la aplicación de escritorio en caso de no disponer con conexión a internet estable. Esta plataforma interactiva combina geometría, álgebra, cálculo y otras áreas de las matemáticas y se puede acceder a través del sitio web oficial [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

### **Usando GeoGebra**

Una vez instalada la aplicación, es necesario tener en cuenta la distribución del área de trabajo y sus elementos principales como la barra de herramientas, la vista algebraica, la vista gráfica y la barra de entrada.



**Figura 7-5.** Área de trabajo de GeoGebra

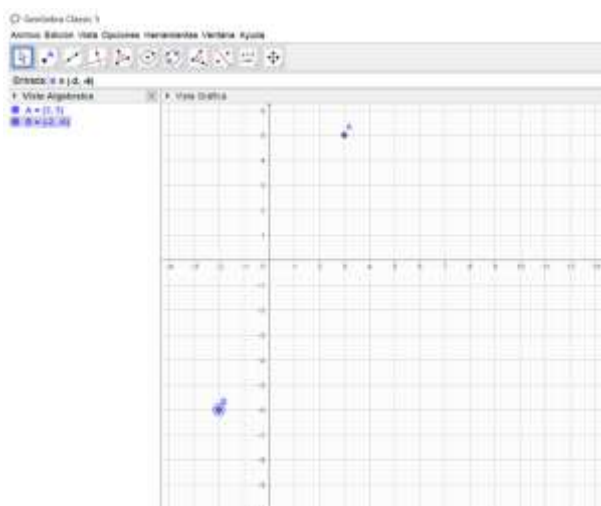
Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

### Barra de herramientas

La barra de herramientas contiene opciones que permiten el acceso a las distintas herramientas y comandos para crear y modificar objetos, como por ejemplo "Punto", "Línea", "Círculo", "Recta" etc. En la herramienta "Recta" se encuentra la opción vector que es la que utilizaremos

### Vectores en el plano con GeoGebra

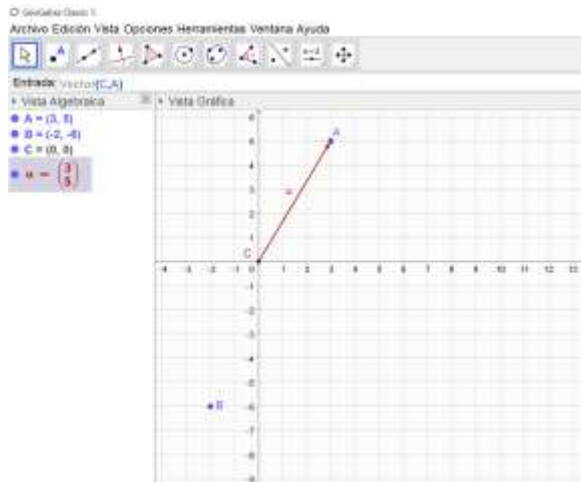
Para la construcción de vectores iniciaremos graficando dos puntos, para esto se requiere ingresar las coordenadas de los Puntos A y B, y lo haremos escribiendo  $A=(3,5)$  en "Entrada" y  $B=(-2,-6)$ , como se muestra en la figura



**Figura 8-5.** Ingreso de dos puntos

Realizado por: (GCFGlobal, s. f.)

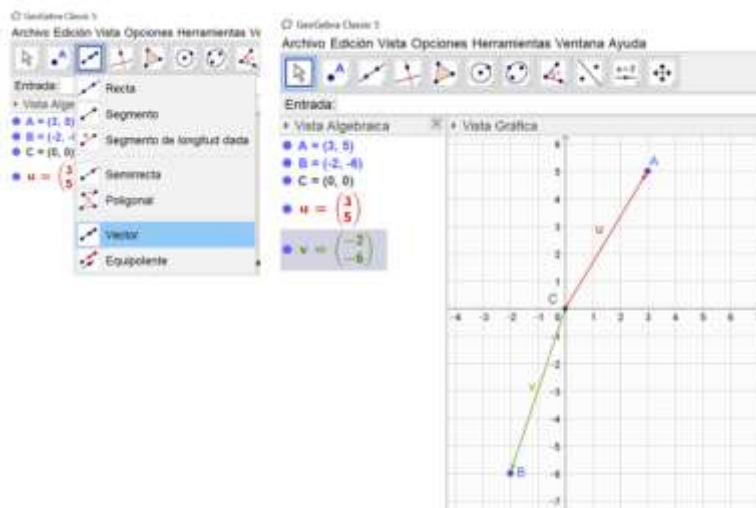
Para graficar un vector en GeoGebra se puede proceder de dos formas, la primera es escribir la instrucción  $\text{Vector}(C,A)$ , en el la caja "Entrada" como se observa en la Figura 9-3



**Figura 9-5.** Gráfico de un vector utilizando la caja “Entrada”

Realizado por: (GCFGlobal, s. f.)

De lo contrario puede utilizar la herramienta “Vector” y dibujar el vector uniendo los puntos correspondientes, para este caso partiendo del punto C hasta llegar al punto B.



**Figura 10-5.** Gráfico de un vector mediante la herramienta “Vector”

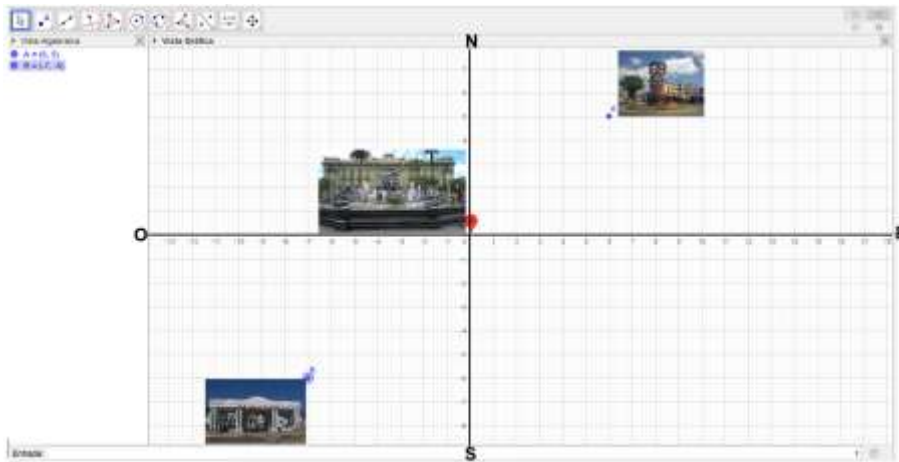
Realizado por: (GCFGlobal, s. f.)

### Actividades para el estudiante

Con la ayuda del software GeoGebra y tomando en cuenta situaciones habituales, plantearemos posibles escenarios y la representaremos de manera gráfica.

#### Ejercicio 1

Partimos del supuesto que nos encontramos en el parque Sucre y queremos desplazarnos al monumento de la vasija y al cementerio de la ciudad.



**Figura 11-5.** Desplazamiento

Realizado por: (GCFGlobal, s. f.)

Si tienes que dirigirte del parque Sucre a uno de los 2 lugares ¿Cómo representarías de manera gráfica?

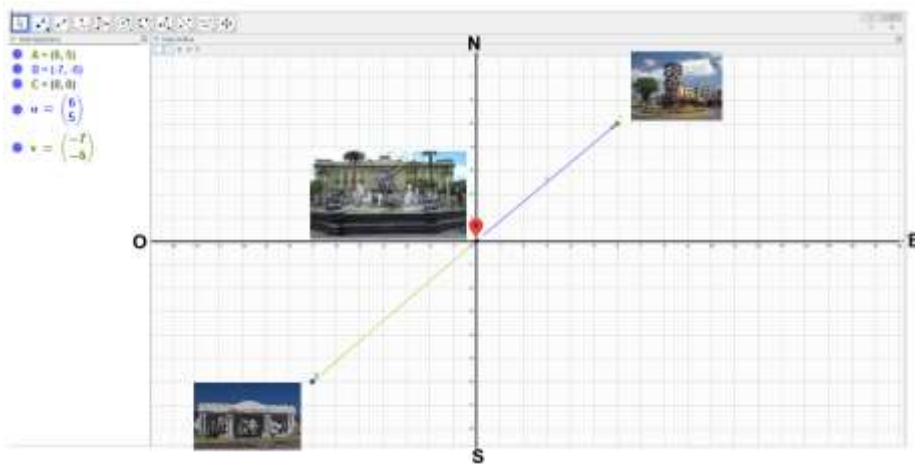
.....

¿Cuál es el punto de origen para tu desplazamiento?

.....

Si tu primer destino es la vasija ¿Qué punto representa este desplazamiento?

.....



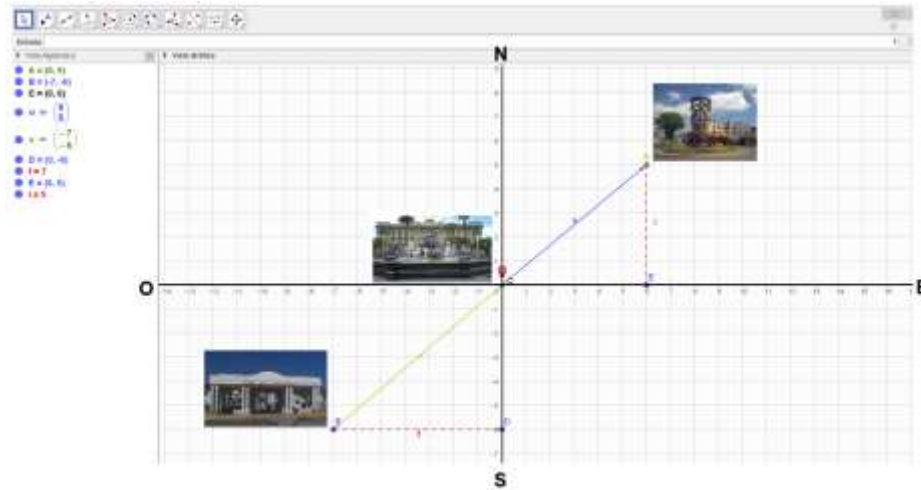
**Figura 12-5.** Trazo de un vector

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Observa en la imagen los vectores trazados y redacta lo que encuentras

.....

.....



**Figura 13-5.** Coordenadas de un vector

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Escribe según tu criterio que representan las coordenadas de cada vector

.....  
 .....

A continuación, se presentan 3 fórmulas para calcular la distancia, si se requiere conocer la distancia exacta entre cada punto, ¿Qué fórmula seleccionaría?

- La fórmula general
- Teorema de Pitágoras
- Función trigonométrica

Escribe a distancia que se debería recorrer para llegar a los puntos:

La vasija .....


El cementerio .....





**Figura 14-5.** Distancia o módulo de un vector

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

En GeoGebra la distancia o módulo de un vector se calcula de forma rápida y fácil, simplemente debemos seleccionar la opción distancia o longitud  , situada en la barra de herramientas y seleccionar el punto inicial y final del vector.

### Ángulo de un vector

El ángulo de un vector se refiere al ángulo que forma el vector con respecto a un sistema de referencia o ejes cartesianos, es decir es parte del plano determinado por dos semirrectas, el ángulo se mide en sentido antihorario.

Se requiere calcular el ángulo  $\beta$  ¿Cómo realizaría el cálculo, es decir desde donde iniciaría?, justifique el porqué de su respuesta.



**Figura 15-5.** Ángulo de un vector


Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

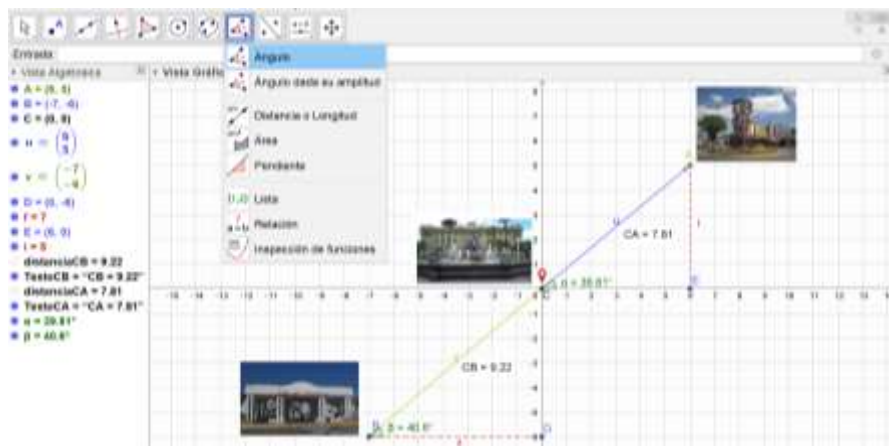
Para hallar el ángulo de inclinación que forma cada vector. ¿Qué fórmula debería utilizar?

- La fórmula general
- Teorema de Pitágoras
- Función trigonométrica

¿Cuál es el ángulo que se forma en cada sector a desplazarse?

.....

En GeoGebra se puede calcular el valor de los ángulos mediante la opción **Ángulo**  ubicada en la barra de herramientas, seleccionamos esta opción, la misma que mediante el marcado de 3 puntos visualizará el valor del ángulo buscado.



**Figura 16-5.** Opción para calcular el valor del ángulo

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

**Actividades para el estudiante**

1. Ubica los puntos cardinales en la figura 12-3 y analiza ¿hacia dónde apunta cada vector?

.....  
 .....

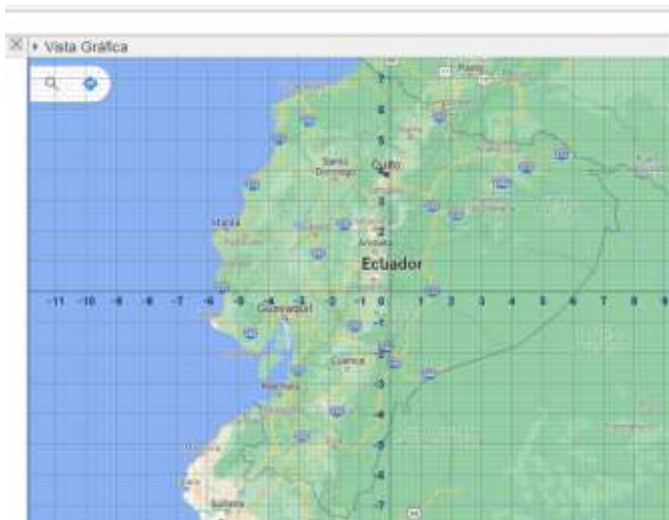
2. ¿Qué elemento del vector nos indica ir de derecha a izquierda o viceversa?

.....  
 .....

3. Para trazar un vector de forma gráfica usamos una ..... la misma que va desde el punto ..... hasta el punto .....; simbólicamente se representa como ....., donde la flecha indica su .....

4. Los estudiantes de primero de bachillerato planifican su gira de fin año desde la ciudad de Riobamba hacia las playas de Manta, observa la figura 17-3, e indica ¿cuál es el punto de partida y el punto de llegada?

.....  
 .....




**Figura 17-5.** Mapa del Ecuador






Fuente: Google Maps

**Sabías que...**

Si observas a tu alrededor podrás notar que en la mayoría de objetos que te rodean o en las distintas actividades que realizamos, puedes hallar vectores por ejemplo, los que se observa en la siguiente tabla.

**Tabla 1-3. Aplicaciones de vectores en la vida diaria**

ACTIVIDADES RECREATIVAS	ILUSTRACIÓN
Cuando vuelas una cometa, el vector se localiza en el hilo que la sujeta	

<p>Un juego muy tradicional en los parques o en áreas exteriores es el columpio, aquí observamos que las cadenas que están atadas al asiento forman vectores paralelos.</p>	
<p>El sube y baja es un juego infantil tradicional en el que también podemos apreciar la presencia de vectores en la barra larga tienen la misma dirección y diferente sentido</p>	
<p><b>ACTIVIDADES DEPORTIVAS</b></p>	<p><b>ILUSTRACIÓN</b></p>
<p>El juego de billar es un deporte de precisión y coordinación, el movimiento de cada una de las esferas de billar requiere de una dirección y sentido.</p>	
<p>En el futbol, la posición de los jugadores genera varios vectores cuando patean la pelota proveen de una dirección y sentido hacia cada uno de sus objetivos.</p>	
<p>En el golf para introducir la pequeña bola en el hoyo, el bastón es el punto de partida para crear un vector con un dirección y sentido,</p>	

Realizado por: Guacho Mercy, 2023

### 5.2.2 Módulo 2

Área: Matemáticas

Eje Temático: Tipo de vectores

#### Destreza con criterio de desempeño

Reconocer los tipos de vectores que existen en el plano, características, dirección, sentido y longitud o norma.(Ministerio de Educación, 2018)

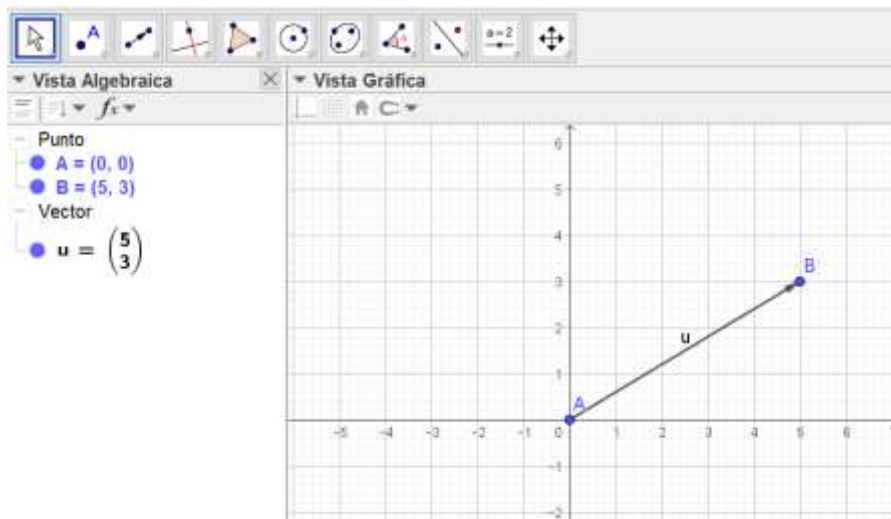
## Presentación

En este módulo se revisará la clasificación de los vectores, puede existir distintas formas de clasificación en correspondencia de sus características, en este módulo abordaremos los vectores fijos, equipolentes y libres.

## Vectores fijos

Un vector fijo es aquel que está formado por dos puntos del plano por ejemplo A, B, donde A es el punto de origen, además A y B pasa por una única recta, su dirección es constante.

Los puntos A y B del plano, forman un vector fijo se representa de la siguiente forma  $\overrightarrow{AB}$ . Los vectores fijos, cuentan con un módulo, dirección y sentido.



**Figura 18-3.** Vector fijo

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

De acuerdo al ejemplo de la Figura 18-3, los elementos del vector  $\overrightarrow{AB}$ , quedarán establecidos de la siguiente manera:

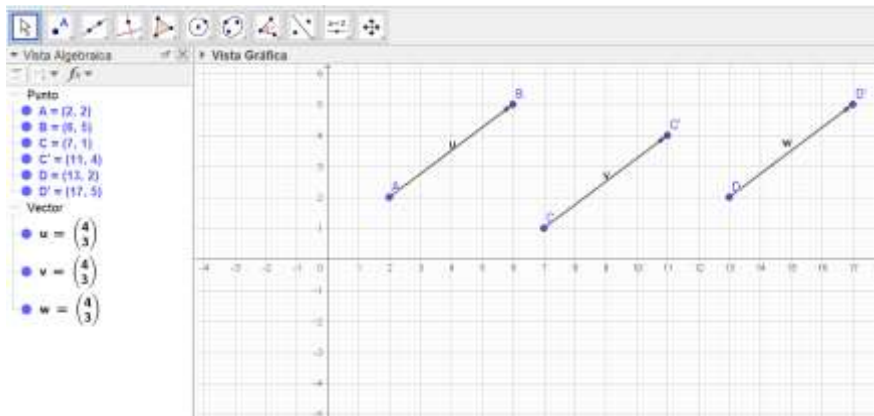
La longitud del segmento AB corresponde al **módulo** del vector  $\overrightarrow{AB}$  y siempre es un valor positivo es decir se considera el valor absoluto  $|AB|$ .

La **dirección** del vector del vector  $\overrightarrow{AB}$  es la recta a la que pertenece es decir la recta determinada por A y B. Se puede dar el caso de que en la misma recta se encuentren dos vectores o en una recta paralela en ese caso se dice que los vectores tienen la misma dirección.

El **sentido** del vector del vector  $\overrightarrow{AB}$  está determinado por el origen es decir el punto de partida y el extremo o el punto donde termina, para este caso el sentido se define sobre la recta A y B, donde el origen es el punto A y el extremo el punto B.

### Vectores Equipolentes

Los vectores equipolentes son aquellos que poseen el mismo módulo dirección y sentido, a continuación, se muestra 3 vectores equipolentes.





**Figura 19-5.** Vectores equipolentes

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Como se puede observar en la figura 19-3, los vectores tienen diferente origen, pero son coincidentes en dirección, módulo y sentido.

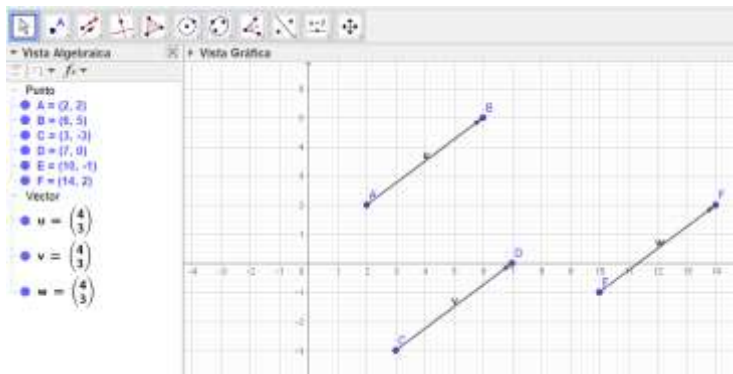
Para realizar vectores equipolentes con GeoGebra se procede de la siguiente manera:

Primero creas 2 puntos A y B con la opción punto  y luego con la opción vector, genero

el vector  $u$  , para los vectores equipolentes utilizo la opción equipolente  para lo cual en primer lugar ubico el punto C, enseguida selecciono la opción equipolente, marco el punto y luego el vector  $u$  e inmediatamente se generará el vector  $v$ , procedo de la misma manera para crear el vector  $w$ .

### Vectores libres

Se llama vector libre al conjunto de vectores fijos y equipolentes y desde el punto de vista matemático suponen uno solo, el punto de origen se encuentra en cualquier lugar del plano.

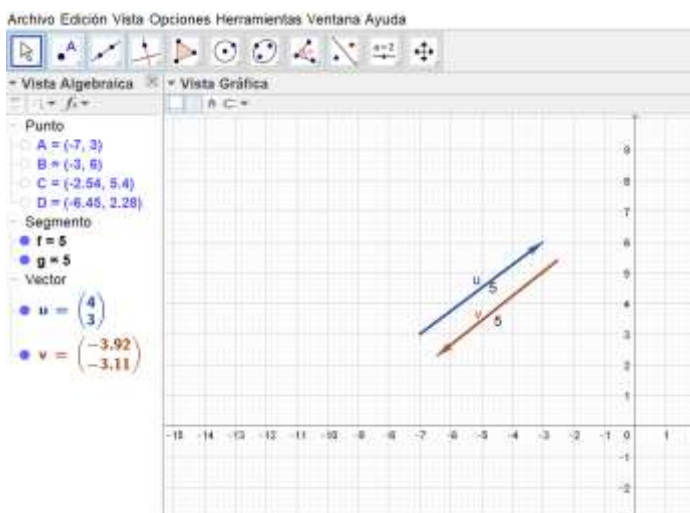


**Figura 20-5.** Vectores libres

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

### Vectores Opuestos

Los vectores opuestos presentan el mismo módulo y dirección, pero con sentido contrario, sus flechas apuntan a direcciones opuestas.



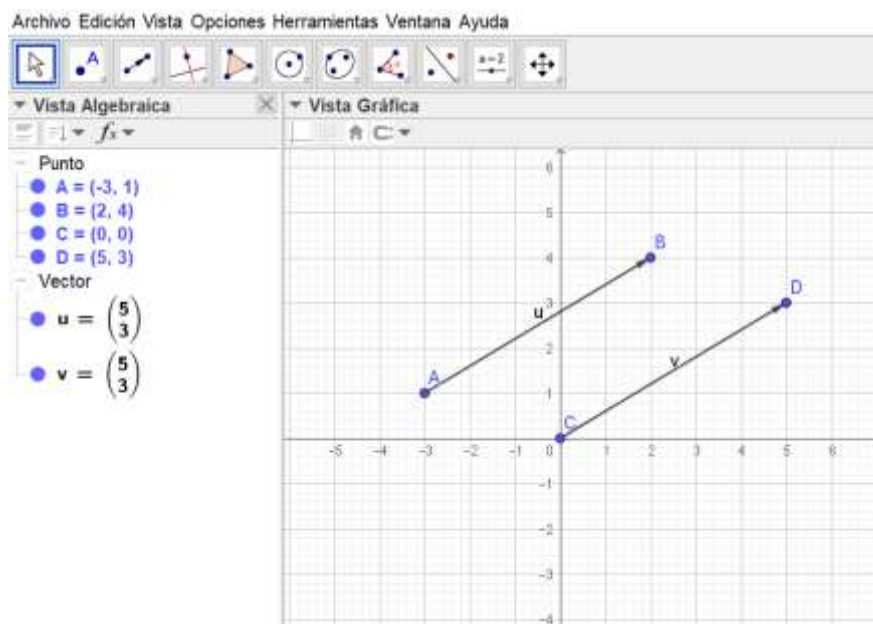
**Figura 21-5.** Vectores opuestos

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Existen 2 formas para calcular el módulo de un vector.

La primera aplicando la fórmula para calcular la distancia entre dos puntos, esto cuando el vector es libre. Sean dos puntos  $A(x_1, y_1)$  y  $B(x_2, y_2)$ , en la siguiente figura observamos el vector  $\overrightarrow{AB}$ , que va de A a B, para calcular el módulo aplicamos la siguiente fórmula;

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$



**Figura 22-5.** Vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{CD}$


Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

La segunda cuando el vector es fijo, el módulo se calcula con la fórmula de la distancia desde el origen hacia las coordenadas de su componente. Con el vector  $v$  la fórmula sería:

$$\vec{v} = (v_1, v_2)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2}$$

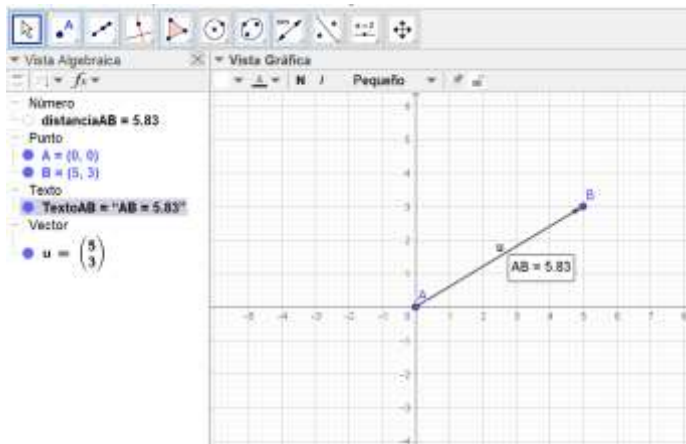
La herramienta GeoGebra nos ayuda a calcular el módulo sin necesidad de aplicar las fórmulas, simplemente hay que seguir los siguientes pasos:

En la barra de herramientas seleccionar la opción ángulos , una vez aquí hay que activar la opción Distancia o longitud.



Una vez activa esta opción elegimos los puntos sobre los cuales se desea calcular la distancia.





**Figura 23-5.** Módulo del vector  $u$

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Si aplicamos la fórmula tendremos el mismo valor

$$\vec{u} = (5,3)$$

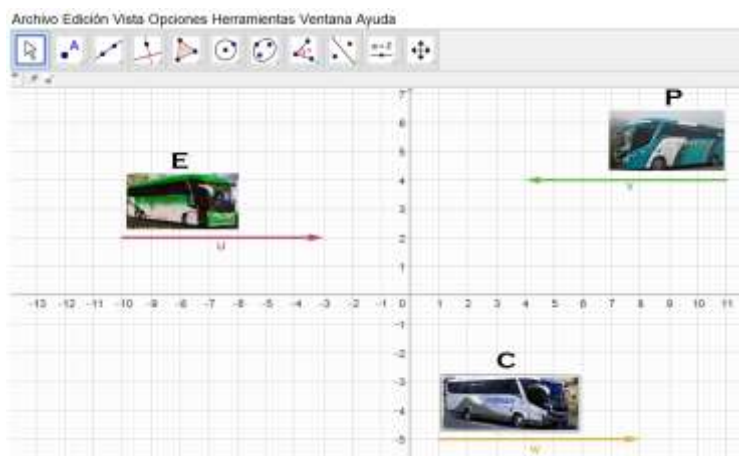
$$|\vec{u}| = \sqrt{(5)^2 + (3)^2}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{34}$$

$$|\vec{u}| = 5,83$$

### Para analizar

Observa la siguiente figura, representa la vía Riobamba – Ambato en la cual circulan 3 buses interprovinciales identificados con: E, P, C y forman los vectores  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , los buses circulan a la misma velocidad.



**Figura 24-5.** Circulación de buses

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Identifica las semejanzas y diferencias en cuanto a módulo, dirección y sentido entre los vectores que forman la trayectoria de los buses.

Módulo	Dirección	Sentido
$E = P$		$E \neq P$

De acuerdo a los resultados comparativo de la tabla anterior se puede concluir lo siguiente:

Los vectores ..... Son equipolentes

Los vectores ..... Son vectores opuestos

### Actividades para el estudiante

En la siguiente figura se muestra un sube y baja en el que se puede observar 2 vectores a los que denominaremos  $u$  y  $v$ . Utilizando GeoGebra desarrollo lo solicitado en cada literal.

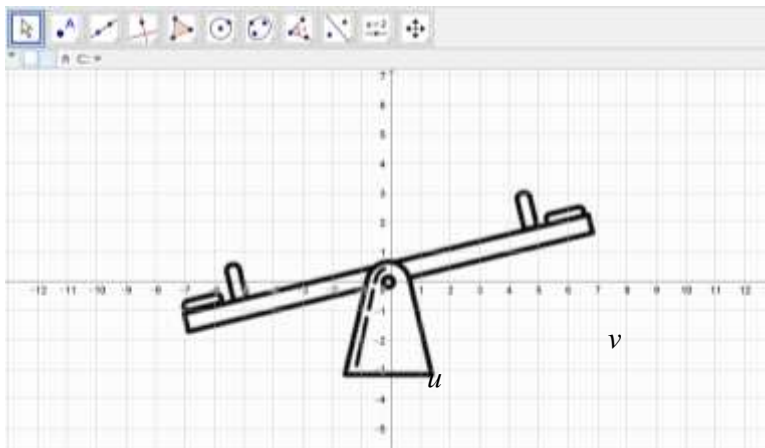


Figura 24-5. Balancín

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

1. Representa gráficamente los vectores  $u$  y  $v$ , escribe las coordenadas

.....

2. En la siguiente tabla registra las características de los vectores  $u$  y  $v$

Vector	Módulo	Dirección	Sentido
Vector $u$			
Vector $v$			
Iguales o diferentes			

3. A qué tipo de vectores corresponden los vectores  $u$  y  $v$ .

.....

Responde las siguientes preguntas

4. Escribe los tipos de vectores revisados en clase

.....  
.....

5. Escribe las características de los tipos de vectores revisados

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### 5.2.3 Módulo 3

**Área:** Matemáticas

**Eje Temático:** Operaciones con vectores

#### **Destreza con criterio de desempeño**

Sumar, restar vectores y multiplicar un escalar por un vector de forma geométrica y de forma analítica aplicando propiedades de los números reales y de los vectores en el plano. (Ministerio de Educación, 2018)

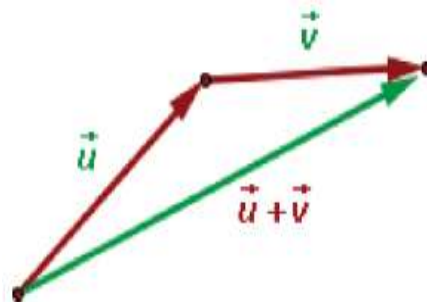
#### **Presentación**

En este módulo se desarrollará el proceso para la realización de suma y resta de vectores, producto escalar y producto cruz de vectores la clasificación de los vectores, se desarrolla ejercicios en GeoGebra y también se propone ejercicios para los estudiantes.

#### **Suma de Vectores**

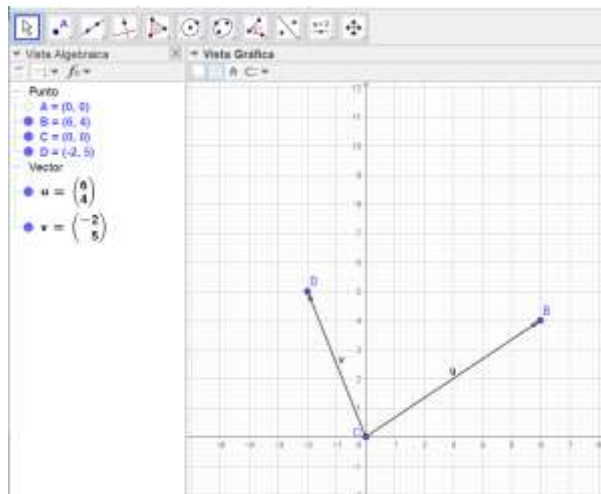
La suma de vectores es una expresión matemática que combina dos o más vectores, para realizar la suma de vectores existen diferentes métodos, en esta ocasión abordaremos 3 métodos: método del polígono, método denominado la regla del paralelogramo o método del paralelogramo y el método analítico.

En el método del polígono se procede de la siguiente forma: si tenemos dos vectores el extremo final de uno debe coincidir con el origen del otro vector.



**Ejemplo:** Sumar los siguientes vectores utilizando GeoGebra y el método del polígono

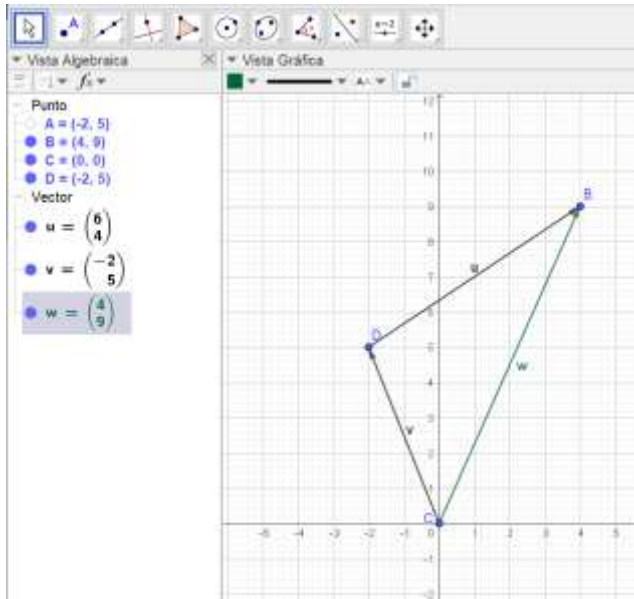
$$\vec{u} = (6,4) \quad \vec{v} = (-2,5)$$



**Figura 25-5.** Vectores u, v

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

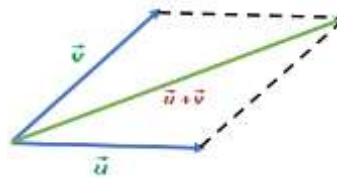
Para sumar los dos vectores, colocamos la base del segundo vector en la cabeza del primer vector.



**Figura 26-5.** Vector resultante método del polígono

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

El método la regla del paralelogramo se utiliza para realizar la suma de dos vectores de forma gráfica. Para realizar la suma por el método de la regla del paralelogramo se trazan dos rectas paralelas a los vectores con lo que se forma un paralelogramo, cuya diagonal coincide con la suma de los vectores.



Método analítico: Para sumar de forma analítica dos vectores se suman las respectivas componentes

$$\vec{u} = (u_1, u_2) \quad \vec{v} = (v_1, v_2)$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

### Ejemplo

$$\vec{u} = (6, 4) \quad \vec{v} = (-2, 5)$$

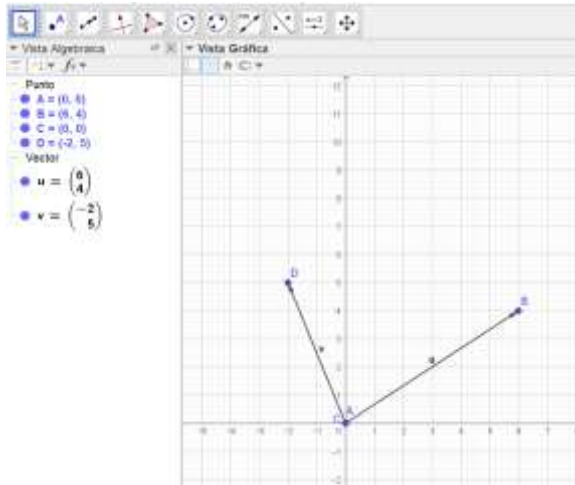
$$\vec{u} + \vec{v} = (6 + (-2), 4 + 5)$$

$$= (6 - 2, 4 + 5)$$

$$= (4, 9)$$


## Utilizando GeoGebra

Para sumar vectores con la ayuda de GeoGebra lo realizaremos aplicando la regla del paralelogramo.

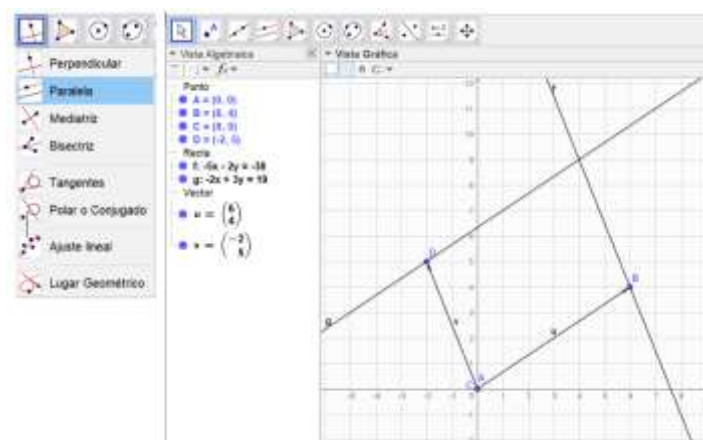


**Figura 27-5.** Vectores  $u$ ,  $v$

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Para trazar las rectas paralelas a los vectores seleccionamos en la barra de herramientas la opción recta  y dentro de esta la opción “paralela”

Para construir las rectas paralelas se selecciona el vector y se fija el punto, en el ejercicio propuesto se puede seleccionar primero el vector  $\vec{u}$  y como punto final el vector  $\vec{v}$  que corresponde a  $(-2,5)$ , la segunda recta paralela se construye seleccionando el vector  $\vec{v}$  y como punto final el vector  $\vec{u}$  que corresponde a  $(6,4)$ , sin embargo, este orden puede invertirse.



**Figura 28-5.** Rectas paralelas a los vectores  $u$ ,  $v$

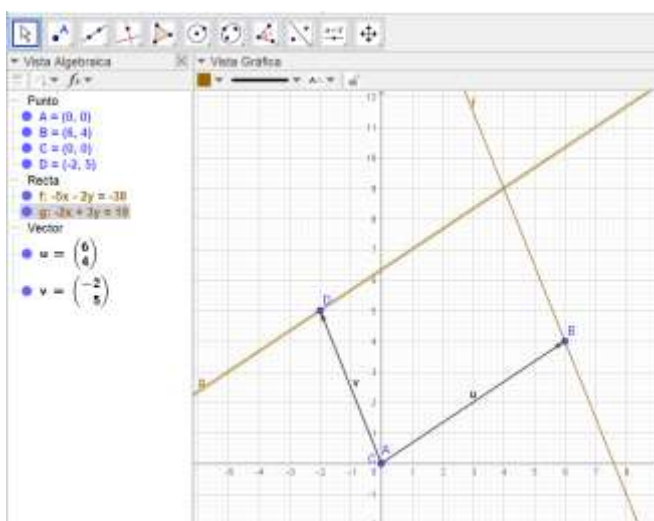
Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Para resaltar las rectas paralelas cambiamos el color mediante la opción propiedades a la que accedemos pulsando click derecho sobre sobre las rectas, elegir las pestaña “color”, se elige el color y se repite el procedimiento para la otra recta.



**Figura 29-5.** Cambio de color en propiedades del objeto

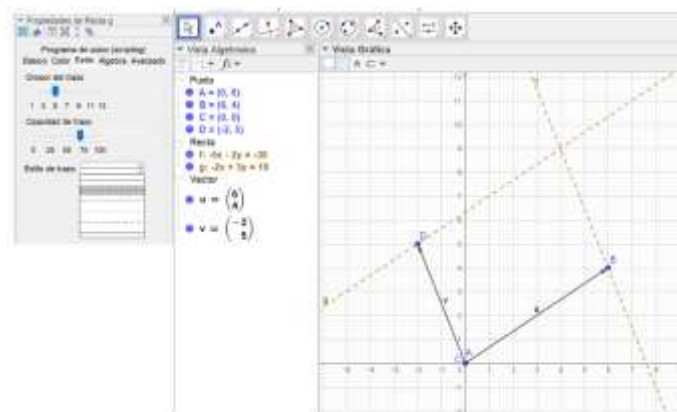
Realizado por: Guacho, Mercy, 2023



**Figura 30-5.** Personalizar color en las rectas paralelas a los vectores u, v

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Para resaltar las rectas paralelas cambiamos el estilo de línea, presionando click derecho sobre la recta y mediante la pestaña estilo



**Figura 31-5.** Estilo de línea en las rectas paralelas a los vectores u, v

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Para obtener el vector resultante de la suma, trazamos un vector desde el origen del sistema hasta la intersección de las rectas paralelas, es decir el vector resultante será:

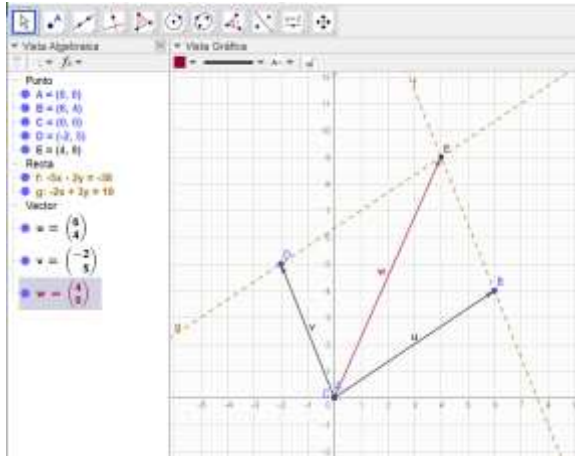


Figura 32-5. Vector resultante al sumar los vectores u, v

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Sumar los siguientes vectores utilizando el método del polígono y la herramienta GeoGebra

$$\vec{u} = (0, 4)$$

$$\vec{v} = (2, 3)$$

$$\vec{w} = (5, 0)$$

$$\vec{t} = (-2, -3)$$

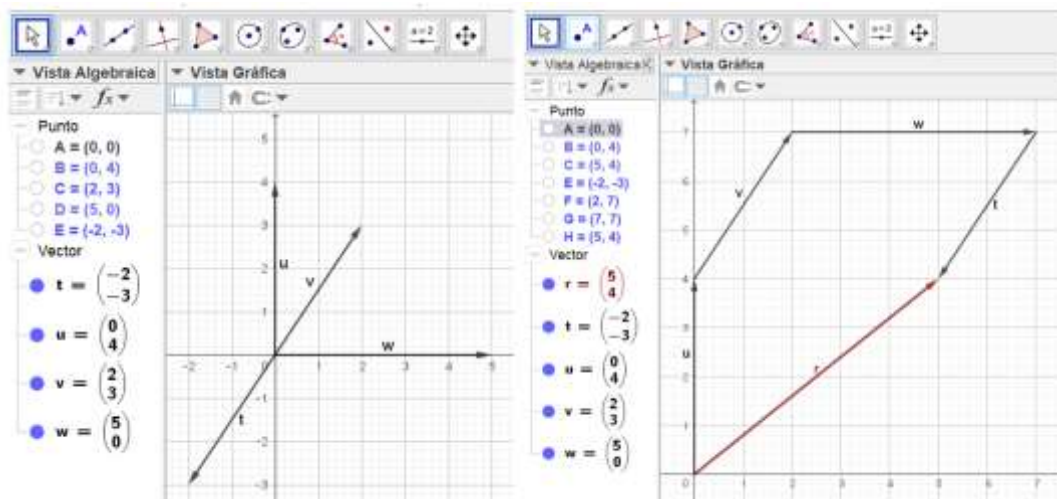


Figura 33-5. Vector resultante al sumar los vectores u, v, w, t

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023



### Actividad evaluativa de refuerzo

¿Cuáles son los métodos aprendidos para sumar vectores?

.....

¿En el método del paralelogramo para sumar 2 vectores se debe trazar?

.....

¿Para sumar 2 vectores por el método de las componentes solo debemos sumar?

.....

### Actividades para el estudiante

Realizar la suma de 2 vectores utilizando el método de las componentes y apoyado en la siguiente tabla.

DATOS	COORDENADA EN X	COORDENADA EN Y
Primer vector		
Operación	+	+
Segundo vector		
	=	=
Vector resultante		

Resuelve la misma operación utilizando el método del paralelogramo y apoyado con GeoGebra

Realiza las siguientes sumas de vectores utilizando el método del polígono y el software GeoGebra.

a)  $\vec{A} = (5,2)$        $\vec{B} = (-3,5)$

b)  $\vec{A} = (-2,4)$        $\vec{B} = (3,6)$

c)  $\vec{A} = (4,3)$        $\vec{B} = (2,8)$

Realiza las siguientes sumas de vectores utilizando el método del paralelogramo y el software GeoGebra.

a)  $\vec{A} = (3,5)$        $\vec{B} = (-2,4)$

b)  $\vec{A} = (-2,7)$        $\vec{B} = (3,6)$

c)  $\vec{A} = (5,3)$        $\vec{B} = (4,8)$

### Para recordar

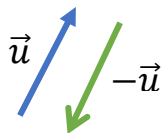
Al sumar dos vectores se obtiene un nuevo vector denominado vector resultante. Existen varios métodos para sumar vectores, de los cuales hemos revisado tres: el método del polígono, el método del paralelogramo y el método analítico.

Es importante destacar que, en la suma de vectores, el orden en el que se suman los vectores no importa debido a la aplicación de la ley conmutativa. Esto significa que puedes sumar los vectores en cualquier orden y obtendrás el mismo resultado final. Esta propiedad es fundamental en muchas aplicaciones prácticas y simplifica significativamente los cálculos vectoriales.

### Resta de vectores

Para restar dos vectores se procede como en la suma de vectores, es decir si tenemos dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ , la resta sería la suma de  $\vec{u}$  con el opuesto de  $\vec{v}$ . Al igual que en la suma, revisaremos los 3 métodos: método del polígono, método denominado la regla del paralelogramo o método del paralelogramo y el método analítico.

En el método del polígono se procede de la siguiente forma: si tenemos dos vectores el extremo final de uno debe coincidir con el origen del otro vector, pero con dirección invertida es decir si queremos restar  $\vec{u} - \vec{v}$ , debemos invertir el vector  $\vec{v}$ . Esto significa que cambiarás la dirección de  $\vec{v}$ , en consecuencia, si  $\vec{v}$  apuntaba hacia arriba, ahora apuntará hacia abajo, y si  $\vec{v}$  estaba en una dirección específica, ahora apuntará en la dirección opuesta. Si hablamos en términos de adición la resta de vectores se interpreta como la adición de un vector negativo.



En el vector opuesto  $-\vec{u}$  las componentes son las mismas que el vector original, pero con signos distintos.

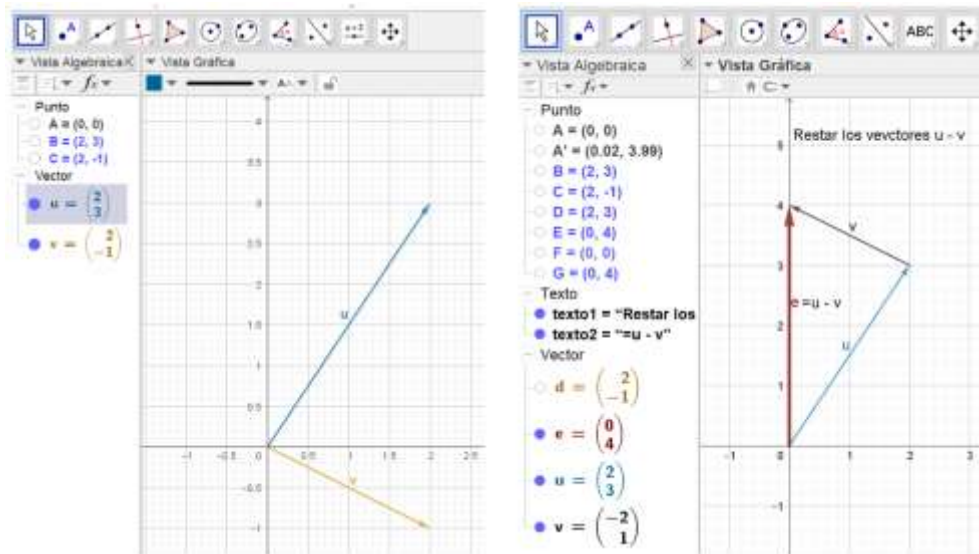
### Ejercicio

Aplicando el método del polígono y con el apoyo de la herramienta GeoGebra restar los vectores

$$\vec{u} = (2,3)$$

$$\vec{v} = (2, -1)$$

En primer lugar, graficamos los vectores en GeoGebra, una vez graficado los vectores procedemos con la traslación del vector es decir ubico el vector a continuación del primero tal como se procedía en la suma con la diferencia que en la resta se cambia de dirección.



**Figura 34-5.** Resta de vectores método del polígono

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Ahora resolveremos la misma operación empleando el método analítico

$$\vec{u} = (2, 3) \quad \vec{v} = (2, -1)$$

$$\begin{aligned} \vec{u} - \vec{v} &= (2, 3) - (2, -1) \\ &= (2 - 2, 3 - (-1)) \\ &= (0, 4) \end{aligned}$$

### Actividad evaluativa de refuerzo

¿Qué métodos se puede emplear para realizar la resta de vectores?

.....

¿Crees que es importante el orden de los vectores para realizar la resta?

.....

¿Cómo se denomina el vector que se obtiene al realizar la resta entre dos vectores?

.....

¿Escribe en qué consiste el método gráfico para la resta de vectores?

.....

### Actividades para el estudiante

Con los siguientes vectores: A (-3,2); B (1,3); C (5,-2); D(7,3); E(2,6); F(-4,-2) resolver de manera algebraica y luego realizar las operaciones con la ayuda de GeoGebra.

<b>A</b>		<b>B</b>	+	<b>C</b>		
(-3,2)	-				=	
<b>D</b>		<b>E</b>		<b>F</b>		
	-		-	(-4,-2)	=	
<b>E</b>		<b>B</b>		<b>A</b>		
	+	(1,3)	-		=	

### Para recordar

El proceso de resta de vectores se desarrolla cambiando el signo del segundo vector y luego se procede a operar normalmente como en el caso de la suma.

Al realizar una resta entre vectores se obtiene como resultado otro vector llamado resultante.

Para realiza la resta entre dos vectores podemos iniciar identificando como el vector minuendo (el que queremos restar) y el vector sustraendo (el que se resta), en segundo lugar, negamos el vector sustraendo invirtiendo el signo de todas sus componentes. Si el vector sustraendo es (a, b, c), su negación será (-a, -b, -c). Una vez que hemos negado el vector sustraendo, procedemos a sumarlo al vector minuendo como si se tratara de una suma de vectores. La operación se realiza componente por componente. Por ejemplo, si el vector minuendo es (x, y, z) y el vector sustraendo negado es (-a, -b, -c), la resta se realiza como sigue: Resultado = (x - a, y - b, z - c)

La representación simbólica de la resta de vectores siempre sigue la notación del vector minuendo seguida por el vector sustraendo, separados por el signo de resta. Por ejemplo, si deseamos restar el vector B al vector A, lo representamos como A - B.

### Producto escalar de vectores

El producto escalar de vectores, también conocido como producto punto o producto escalar interior, es una operación matemática entre dos vectores que resulta en un número real  $k = \vec{u} \cdot \vec{v}$ . Se representa con el símbolo "." o simplemente como una multiplicación de los dos vectores sin ningún operador visible. El producto escalar es una forma de combinar dos vectores y calcular la magnitud de la proyección de un vector sobre otro.

El producto escalar de dos vectores se puede calcular tanto de manera analítica y mediante el módulo y el ángulo formado por los vectores.

La expresión analítica del producto escalar es:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$$

Con el módulo y el ángulo de los vectores  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ , se utiliza la siguiente fórmula:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\widehat{\vec{u} \cdot \vec{v}})$$

**Ejemplo:** Encuentre el producto escalar entre los vectores  $\vec{u} = (4,3)$  y  $\vec{v} = (-2,6)$

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (4,3) \cdot (-2,6) \\ &= (4 \cdot (-2) + 3 \cdot 6) \\ &= -8 + 18 \\ &= 10\end{aligned}$$

Aplicando el módulo y el ángulo de los vectores  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ , partimos de la fórmula

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\alpha)$$

En primer lugar, iniciamos despejo el  $\cos(\alpha)$  de la fórmula inicial

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

Procedemos con el cálculo de los módulos, para lo cual utilizamos la fórmula de la distancia entre dos puntos.

$$|\vec{u}| = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{25}$$

$$|\vec{u}| = 5$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-2)^2 + 6^2}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{40}$$

$$|\vec{v}| = 6,316227832$$

Ahora calculamos el ángulo.

$$\cos(\alpha) = \frac{10}{5 \cdot 6,32}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{10}{31,62}$$

$$\cos(\alpha) = 0,32$$

$$\alpha = \arccos(0,32)$$

$$\alpha = 71,57^\circ$$

Finalmente

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 5 * 6,325 * \cos (71,57)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 9,99$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 10$$

## Resolviendo con GeoGebra

Para resolver el producto escalar con GeoGebra en primer lugar se grafica los vectores, para ello utilizamos la opción vector.

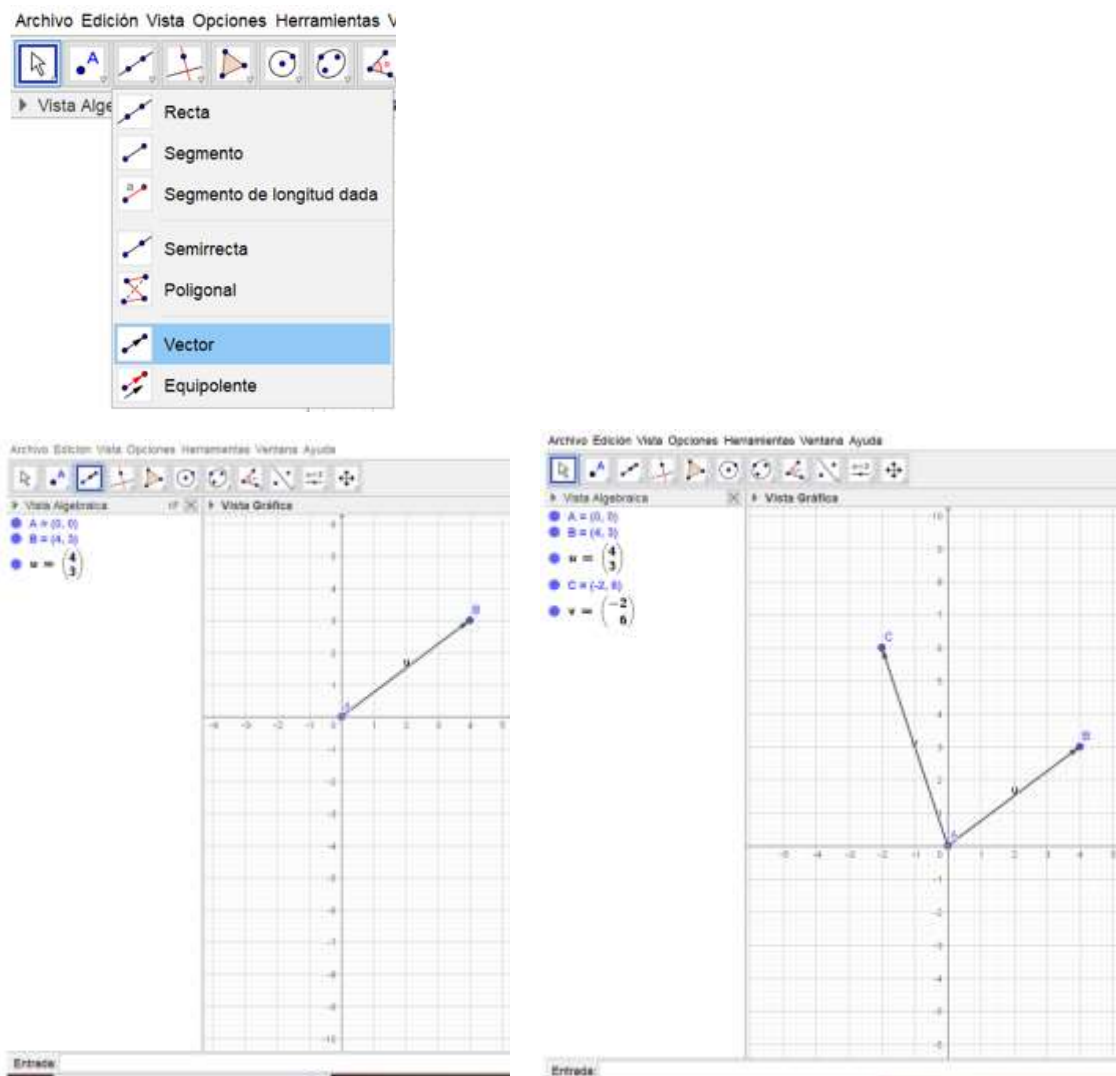
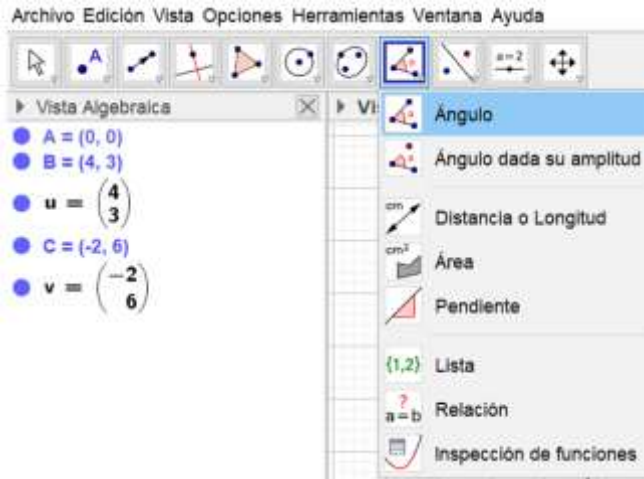


Figura 35-5. Graficando vectores

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

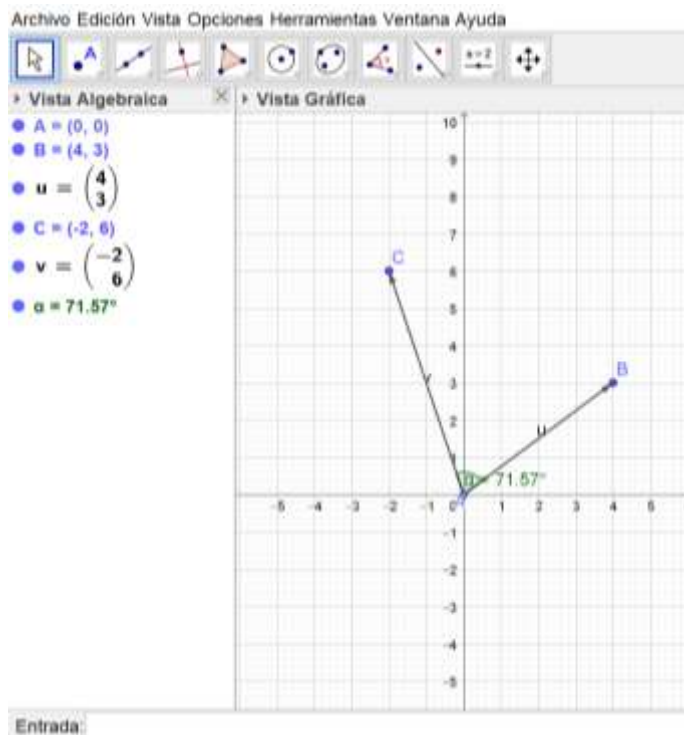
Una vez graficado los vectores, se identifica el ángulo que forman los vectores, esto se lo realiza mediante la opción ángulo.



**Figura 36-5.** Opción ángulo

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

El ángulo que forman los vectores es



**Figura 37-5.** Ángulo entre vectores

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Mediante la opción segmento conoceremos el módulo de cada vector, que como sabemos es un número positivo o cero.



Figura 38-5. Opción segmento

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

El módulo de cada vector se visualiza a continuación.

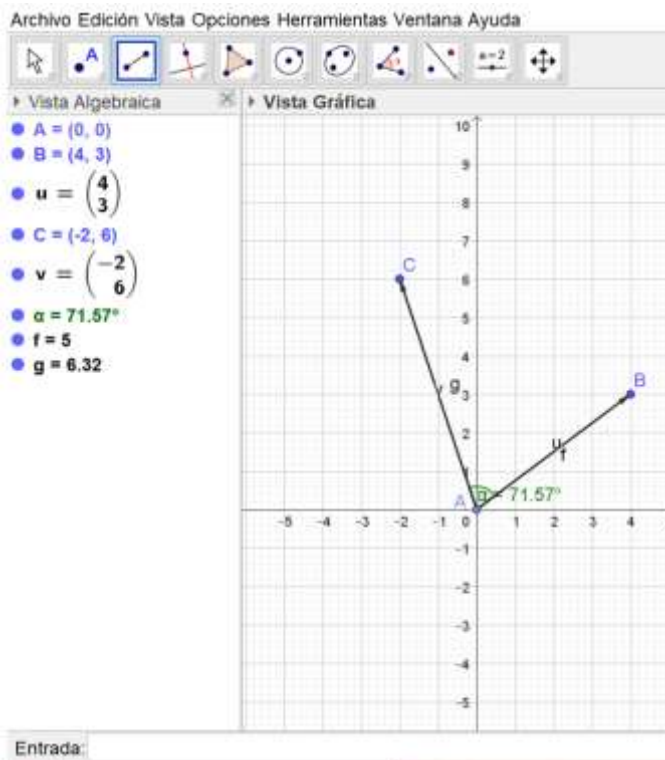
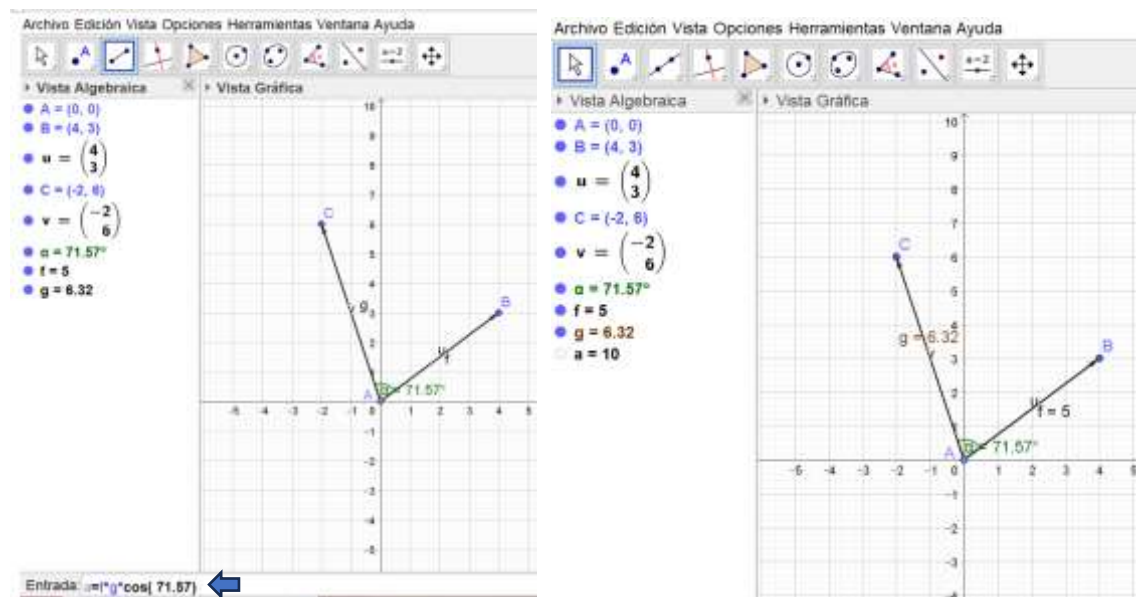


Figura 39-5. Módulo de los vectores u y v.

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023



Luego procedemos con el cálculo del producto escalar aplicando a fórmula,

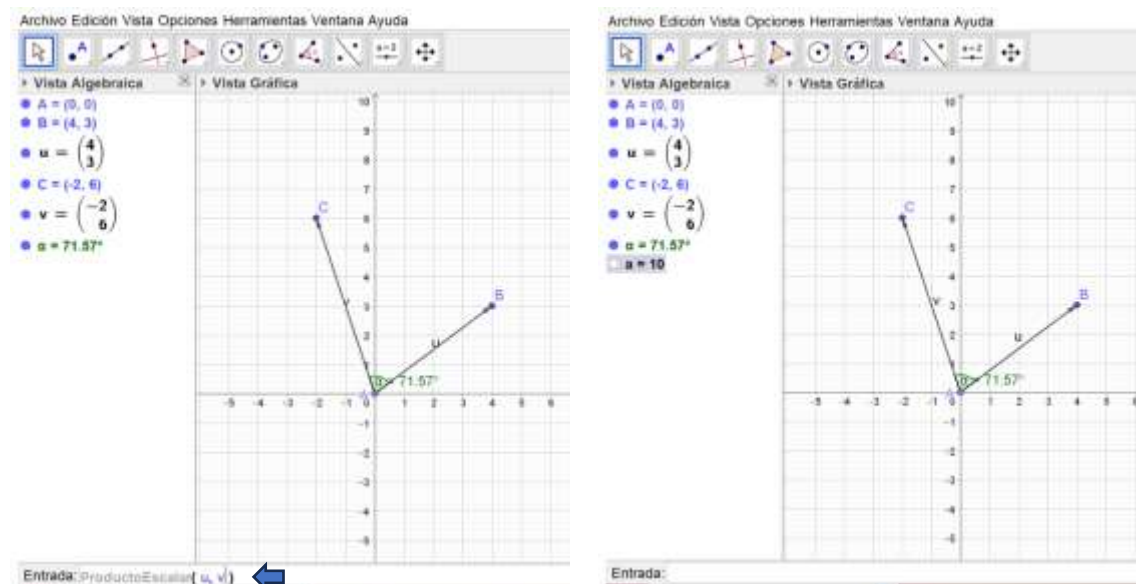


**Figura 40-5.** Producto escalar

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

### Otra manera

Una forma directa de realizar el cálculo es utilizando el comando producto escalar de GeoGebra (ProductoEscalar( <Vector>, <Vector> )), mediante el cual se realizará el cálculo, sin necesidad de aplicar la fórmula.



**Figura 41-5.** Producto escalar utilizando el comando producto escalar

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

### Actividades para el estudiante

Con los siguientes vectores:  $u(-3,2)$ ;  $v(1,3)$ ;  $r(5,-2)$ ; resolver de manera algebraica y luego realizar las operaciones con la ayuda de GeoGebra.

#### Ejercicio 1

Operación	Componentes en x	Operación	Componentes en y
<b>Multiplicación de vectores</b>		<b>suma</b>	
<b>u.v</b>	(____)(____)	+	(____)(____)
<b>u.v</b>	(____)	+	(____)
<b>Resultado</b>			

#### Ejercicio 2

Operación	Componentes en x	Operación	Componentes en y
<b>Multiplicación de vectores</b>		<b>suma</b>	
<b>v.r</b>	(____)(____)	+	(____)(____)
<b>v.r</b>	(____)	+	(____)
<b>Resultado</b>			

#### Ejercicio 3

Operación	Componentes en x	Operación	Componentes en y
<b>Multiplicación de vectores</b>		<b>suma</b>	
<b>u.r</b>	(____)(____)	+	(____)(____)
<b>u.r</b>	(____)	+	(____)
<b>Resultado</b>			

### Para recordar

El producto escalar, también conocido como producto interno o producto punto, es una operación algebraica entre dos o más vectores y retorna un escalar, el producto escalar de  $n$  vectores se define como la suma de los productos escalares de cada par de vectores.

El producto escalar nos ayuda a identificar vectores perpendiculares ya que su valor es cero cuando los vectores forman un ángulo recto.

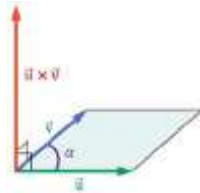
### Producto cruz de vectores

El producto cruz de vectores, también conocido como producto vectorial, es una operación matemática que se realiza entre dos vectores en un espacio tridimensional cuyo resultado es un vector perpendicular a los vectores originales, se representa con el símbolo "x" o un ángulo  $\wedge$  y se denota como.

$$\vec{u} \times \vec{v} \quad \text{o bien} \quad \vec{u} \wedge \vec{v}$$

Si tenemos dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ , el producto vectorial es otro vector  $\vec{s}$

$$\vec{s} = \vec{u} \times \vec{v}$$



La fórmula del producto vectorial corresponde a la multiplicación de los módulos de los vectores por el seno del ángulo que forman los mismos.

$$\vec{u} \times \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \text{Sen } \alpha$$

Si  $\vec{u}$  es paralelo a  $\vec{v}$ , es decir si apuntan a la misma dirección el producto vectorial es  $\vec{0}$

**Ejemplo:** Encuentre el producto vectorial entre los vectores  $\vec{u} = (-2,1,4)$  y  $\vec{v} = (3,3,-2)$

Para hallar el producto cruz lo haremos en primer lugar multiplicando sus coordenadas denotadas por i, j, k.

vector	Coordenadas		
$\vec{s} = \vec{u} \times \vec{v}$	<b>i</b>	<b>j</b>	<b>k</b>
$\vec{u}$	-2	1	4
$\vec{v}$	3	3	-2

Una vez ubicado las coordenadas procedemos con los cálculos:

Para hallar el valor de la coordenada i del vector resultante se multiplican las coordenadas en j y k y los signos se alternan, se inicia con el signo +.

J	k
1	4
3	-2

 $\mathbf{i}$  - 

i	k
-2	4
3	-2

 $\mathbf{j}$  + 

i	j
-2	1
3	3

 $\mathbf{k}$ 

$$((1*-2)-(3*4))\mathbf{i} - ((-2*-2)-(3*4))\mathbf{j} + ((-2*3)-(3*1))\mathbf{k}$$

$$(-2-12)\mathbf{i} - (4-12)\mathbf{j} + (-6-3)\mathbf{k}$$

$$\vec{s} = -14\mathbf{i} + 8\mathbf{j} - 9\mathbf{k}$$

### Resolviendo con GeoGebra

Para resolver el producto vectorial con GeoGebra en primer lugar activamos la vista gráfica 3D, para obtener el plano en 3 dimensiones, en el menú vista seleccionamos la opción Vista Gráfica 3D o simplemente utilizando el atajo de teclado Crtl+Mayus+3.

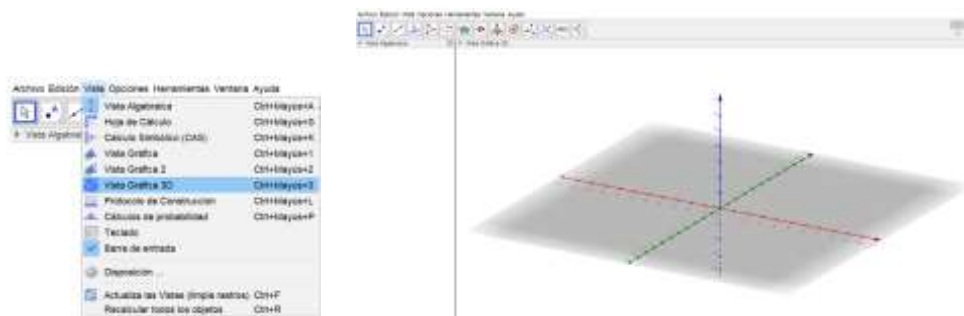


Figura 42-5. Opción vista gráfica 3D.

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Paso seguido procedemos a graficar los vectores, en entrada se ingresa cada uno de los vectores ejemplo:  $u=(-2,1,4)$

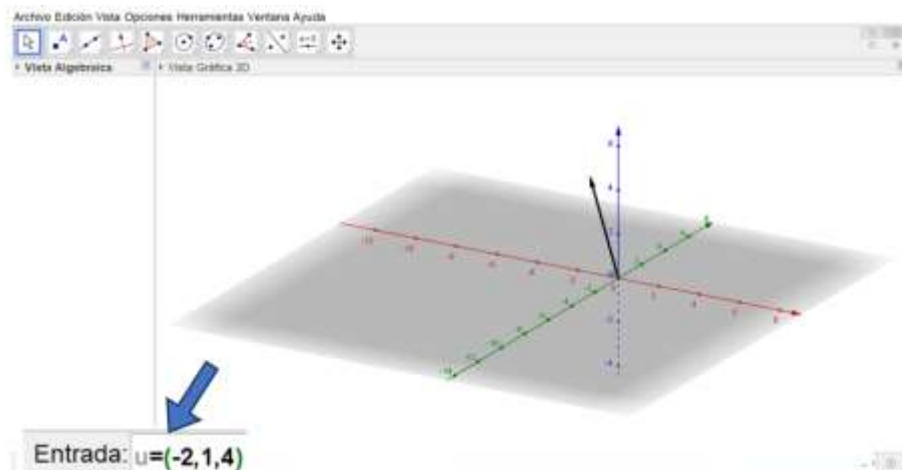
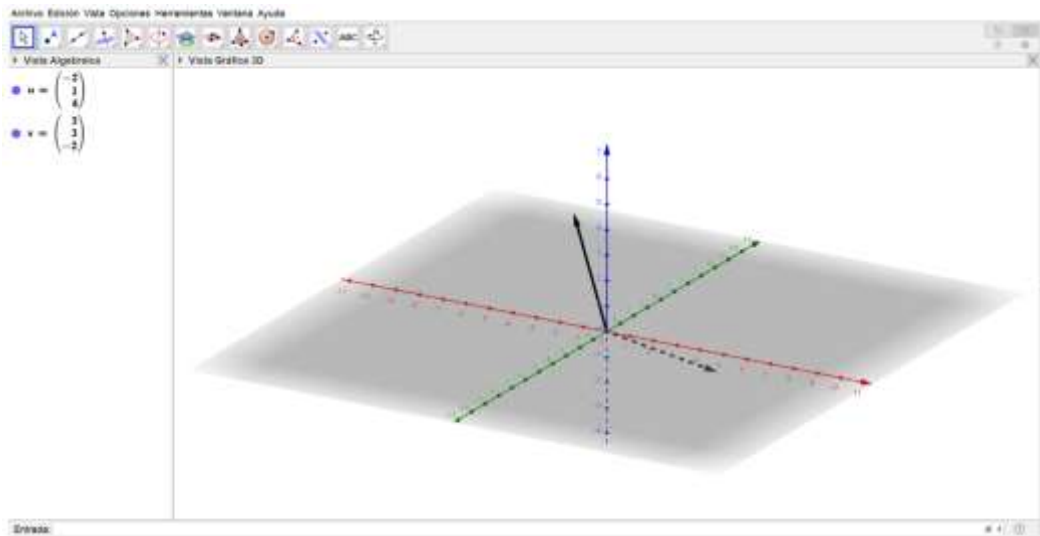


Figura 43-5. Gráfico vector u

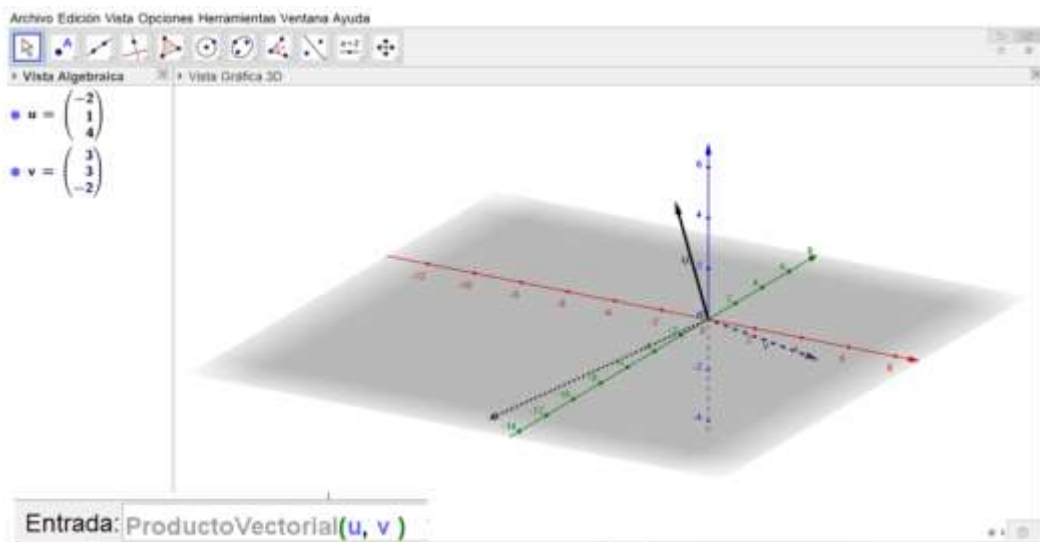
Realizado por: Guacho, Mercy, 2023



**Figura 44-5.** Gráfico vector  $v$

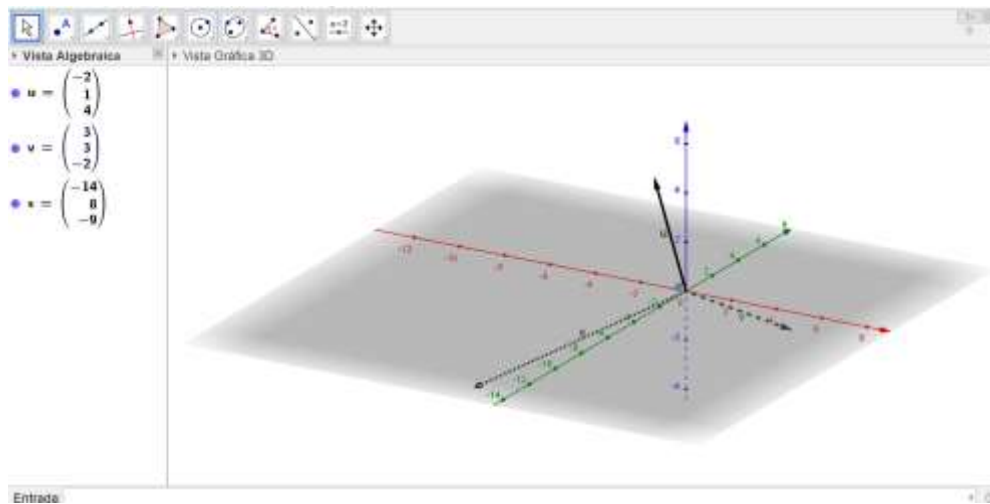
Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

El cálculo del producto vectorial se realiza incluyendo en entrada la función ProductoVectorial como se muestra a continuación:



**Figura 45-5.** Producto vectorial utilizando el comando Producto Vectorial

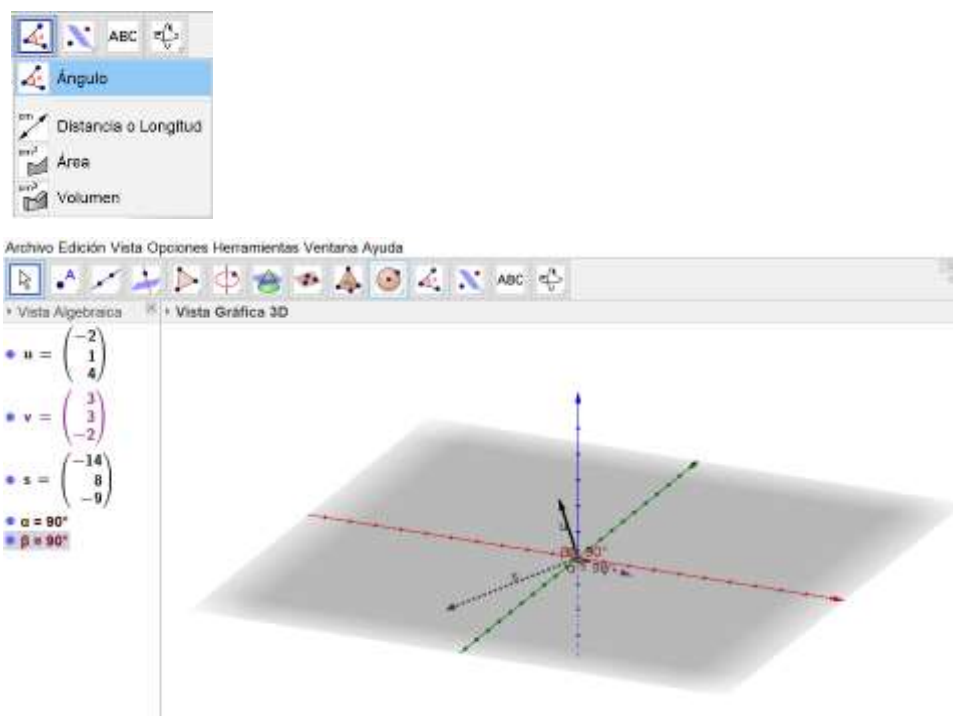
Realizado por: Guacho, Mercy, 2023



**Figura 46-5.** Vector s como resultado del producto vectorial

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Para conocer si el vector resultante es perpendicular a los vectores iniciales usamos la opción ángulo. Esta opción nos ayudará a graficar los ángulos y verificar si efectivamente forma ángulos de  $90^\circ$



**Figura 47-5.** Perpendicularidad entre vectores

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

Como se observa en la figura el vector resultante si forma ángulos de  $90^\circ$  con los vectores originales.

### Interpretación geométrica del módulo del producto vectorial

Desde una perspectiva geométrica, el módulo del producto vectorial de dos vectores no paralelos representa precisamente el área del paralelogramo conformado por estos dos vectores como sus lados, en tal virtud se puede usar el producto vectorial para calcular el área de un paralelogramo.

El módulo de un vector en un espacio tridimensional se calcula con la siguiente fórmula:

$$\vec{v} = \sqrt{v_i^2 + v_j^2 + v_k^2}$$

Si calculamos el módulo del producto vectorial de los siguientes vectores

$$\vec{u} = (1,2,3) \text{ y } \vec{v} = (0,2,5)$$

vector	Coordenadas		
$\vec{s} = \vec{u} \times \vec{v}$	<b>i</b>	<b>j</b>	<b>k</b>
$\vec{u}$	1	2	3
$\vec{v}$	0	2	5

<b>J</b>	<b>k</b>
2	3
2	5

i
-

<b>i</b>	<b>k</b>
1	3
0	5

j
+

<b>i</b>	<b>j</b>
3	2
5	2

k

$$((2*5) - (3*2))\mathbf{i} - ((1*5) - (3*0))\mathbf{j} + ((3*2) - (5*2))\mathbf{k}$$

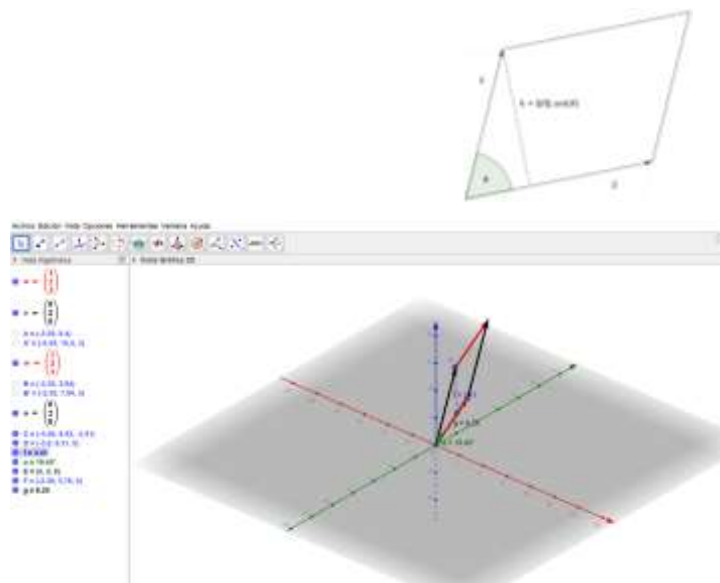
$$\vec{u} \times \vec{v} = 4\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

$$\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \sqrt{16 + 25 + 4}$$

$$\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \sqrt{45}$$

$$\|\vec{u} \times \vec{v}\| = 3\sqrt{5}$$

Observemos de manera gráfica que representa este valor



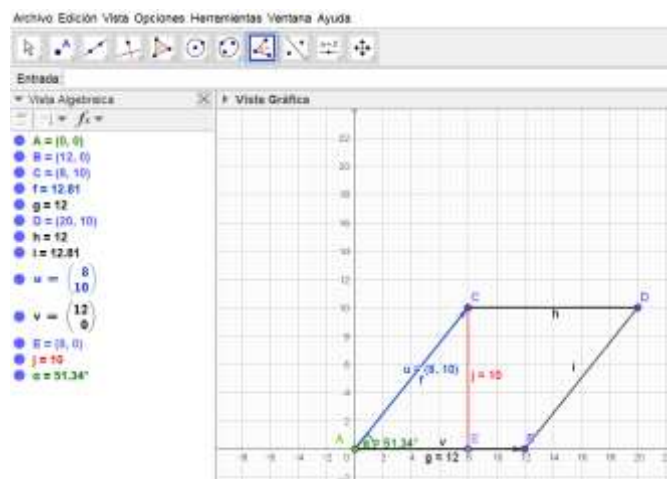
**Figura 48-5.** Producto vectorial interpretación geométrica

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

### Cálculo del Área de un paralelograma con GeoGebra

Si consideramos los vectores

$$\vec{u} = (8,10) \text{ y } \vec{v} = (12,0)$$



**Figura 49-5.** Área del paralelograma

Realizado por: Guacho, Mercy, 2023

$$\text{Sen } \alpha = \frac{j}{|\vec{u}|}$$



$$A = |\vec{u}| |\vec{v}| \operatorname{sen} \alpha$$

### Actividades para el estudiante

#### Ejercicio 1

Con los siguientes vectores:  $u(-3,2,4)$ ;  $v(1,3,-2)$ ; realizar el producto vectorial de forma analítica completando los datos solicitados en las siguientes tablas, luego realizar el producto cruz con la ayuda de GeoGebra.

Vector	Coordenadas
u	(...i, ...j, ...k)
v	(...i, ...j, ...k)

J	k	$i$	-	i	k	$j$	+	i	j	$k$

Operación	Resultado
$u \times v$	$[(\dots) - (\dots)]i - [(\dots) - (\dots)]j + [(\dots) - (\dots)]k$
$u \times v$	$(\dots)i - (\dots)j + (\dots)k$

#### Ejercicio

- Calcular el producto vectorial  $\vec{u}(-1, 3, 2) \times \vec{v}(-2, 3, 1)$
- Verificar que el producto es perpendicular a cada uno de los vectores
- Calcular el área del triángulo que tiene por lados los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$

#### Para recordar

El producto vectorial es una operación binaria entre dos vectores en un espacio tridimensional cuyo resultado es otro vector perpendicular a los vectores que se multiplican.

Una de las aplicaciones del producto vectorial en matemáticas es el cálculo del área del paralelogramo, por cuanto el vector resultante del producto vectorial forma un ángulo de  $90^\circ$  la magnitud de este vector es igual al área del paralelogramo formado por los vectores, en geometría, el producto vectorial se utiliza para calcular el área de un triángulo, el volumen de un tetraedro y el volumen de un prisma y toda figura de cara plana.

Además, recuerda que dos vectores son ortogonales cuando el producto escalar entre ellos es igual a cero.

El producto vectorial cumple con las propiedades asociativa, conmutativa, distributiva con respecto a la suma y admite la multiplicación por un escalar.

## CONCLUSIONES

Después de realizar el análisis estadístico, se obtuvo un valor p de 0.000005002. Esto indica que hay una diferencia significativa en el rendimiento académico entre el grupo experimental antes y después de aplicar el software GeoGebra como estrategia didáctica para la enseñanza de operaciones con vectores en los estudiantes de primero de Bachillerato en la Unidad Educativa 'Isabel de Godín'.

Al analizar las estadísticas de resumen del rendimiento académico en el test de diagnóstico, se observa que el grupo de control exhibió un desempeño superior en relación al grupo experimental. Los valores de media, mediana y desviación estándar respaldan esta conclusión, con el grupo de control obteniendo una media de 4,93, una mediana de 4,80 y una desviación estándar de 1,11, en contraste con la media de 4,86, la mediana de 4,75 y la desviación estándar de 1,33 del grupo experimental, estos resultados sugieren que, en este contexto particular, el grupo de control mostró un nivel más alto de rendimiento académico en el test de diagnóstico.

Se evidenció un incremento notable en el rendimiento académico al emplear el software GeoGebra como estrategia didáctica en el grupo experimental durante el proceso de aprendizaje de operaciones con vectores, esta observación destaca la efectividad de GeoGebra como herramienta para mejorar la comprensión y aplicación de conceptos de vectores en el entorno educativo.

En el grupo experimental, se evidencia una diferencia significativa en el rendimiento académico. En el Pre Test, la media fue de 4,86, mientras que, en el Post Test, la media aumentó a 7.61. Estos resultados respaldan la idea de que la implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores contribuye al desarrollo del rendimiento académico de los estudiantes.

## RECOMENDACIONES

Se recomienda a los docentes de la unidad educativa “Isabel de Godín” el uso del software GeoGebra en la enseñanza de las Matemáticas en general, y de manera particular en el estudio de operaciones con vectores, ya que el uso de este software permite a los estudiantes experimentar y explorar de manera activa cómo diversas operaciones impactan en los vectores, tales como la suma, la resta y la multiplicación por un escalar, lo que, a su vez, fomenta un aprendizaje más efectivo, mejorando además el rendimiento académico.

Para el proceso de enseñanza de las matemáticas, se sugiere que los docentes utilicen herramientas interactivas o software matemático específico, el empleo de este tipo de herramientas no solo permite la integración de conceptos matemáticos relacionados, sino que también facilitan la comprensión teórica y estimulan el desarrollo de habilidades y destrezas necesarias para resolver problemas; además, motivan el autoaprendizaje, lo que se alinea con los principios del enfoque constructivista.

Las evaluaciones deben tener un enfoque formativo, con el propósito de identificar las áreas en las que los estudiantes presentan debilidades y proporcionar retroalimentación de manera oportuna, con el fin de abordar errores o conceptos erróneos antes de que se conviertan en patrones arraigados o lagunas en su conocimiento.

## **GLOSARIO**

**Algebra Vectorial** Rama de las matemáticas mediante la cual se logra el estudio de los vectores propiedades y operaciones.

**Ángulo** En matemáticas el ángulo hace referencia a la porción del plano comprendido entre dos lados o semirrectas

**Aprendizaje** Adquisición de conocimientos mediante el estudio o la práctica y la experiencia para el desarrollo de una habilidad.

**Área** Es una magnitud escalar que mide la extensión de una superficie, esta medida es de dos dimensiones.

**Dimensión** En geometría la dimensión hace referencia a un valor numérico que corresponde a la distancia de un objeto.

**Dirección** En el algebra vectorial la dirección está representada por la flecha de un vector que describe la orientación del mismo.

**Espacio Tridimensional** Es un espacio vectorial de 3 dimensiones representados por las coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

**Estrategia didáctica** Se puede considerar como estrategia didáctica al o conjunto de acciones que se desarrollaran con el objetivo de facilitar el aprendizaje de los estudiantes.

**GeoGebra** Es un software matemático dinámico gratuito y de código abierto, y que se puede trabajar en geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficas, estadísticas y cálculo, brindando al estudiante una alternativa para aprender y comprender las matemáticas de una manera visual e interactiva.

**Sistemas de geometría dinámica (SGD)** Es un software matemático que permite a los usuarios crear, manipular y explorar objetos geométricos de forma interactiva.

**Software** Es un conjunto de programas, instrucciones y datos que permiten el desarrollo de tareas específicas mediante el empleo de un ordenador.

**Par ordenado** Se refiere a la pareja de elementos o de objetos matemáticos, mediante los cuales se representan objetos matemáticos como puntos en el plano, funciones, etc.

**TICs** Significa tecnologías de la información y comunicación y permiten la manipulación, el almacenamiento, la transmisión y el acceso a la información mediante diferentes dispositivos que van desde ordenadores hasta las telecomunicaciones incluyendo los dispositivos móviles y el Internet.

**Vector** Es un segmento de recta orientado y definido por pares ordenados y se representan mediante una flecha.

## BIBLIOGRAFÍA

- Abdala, L., & Palliotto, M. (2011). Un enfoque constructivista en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática para el desarrollo de competencias. *REDHECS*, *11*(6), Article 6.
- Andrade, C., Llanga, E., & Guacho, M. (2023). INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES (ICT) IN EDUCATION: INDICATORS OF IMPROVEMENT IN ECUADOR. *Russian Law Journal*, *11*(6s), Article 6s. <https://doi.org/10.52783/rj.v11i6s.1056>
- Andrade Zamora, F., Alejo Machado, O. J., Armendariz Zambrano, C. R., Andrade Zamora, F., Alejo Machado, O. J., & Armendariz Zambrano, C. R. (2018). Método inductivo y su refutación deductista. *Conrado*, *14*(63), 117-122.
- Baquero, R. (1997). VIGOTSKY Y EL APRENDIZAJE ESCOLAR. *Aique Grupo Editor S.A, Segunda Edición*, 3.
- Barreras, A., Dubarbie Fernández, L., & Oller Marcén, A. M. (2022). Análisis de applets de GeoGebra para la enseñanza del límite de una función. *Bordón: Revista de pedagogía*, *74*(4), 65-83.
- Benítez, C. C. N., García, M. L. S., & Valenzuela, B. A. (2021). Estrategias de aprendizaje y rendimiento académico: La perspectiva del estudiante de psicología. *Riaices*, *3*(1), Article 1. <https://doi.org/10.17811/ria.3.1.2021.59-68>
- Campos-Nava, M., Torres-Rodríguez, A. A., Gutiérrez-González, J. J., Morales-Maure, L., & García-Marimón, O. E. (2020). Problemas rutinarios y sus soluciones enriquecidas con el uso de tecnología. Geogebra y los vectores. *Revista ESPACIOS*, *41*(26). <https://www.revistaespacios.com/a20v41n26/20412617.html>
- Cenas Chacón, F. Y., Gamboa Ferrer, L. R., Blaz Fernández, F. E., Castro Mendocilla, W. E., Cenas Chacón, F. Y., Gamboa Ferrer, L. R., Blaz Fernández, F. E., & Castro Mendocilla, W. E. (2021). Geogebra: Herramienta tecnológica para el aprendizaje significativo de las matemáticas en universitarios. *Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, *5*(18), 382-390. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i18.181>
- Chi-Poot, A., Martin-Gonzalez, A., Menendez-Dominguez, V., & Espinosa-Romero, A. (2018). Aprendizaje de Vectores Euclidianos Utilizando un Sistema de Realidad Aumentada. *Research in Computing Science*, *89*(1), 9-16. <https://doi.org/10.13053/rcs-89-1-1>
- Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. (2020). Teaching with digital technology. *ZDM - Mathematics Education*, *52*(7), 1223-1242. Scopus. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01196-0>
- Contreras Oré, F. A. (2016). El aprendizaje significativo y su relación con otras estrategias. *Horizonte de la Ciencia*, *6*(10), 130. <https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2016.10.210>
- De Sousa, R. T., Alves, F. R. V., & Souza, M. J. A. (2022). *La teoría de los conceptos figurativos y geogebra: el concepto y la visualización en geometría dinámica*.
- Díaz, F. (2016). *Jean Piaget y la teoría de la evolución de la inteligencia en los niños de latinoamericana*. [https://www.academia.edu/32787385/Jean\\_Piaget\\_y\\_la\\_teor%C3%ADa\\_de\\_la\\_evoluci%C3%B3n\\_de\\_la\\_inteligencia\\_en\\_los\\_ni%C3%BLos\\_de\\_latinoamericana](https://www.academia.edu/32787385/Jean_Piaget_y_la_teor%C3%ADa_de_la_evoluci%C3%B3n_de_la_inteligencia_en_los_ni%C3%BLos_de_latinoamericana)

- Escobar-Pérez, J., & Cuervo-Martínez, Á. (2008). *Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización*.  
[https://gc.scalahed.com/recursos/files/r161r/w25645w/Juicio\\_de\\_expertos\\_u4.pdf](https://gc.scalahed.com/recursos/files/r161r/w25645w/Juicio_de_expertos_u4.pdf)
- Fernández Ortega, C. M., & Guachún Lucero, F. P. (2020). *El software GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de vectores y sus operaciones*.  
<http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/1874>
- GCFGlobal. (s. f.). *Movimiento: Distancia y desplazamiento*. GCFGlobal.org. Recuperado 10 de septiembre de 2023, de <https://edu.gcfglobal.org/es/movimiento/distancia-y-desplazamiento/1/>
- George Reyes, C. E. (2020). Reducción de obstáculos de aprendizaje en matemáticas con el uso de las TIC. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 11, 1-16.  
[https://doi.org/10.33010/ie\\_rie\\_rediech.v11i0.697](https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i0.697)
- Granja, D. O. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophía*, 19, Article 19. <https://doi.org/10.17163/soph.n19.2015.04>
- Guachún Lucero, P., & Espadero Faicán, G. (2021). El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de vectores: Una experiencia didáctica. *REMATEC*, 16(37), 46-60.  
<https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n37.p46-60.id315>
- Hermosillo, C. A. O., & López, J. R. R. (2020). Aplicación móvil de geogebra, herramienta en la enseñanza del cálculo vectorial generadora de competencias. *ANFEI Digital*, 12, Article 12. <https://www.anfei.mx/revista/index.php/revista/article/view/701>
- Hernández Hechavarría, C. M., Arteaga Valdés, E., del Sol Martínez, J. L., Hernández Hechavarría, C. M., Arteaga Valdés, E., & del Sol Martínez, J. L. (2021). Utilización de los materiales didácticos digitales con el geogebra en la enseñanza de la matemática. *Conrado*, 17(79), 7-14.
- Hohenwarter, M. (2001). *Acerca de GeoGebra*. GeoGebra. <https://www.geogebra.org/about>
- Imágenes de Atletismo Dibujo—Descarga gratuita en Freepik*. (s. f.). Freepik. Recuperado 10 de septiembre de 2023, de <https://www.freepik.es/fotos-vectores-gratis/atletismo-dibujo>
- Jurado Echeverría, R. S. (2018). *Valorar el empleo de las TICS para realizar cálculos y resolver operaciones con vectores utilizando geogebra para 1º año de Bachillerato General Unificado (1º BGU)* [masterThesis, Universidad Nacional de Educación].  
<http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/897>
- Klemer, A., Segal, R., Miedijensky, S., Herscu-Kluska, R., & Kouropatov, A. (2023). Changes in the attitudes of mathematics and science teachers toward the integration and use of computerized technological tools as a result of the COVID-19 pandemic. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(7). Scopus.  
<https://doi.org/10.29333/ejmste/13306>
- Ladino, J. E. P., Bello, V. A. C., & Castillo, O. M. S. (2019). Constructivismo social en la pedagogía. *Educación y Ciencia*, 22, Article 22. <https://doi.org/10.19053/0120-7105.eyc.2019.22.e10042>
- LIBRO-PEDIA – Matemática*. (2020, julio 27). [https://elbibliote.com/libro-pedia/manual\\_matematica/?tag=altura](https://elbibliote.com/libro-pedia/manual_matematica/?tag=altura)



- López, J. M. T. (2021). El concepto de educación: La confluencia de criterios de definición, orientación formativa temporal y actividad común como núcleo de contenido de su significado. *Revista Boletín Redipe*, 10(6), Article 6. <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i6.1312>
- Lucio A., Dr. R. (1989). Educación y Pedagogía, Enseñanza y Didáctica: Diferencias y relaciones. *Revista de la Universidad de La Salle*, 1989(17), 35-46.
- Maldonado-Sánchez, M., Aguinaga-Villegas, D., Nieto-Gamboa, J., Fonseca-Arellano, F., Shardin-Flores, L., & Cadenillas-Albornoz, V. (2019). Estrategias de aprendizaje para el desarrollo de la autonomía de los estudiantes de secundaria. *Propósitos y Representaciones*, 7(2), 415-439. <https://doi.org/10.20511/pyr2019.v7n2.290>
- Márquez Cundú, J. S., Márquez Pelayos, G., Márquez Cundú, J. S., & Márquez Pelayos, G. (2018). Software educativo o recurso educativo. *Varona. Revista Científico Metodológica*, 67. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S1992-82382018000200013&lng=es&nrm=iso&tlng=en](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1992-82382018000200013&lng=es&nrm=iso&tlng=en)
- Mato-Vázquez, D., Espiñeira, E., López-Chao, V. A., Mato-Vázquez, D., Espiñeira, E., & López-Chao, V. A. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. *Perfiles educativos*, 39(158), 91-111.
- Méndez, G. O., & Ignacio, A. V. (2018). Aplicación de la teoría de Vigotsky al problema del aprendizaje en matemáticas. *Socialium*, 2(1), Article 1. <https://doi.org/10.26490/uncp.sl.2018.2.1.532>
- Ministerio de Educación. (2018). *Matematica-texto-1ero-BGU.pdf*. Google Docs. [https://drive.google.com/file/d/188RK5R00ifvBAtm2vIbwgWBNOV9Tzupf/view?usp=embed\\_facebook](https://drive.google.com/file/d/188RK5R00ifvBAtm2vIbwgWBNOV9Tzupf/view?usp=embed_facebook)
- Moran. (2020, enero 19). "El modelo educativo ecuatoriano". [prezi.com](https://prezi.com/p/j7od3amwlyk1/el-modelo-educativo-ecuatoriano/).
- Munyaruhengeri, J. P. A., Umugiraneza, O., Ndagijimana, J. B., & Hakizimana, T. (2023). Potentials and limitations of GeoGebra in teaching and learning limits and continuity of functions at selected senior four Rwandan secondary schools. *Cogent Education*, 10(2). Scopus. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2023.2238469>
- Muñoz, O. E. B. (2020). El constructivismo: Modelo pedagógico para la enseñanza de las matemáticas. *Revista EDUCARE - UPEL-IPB - Segunda Nueva Etapa 2.0*, 24(3), Article 3. <https://doi.org/10.46498/reduipb.v24i3.1413>
- Orozco Rodríguez, C. M. (2017). *Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones*. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/180463>
- Palomino, Y. V. M., Vega, J. A. D., Espinoza, H. E. M., & Elias, W. H. G. (2022). El lenguaje en el contexto socio cultural, desde la perspectiva de lev vygotsky. En J. M. D. Silva, *Las ciencias humanas y el análisis sobre fenómenos sociales y culturales* (1.ª ed., pp. 136-147). Atena Editora. <https://doi.org/10.22533/at.ed.73422141213>
- Pérez Ariza, K., & Hernández Sánchez, J. E. (2014). Aprendizaje y comprensión. Una mirada desde las humanidades. *Humanidades Médicas*, 14(3), 699-709.

- Poveda Fernández, W. E. (2020). Resolución de problemas matemáticos en GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657*, 9(1), 26-42.  
<https://doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i1p26-42>
- Quevedo Álava, J. R., & Cedeño Loo, F. O. (2022). Estrategia Metodológica basada en el Aprendizaje Cooperativo y GeoGebra para la enseñanza-aprendizaje de vectores a estudiantes de primero de bachillerato. *Fundamentos Metodológicos. Dominio de las Ciencias*, 8(2), 4.
- Quintero, C. L. C. (2018). Visión Teórica Humanística Educativa de la Generación Z 3.0 en Tiempos Complejos. *Revista Cientific*, 3(9), Article 9.  
<https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2018.3.9.1.20-38>
- Quiroz, R. G. R., & Ramos, C. V. G. (2022). Importancia del material concreto en el aprendizaje. *Franz Tamayo - Revista de Educación*, 4(9), Article 9.  
<https://doi.org/10.33996/franztamayo.v4i9.796>
- Rodríguez Jiménez, A., & Pérez Jacinto, A. O. (2017). Métodos científicos de indagación y de construcción del conocimiento. *Revista Escuela de Administración de Negocios*, 82, 175-195.  
<https://doi.org/10.21158/01208160.n82.2017.1647>
- Rojas, J. D. Z., Ramírez, G. M., & Cruz, A. K. (2018). *Modelación y Tecnología en la Enseñanza De Las Matemáticas*. 31(5).  
<http://funes.uniandes.edu.co/13603/1/Zaldivar2018Modelacion.pdf>
- Rojas-León, A. (2014). *Aportes de la sociología al estudio de la educación (Autores clásicos)*. 38.
- Ruiz, F. A. Z., Marcelo, A. I. C., & Espinoza, T. A. R. (2020). Uso de software educativo interactivo para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en educación básica, Región Pasco. *Horizonte de la Ciencia*, 10(19), Article 19.  
<https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2020.19.596>
- Ruiz Valderrama, Y. L. R. (2018). *La Lúdica como Potenciador para la Orientación de las Matemáticas*.
- Sánchez, I. C., & Sánchez-N, I. (2020). Elaboración de un simulador con geogebra para la enseñanza de la física. El caso de la ley de Coulomb. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 8(2), Article 2. <https://doi.org/10.26571/reamec.v8i2.9557>
- sebasurgue. (2021, julio 2). *Mover un sofá*. STUDIA.app. <https://studia.app/es/a-empujando-un-sofa/>
- Suárez Suárez, F. (2018). *Matemáticas dinámicas con Geogebra en 2º de bachiller* [Master thesis]. <https://digibuo.uniovi.es/dspace/handle/10651/47436>
- Tarazona Giraldo, M. Á. (2018). El Software Geogebra en el aprendizaje de la matemática aplicada a la Ingeniería III en los estudiantes del tercer ciclo de Ingeniería de Sistemas e Informática de la Universidad de Ciencias y Humanidades. *Universidad Nacional Hermilio Valdizán*. <https://renati.sunedu.gob.pe/handle/sunedu/3391754>
- Tobon, S. (2013). *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación*.  
[https://www.researchgate.net/profile/Sergio\\_Tobon4/publication/319310793\\_Formacion\\_integral\\_y\\_competencias\\_Pensamiento\\_complejo\\_curriculo\\_didactica\\_y\\_evaluacion/links/59a2edd9a6](https://www.researchgate.net/profile/Sergio_Tobon4/publication/319310793_Formacion_integral_y_competencias_Pensamiento_complejo_curriculo_didactica_y_evaluacion/links/59a2edd9a6)

fdcc1a315f565d/Formacion-integral-y-competencias-Pensamiento-complejo-curriculo-didactica-y-evaluacion.pdf

Torroba, P., Trípoli, M., Devece, E., & Aquilano, L. (2019). Implementación de una propuesta sobre vectores, para articular matemática y física, con uso de TIC y actividad experimental. *Revista de Enseñanza de la Física*, 31, 697-705.

Urzola, A. M. P. (2020). *Métodos Inductivo, deductivo y teoría de la pedagogía crítica*. <https://petroglifosrevistacritica.org.ve/wp-content/uploads/2020/08/D-03-01-05.pdf>

Verdeja, M. (2019). Concepto de educación en Paulo Freire y virtudes inherentes a la práctica docente: Orientaciones para una escuela intercultural. *Contextos: Estudios de humanidades y ciencias sociales*, 42, 7-7.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4>

## ANEXOS

### ANEXO A: MATRIZ DE VALIDACIÓN DEL CUESTIONARIO



Instituto de  
Posgrado y Educación  
Continua Espoch

## MAESTRÍA EN MATEMÁTICA MENCIÓN MODELADO Y DOCENCIA

### VALORACIÓN DEL TEST

El cuestionario que se expone a continuación requiere ser analizado para determinar si es un instrumento adecuado y pertinente, que permita la evaluación del aprendizaje de las operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la UNIDAD EDUCATIVA ISABEL DE GODÍN.

Se pide su colaboración en la evaluación del mismo considerando la siguiente escala:

1 = Pésima  
2 = Mala  
3 = Regular

4 = Buena  
5 = Excelente

### Nombres y Apellidos del Experto

.....

### PREGUNTAS A EVALUAR

1. Seleccione el concepto de coordenadas rectangulares
  - a) Consta de dos rectas llamadas ejes (abscisa y ordenada)
  - b) Consta de un par ordenado (radio, ángulo)
  - c) Consta de dos rectas (radio, ángulo)
  - d) Consta de un par ordenado (abscisa, ordenada)

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					
¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					

Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....  
.....  
.....



2. Seleccione el concepto de vector
- a) Segmento orientado que va de un origen a un extremo
  - b) Segmento que no tiene origen ni extremo
  - c) Curva orientada que va de un origen a un extremo
  - d) Curva que no tiene origen ni extremo

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					
¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					

Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....

.....

.....

3. Desde el punto de vista geométrico los vectores  $u$  y  $v$  son iguales si tienen:
- a. La misma dirección, módulo y sentido
  - b. La misma letra, modulo y sentido
  - c. La misma dirección, valor y condición

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					
¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					

Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....

.....

.....

4. Dados los vectores  $u=(2,-1)$  y  $v=(0,3)$ . Realice el producto escalar de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ , adicionalmente encuentre el módulo de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ .

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					
¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					



Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....

.....

.....

5. Si se conoce que el vector  $\vec{v}$  tiene las componentes  $(-10,8)$ . Hallar el vector  $\vec{w}$ , tal que  $\vec{w} + \vec{v} = (7,2)$

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					
¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					

Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....

.....

.....

6. Dado los vectores  $\vec{u} = (2,5)$ ,  $\vec{v} = (-3,4)$  y  $\vec{w} = (5,12)$ . Halar lo siguiente:
- a)  $2\vec{u} + 3\vec{v} - 5\vec{w}$
- b)  $2\vec{u} \cdot (-3\vec{v})$

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					
¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					

Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....

.....

.....

7. Dado los vectores  $\vec{v} = (-3,4)$  y  $\vec{w} = (5,12)$ . Calcular el ángulo que forman  $\vec{w}$  y  $\vec{v}$

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					



¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					

Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....

.....

.....

8. Dado los valores para el vector  $\vec{v} = (-3,4)$ . Normalizar el vector  $\vec{v}$

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					
¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					

Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....

.....

.....

9. Dado los vectores  $\vec{u} = (2,5)$ ,  $\vec{v} = (-3,4)$  y  $\vec{w} = (5,12)$ . Expresar  $\vec{w}$  como combinación lineal de los vectores de la base si consideramos como base los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					
¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					

Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....

.....

.....



10. Dados los puntos  $A=(3, 7)$ ,  $B=(-2, -3)$  y el vector  $\vec{u} = (4, -5)$ , halla el punto C que cumpla :

- a)  $\overrightarrow{AC} = \vec{u}$   
b)  $\overrightarrow{AC} = 2\vec{u}$ ,  $\overrightarrow{BC} = 3\vec{u}$

	1	2	3	4	5
¿Considera usted que la pregunta es clara, precisa de fácil comprensión?					
¿Considera usted que la pregunta es coherente?					
¿Considera usted que la pregunta es relevante?					

Si eligió las valoraciones 1 o 2 registre sus observaciones

.....  
.....  
.....

.....  
Firma del Experto



**ANEXO B: FORMATO PUNTUACIONES DE EXPERTOS VALIDEZ CUESTIONARIO**

N° Pregunta	Indicador	Experto 1	Experto 2	Experto 3	Experto 4	Punta je Final	Promedio	Pregunta Validada SI o NO
1	Claridad	4	4	5	5	18	4,5	SI
	Coherencia	4	4	5	5	18	4,5	
	Relevancia	4	5	5	5	19	4,75	
2	Claridad	5	4	5	5	19	4,75	SI
	Coherencia	5	4	5	5	19	4,75	
	Relevancia	5	5	5	5	20	5	
3	Claridad	4	4	5	5	18	4,5	SI
	Coherencia	4	4	5	5	18	4,5	
	Relevancia	5	5	5	5	20	5	
4	Claridad	5	5	5	5	20	5	SI
	Coherencia	5	5	5	5	20	5	
	Relevancia	5	5	5	5	20	5	
5	Claridad	5	5	5	5	20	5	SI
	Coherencia	5	5	5	5	20	5	
	Relevancia	5	5	5	5	20	5	
6	Claridad	4	5	5	5	19	4,75	SI
	Coherencia	5	5	5	5	20	5	
	Relevancia	5	5	5	5	20	5	
7	Claridad	4	5	5	5	19	4,75	SI
	Coherencia	5	5	5	5	20	5	
	Relevancia	5	5	5	5	20	5	
8	Claridad	5	4	3	5	17	4,25	SI
	Coherencia	5	4	5	5	19	4,75	
	Relevancia	5	5	5	5	20	5	
9	Claridad	5	5	3	5	18	4,5	SI
	Coherencia	5	5	5	5	20	5	
	Relevancia	5	5	5	5	20	5	
10	Claridad	5	4	5	4	18	4,5	SI
	Coherencia	5	4	5	5	19	4,75	
	Relevancia	5	5	5	4	19	4,75	
<b>Suma y promedio pre test</b>					<b>Claridad</b>	<b>186</b>	<b>4,65</b>	
					<b>Coherencia</b>	<b>193</b>	<b>4,825</b>	
					<b>Relevancia</b>	<b>198</b>	<b>4,95</b>	

## ANEXO C: PRE TES Y POST TES



UNIDAD EDUCATIVA "ISABEL DE GODIN"  
VICERRECTORADO ACADÉMICO-BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO  
2022 - 2023  
<Riobamba - Ecuador

**Objetivo:** Identificar si los estudiantes han adquirido los conocimientos y habilidades necesarias para aplicar las operaciones en contextos matemáticos.

**Nombre del estudiante:** .....

**Curso:** PRIMERO BGU

**Paralelo:** .....

**Instrucciones:** Lea detenidamente cada pregunta y responda según lo solicitado.

### CUESTIONARIO

1. Seleccione la afirmación correcta ¿Cómo están constituidas o formadas las coordenadas rectangulares?
  - a) Consta de dos rectas llamadas ejes (abscisa y ordenada)
  - b) Consta de un par ordenado (radio, ángulo)
  - c) Consta de dos rectas (radio, ángulo)
  - d) Consta de un par ordenado (abscisa, ordenada)
2. Seleccione el concepto de vector
  - a) Segmento orientado que va de un origen a un extremo
  - b) Segmento que no tiene origen ni extremo
  - c) Curva orientada que va de un origen a un extremo
  - d) Curva que no tiene origen ni extremo
3. Dados dos vectores  $u$  y  $v$ , se dice que desde el punto de vista geométrico ambos son iguales si tienen:
  - a. La misma dirección, módulo y sentido
  - b. La misma letra, modulo y sentido
  - c. La misma dirección, valor y condición
4. Dados los vectores  $u=(2,-1)$  y  $v=(0,3)$ . Realice el producto escalar de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ , adicionalmente encuentre el módulo de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ .



UNIDAD EDUCATIVA "ISABEL DE GODIN"  
VICERRECTORADO ACADÉMICO-BACHILLERATO GENERAL UNIFICADO  
2022 - 2023  
<Riobamba - Ecuador

---

5. Si se conoce que el vector  $\vec{v}$  tiene las componentes (-10,8). Hallar el vector  $\vec{w}$ , tal que  $\vec{w} + \vec{v} = (7,2)$
6. Dado los vectores  $\vec{u} = (2,5)$ ,  $\vec{v} = (-3,4)$  y  $\vec{w} = (5,12)$ . Hallar el resultado de las siguientes operaciones entre vectores.
- $2\vec{u} + 3\vec{v} - 5\vec{w}$
  - $2\vec{u} \cdot (-3\vec{v})$
7. Dado los vectores  $\vec{v} = (-3,4)$  y  $\vec{w} = (5,12)$ . Calcular el menor ángulo que forman los vectores  $\vec{w}$  y  $\vec{v}$ , ya que cuando se utiliza la fórmula siempre se halla el ángulo menor
8. Dado los valores para el vector  $\vec{v} = (-3,4)$ . Normalizar el vector  $\vec{v}$
9. Dado los vectores  $\vec{u} = (2,5)$ ,  $\vec{v} = (-3,4)$  y  $\vec{w} = (5,12)$ . halla  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w})$  y verifica si obtenemos el mismo resultado al realizar la operación  $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
10. Dados los puntos  $A=(3, 7)$ ,  $B=(-2, -3)$  y el vector  $\vec{u} = (4, -5)$ , halla el punto C que cumpla :
- $\overline{AC} = \vec{u}$
  - $\overline{AC} = 2 \overline{BC} = 3\vec{u}$