ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS

CARRERA MATEMÁTICA

LÓGICA PROPOSICIONAL Y DE PREDICADOS CON SOPORTE EN TECNOLOGÍAS

Trabajo de Integración Curricular

Tipo: Proyecto de Investigación

Presentado para optar al grado académico de:

MATEMÁTICO

AUTOR: RONNY FRANSER CARTAGENA PERALTA

DIRECTOR: Lic. RAMÓN ANTONIO ABANCIN OSPINA, Mgs.

Riobamba – Ecuador

2023

Yo, Ronny Franser Cartagena Peralta, declaro que el presente trabajo de titulación es de mi autoría y los resultados del mismo son auténticos. Los textos en el documento que provienen de otras fuentes están debidamente citados y referenciados.
Como autor asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este trabajo de titulación; el patrimonio intelectual pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Riobamba, 24 de Noviembre de 2023

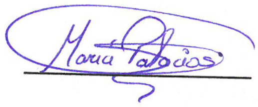
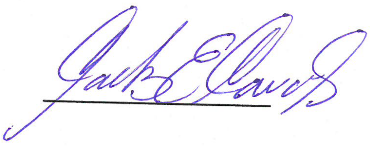
Ronny Franser Cartagena Peralta
190071543-2

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS

CARRERA MATEMÁTICA

El Tribunal del Trabajo de Integración Curricular certifica que: el Trabajo de Integración Curricular; Tipo: Proyecto de Investigación. **LÓGICA PROPOSICIONAL Y DE PREDICADOS CON SOPORTE EN LAS TECNOLOGÍAS**, realizado por el señor: **RONNY FRANSER CARTAGENA PERALTA**, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros del Tribunal del Trabajo de Integración Curricular, el mismo que cumple con los requisitos científicos, técnicos, legales, en tal virtud el Tribunal Autoriza su presentación.

	FIRMA	**FECHA**
Ing. Maria de Lourdes Palacios Robalino **PRESIDENTE DEL TRIBUNAL**		24-11-2023
Lic. Ramón Antonio Abancin Ospina, Mgs. **DIRECTOR DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR**		24-11-2023
Lic. Carlos Eduardo Cova Salaya, Mgs. **ASESOR DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR**		24-11-2023

DEDICATORIA

Deseo dedicar esta investigación a mi apreciada familia, a mis estimados profesores y a mis queridos amigos, quienes me han brindado un invaluable apoyo a lo largo de mi proceso de aprendizaje. Asimismo, deseo dedicar este trabajo a la comunidad académica, con la intención de fomentar la continua construcción de conocimiento en beneficio de los estudiantes.

Ronny

AGRADECIMIENTO

Deseo expresar mi profundo agradecimiento a todos mis familiares y amigos que han brindado su apoyo incondicional a lo largo de mi trayectoria universitaria. Su aliento y respaldo han sido fundamentales para mi desarrollo académico y personal. Asimismo, quiero agradecer a mis estimados profesores, cuya dedicación y conocimientos han sido de gran importancia para culminar mis estudios en la ESPOCH. Su compromiso con la educación ha dejado una huella invaluable en mi formación.

Ronny

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN

La carrera de matemáticas de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH) carece de un documento referencial que aborde la lógica proposicional y de predicados con el respaldo de herramientas tecnológicas, así, la mayoría de estudiantes carecen de las habilidades y conocimientos previos necesarios para abordar un curso de lógica cómo también, un desconocimiento de las funciones que las herramientas tecnológicas aportan al estudio académico. Por lo tanto, el objetivo de la presente investigación fue realizar un documento referencial que abarque los aspectos fundamentales de la lógica proposicional y de predicados, apoyado en herramientas tecnológicas. La metodología implementada tuvo un enfoque cualitativo orientado a revisar y recopilar información relacionada con Lógica Matemática, su alcance fue descriptivo ya que buscó organizar y describir de forma precisa los aspectos esenciales de la lógica (proposicional y de predicados) apoyado en herramientas tecnológicas, por último, se utilizó un diseño documental orientado al análisis de diferentes enfoques de la lógica mediante la búsqueda selectiva, sistemática y rigurosa de fuentes documentales, tales como: libros, registros, entre otros. Como resultado se obtuvo los fundamentos esenciales de la Lógica Matemática junto con las distintas herramientas tecnológicas disponibles, para poder redactar el documento referencial que abarca los aspectos esenciales de la lógica proposicional y de predicados, apoyado en herramientas tecnológicas. Este recurso desempeña un papel esencial como respaldo para los estudiantes de la carrera de matemática en la ESPOCH. Contribuye a fortalecer los fundamentos teóricos en lógica básica, al mismo tiempo que permite conocer los beneficios de incorporar herramientas tecnológicas, como la reducción del tiempo necesario para calcular tablas de verdad y la realización precisa de cálculos en este ámbito. Además, ayuda a resolver algunos ejercicios relacionados con la lógica de predicados.

Palabras clave: <LÓGICA MATEMÁTICA>, <LÓGICA PROPOSICIONAL>, <LÓGICA DE PREDICADOS>, <HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS>, <ESPOCH>, <APLICACIÓN TECNOLÓGICA>.

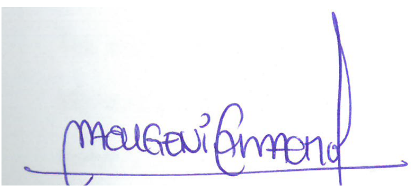
ABSTRACT

The mathematics career at Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH) lacks a referential document addressing propositional and predicate logic with the support of technological tools. Moreover, most students lack the skills and prior knowledge necessary to attend a course of logic, as well as an absence of knowledge regarding the functions that technological tools contribute to academic study.

Therefore, the objective of this research was to develop a reference document that covers the fundamental aspects of propositional and predicate logic, supported by technological tools. The implemented methodology adopted a qualitative approach focused on reviewing and collecting information related to Mathematical Logic. It had a descriptive scope, aiming to organize and precisely describe the essential aspects of logic (propositional and predicate) supported by technological tools. Finally, a documentary design was used to analyze different logic approaches through the selective, systematic, and rigorous search of documentary sources such as: books, records, among others.

As a result, the essential foundations of Mathematical Logic were obtained alongside various available technological tools, in order to write the referential document covering the fundamental aspects of propositional and predicate logic, supported by technological tools.This resource plays an essential role as a support to mathematics students at ESPOCH, contributing to strengthen the theoretical foundations in basic logic. Simultaneously, it allows understanding the benefits of incorporating technological tools, such as reducing the time required to calculate truth tables and making accurate calculations in this area. Additionally, it aids in solving exercises related to predicate logic.

Keywords: <MATHEMATICAL LOGIC>, <PROPOSITIONAL LOGIC>, <PREDICATE LOGIC>, <TECHNOLOGICAL TOOLS>, <ESPOCH>, <TECHNOLOGICAL APPLICATION>.



Lic. María Eugenia Camacho Oleas, MSc.
060160959-7

2178-DBRA-UPT-2023

INTRODUCCIÓN

La lógica es un campo de conocimiento con una historia milenaria, cuyos orígenes se remontan a las reflexiones sobre la argumentación deductiva realizadas por Aristóteles (384-322) a.C y los estoicos (filósofos) entre los años (350-200) a.C. Aristóteles consideró a la lógica como una ciencia de las definiciones y las demostraciones, desempeñando así un papel fundamental en la filosofía (Ferreirós, 2010, p.280).

Durante esta época de transformación y modernización intensa que experimentaron las matemáticas entre mediados del siglo XIX y la mitad del siglo XX, surgieron ideas para construir un lenguaje universal y un cálculo del razonamiento que pudiera aplicarse a toda la matemática y más allá. Estas ideas tuvieron sus orígenes en el siglo XVII, con figuras destacadas como Descartes (1596-1650) y su concepto de *Mathesis Universalis* (1623-1629), así como Leibniz (1646-1716) y sus contribuciones con *Lingua characterica y calculus ratiocinator* (1600-1700) (Ferreirós, 2010, p.280).

Se considera que el nacimiento de la Lógica Matemática ocurrió cuando George Boole (1815-1864) en 1850 introdujo el álgebra en las lógicas aristotélicas y estoicas. Ese mismo año, Augustus De Morgan (1806-1871) comenzó a investigar el razonamiento relacional en las matemáticas, con el objetivo de enriquecer las estructuras del silogismo aristotélico mediante nuevos patrones que permitieran analizar la lógica de las inferencias matemáticas por primera vez (Ferreirós, 2010, p.280).

Este período de intensa transformación condujo a la Lógica Matemática ha posicionarse como un pilar fundamental en la Educación Superior para el desarrollo del razonamiento abstracto en los jóvenes que desean estudiar matemáticas. Sin embargo, es común que se presenten dificultades al comenzar a estudiar este campo, ya que los estudiantes suelen carecer de las habilidades y destrezas necesarias para asimilar y comprender los contenidos matemáticos.

La asignatura de Lógica Matemática presenta un nivel de abstracción que puede dificultar la comunicación de los contenidos entre profesores y estudiantes. Esta situación puede llevar a que los estudiantes dediquen un tiempo excesivo al estudio de los temas y verificaciones en tablas de verdad, lo cual resulta agotador y desmotivador. En este contexto, es común que los alumnos pierdan el hilo conductor necesario para comprender la asignatura. Además, es frecuente que la mayoría de los estudiantes desconozcan los tipos de herramientas en Lógica Matemática, así como sus aplicaciones y funciones.

Por lo general, los estudiantes se encuentran con libros complejos acerca de lógica, lo que dificulta su comprensión y seguimiento adecuado de estudio. En la revisión bibliográfica realizada, se encontraron documentos que abordan los temas relevantes para este trabajo, como definiciones, teorías y ejemplos. Uno de los documentos estudiados fue escrito por Monsalve (2008), el cual proporciona definiciones y observaciones detalladas sobre los temas, y ofrece una secuencia de estudio clara para el estudiante. Por otro lado, el segundo documento fue redactado por Uzcátegui (2011), y aunque también aborda los temas relevantes, es menos detallado en comparación con el trabajo de Monsalve. Ambos documentos, sin embargo, carecen de herramientas tecnológicas para el estudio de los temas.

Por esta razón, la presente investigación sobre lógica proposicional y de predicados se enfoca en presentar los contenidos teóricos y prácticos, así como dar a conocer las diferentes funciones que estas herramientas proporcionan en el estudio de los temas. Un objetivo es brindar a los estudiantes información que les permita comprender los temas tratados y aprovechar las ventajas tecnológicas que se aplican en este campo.

Este trabajo de integración curricular se estructura de la siguiente manera: en el capítulo 1 se expone el planteamiento del problema de investigación, así como los objetivos y la justificación. En el capítulo 2, se aborda el marco teórico en relación a la lógica proposicional, de predicados y las herramientas tecnológicas disponibles. El capítulo 3 se enfoca en la metodología aplicada. En el capítulo 4 se desarrolla el análisis e interpretación de resultados, presentando el procesamiento y la discusión de los hallazgos obtenidos. Finalmente, el capítulo 5 alberga las conclusiones y recomendaciones derivadas de esta investigación.

CAPÍTULO I

1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Planteamiento del Problema

Los estudiantes que comienzan sus estudios en la carrera de Matemática en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH) se enfrentan a desafíos particulares. En primer lugar, es común que carezcan de las habilidades y conocimientos previos necesarios para abordar un curso de lógica. En segundo lugar, encuentran dificultades para comprender los contenidos que se imparten en dicho curso. Por último, existe la posibilidad de que experimenten dificultades académicas durante el estudio de la lógica, debido a la falta de preparación matemática e inconvenientes para conectar los conceptos previos con los nuevos.

En este contexto, surge la presente investigación como una propuesta alternativa que busca proporcionar un recurso de apoyo para los estudiantes que desean adentrarse en el estudio de la lógica, centrándose especialmente en la lógica proposicional y de predicados. Se pretende elaborar un documento de referencia que aborde de manera detallada estos temas, haciendo uso de las herramientas tecnologías. El objetivo es brindar a los estudiantes un material complementario que les facilite el aprendizaje y comprensión de la lógica, ofreciendo un enfoque práctico y accesible.

En este sentido, se desarrolló un documento que presenta de manera clara y detallada los conceptos fundamentales de la lógica proposicional y de predicados, haciendo uso de herramientas tecnológicas acordes a estos temas. El documento está dirigido a estudiantes de Educación Superior, sin embargo, la estructura del trabajo se diseñó de manera flexible para adaptarse a diferentes niveles educativos, especialmente aquellos que deseen iniciar el estudio de la Lógica Matemática.

1.2. Objetivos

1.2.1. *Objetivo General*

Realizar un estudio de los aspectos fundamentales de Lógica Matemática y herramientas tecnológicas en esta área, mediante una búsqueda y revisión bibliográfica, para redactar un documento referencial que brinde apoyo a los estudiantes de la carrera de matemática de la ESPOCH.

1.2.2. *Objetivos Específicos*

- Estudiar los aspectos teóricos de lógica proposicional y de predicados mediante una revisión bibliográfica, para estructurar el contenido de forma coherente para los estudiantes.
- Realizar una selección de las herramientas tecnológicas pertinentes a la lógica proposicional y de predicados a través de una búsqueda en *Internet*, con el propósito de categorizarlas y posteriormente proporcionar una guía escrita necesaria para su aplicación.
- Utilizar las diversas funciones de las herramientas en el ámbito de Lógica Matemática, a través de la selección de la teoría y los recursos tecnológicos disponibles, con el propósito de crear un documento referencial en lógica proposicional y de predicados apoyado por herramientas tecnológicas.

1.3. Justificación

Las herramientas tecnológicas están estrechamente vinculadas al mundo de las matemáticas, y su impacto hasta ahora ha sido positivo, aunque se espera que sea mayor, tanto en la enseñanza como en la investigación matemática. Específicamente en el ámbito educativo existen diversas herramientas que permiten realizar cálculos complejos, representar funciones o configuraciones geométricas de manera interactiva y dinámica. En los últimos tiempos, han surgido herramientas muy interesantes, como Symbolab, Látex, Geogebra, entre otras, que ofrecen recursos valiosos para mejorar el proceso de aprendizaje y facilitar la comprensión de conceptos matemáticos.

La Lógica Matemática se convierte en un pilar fundamental para los estudiantes de la carrera de Matemática en la ESPOCH, ya que les proporciona las herramientas necesarias para desarrollar su razonamiento abstracto, habilidad esencial para abordar las asignaturas que presentan un alto grado de abstracción a lo largo de su formación académica. Es así que, como principal contribución a la carrera de Matemática de la ESPOCH, se redacta un documento referencial que funciona como material de estudio para lógica proposicional y de predicado, el cual se encuentra apoyado por el uso de herramientas tecnológicas disponibles, con el propósito de facilitar el aprendizaje y comprensión de los temas abordados.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Lógica proposicional y de predicados

La revisión de la literatura permitió elegir un conjunto de libros de Lógica Matemática tales como: Monsalve (2008), Uzcátegui (2011), Iranzo (2003), Gamut (2002), Ferreirós (2010), entre otros; que fueron las principales fuentes de información para organizar el documento referencial. En este sentido, se tiene:

En lo que respecta a la lógica proposicional, los libros han sido de gran ayuda al proporcionar definiciones claras sobre los temas mencionados, así como explicaciones concisas que ayudan a comprender el razonamiento requerido. Además, estos textos han aportado puntos claves que pueden no ser evidentes a simple vista, como observaciones y ejemplos sencillos que facilitan el proceso de aprendizaje.

En los temas de lógica de predicados, se encontró menos información en comparación con la lógica proposicional, sin embargo, gracias a estos documentos, se logró comprender los temas y así desarrollar una estructura adecuada para que los estudiantes puedan estudiarlos de manera sencilla.

2.2. Herramientas tecnológicas

Las herramientas tecnológicas seleccionadas, entre las que se encuentran *Symbolab*, *Taut*, *J-Tabla*, *Tablas de Verdad*, *Anallogica* y *Generador de Tablas de Verdad*, demostraron ser de gran utilidad al aplicar ejemplos de tablas de verdad, distintos tipos de fórmulas y validación de argumentos en lógica proposicional. Sin embargo, en el proceso de búsqueda, se observó una limitada oferta de herramientas tecnológicas para la lógica de predicados, siendo *Taut* la única opción que proporciona ejemplos aplicados en este contexto.

CAPÍTULO III

3. MARCO METODOLÓGICO

3.1. Descripción de enfoque, alcance, diseño, tipo, métodos, técnicas e instrumentos de investigación empleadas

En éste capítulo, se presenta el enfoque, alcance y diseño óptimo que se implementó en la investigación. También se detallan las técnicas e instrumentos utilizados a lo largo del estudio.

En la primera etapa, detallamos el enfoque cualitativo orientado a revisar y recopilar información relacionada con Lógica Matemática. Además, el alcance es descriptivo por su capacidad para seleccionar las características fundamentales del objeto de estudio y su descripción detallada (Bernal, 2006, p.59). Esto se debe a que se busca organizar y describir de forma precisa los aspectos esenciales de la lógica proposicional, de predicados y las diversas herramientas tecnológicas.

Finalmente, el diseño documental consiste en un análisis de la información escrita sobre un determinado tema, con el propósito de establecer relaciones, diferencias, etapas, posturas o estado actual del conocimiento respecto del tema objeto de estudio (Bernal, 2006, p.60). Bajo ésta definición, el documento presenta un diseño documental orientado al análisis de diferentes enfoques de la lógica mediante la búsqueda selectiva, sistemática y rigurosa de fuentes documentales y herramientas tecnológicas.

En la segunda etapa, damos a conocer la ruta metodológica empleada en la investigación:

1) Revisión de la literatura correspondiente a los temas de lógica proposicional y de predicados.

2) Selección de libros y documentos científicos a fin con la temática planteada.

3) Organización de contenidos con base a la literatura estudiada en lógica proposicional y de predicados.

4) Indagar y categorizar las herramientas tecnológicas disponibles en el estudio de lógica proposicional y de predicados.

5) Estructuración del documento matemático que pudiera utilizarse como apoyo al proceso de enseñanza y aprendizaje de la Lógica Matemática.

En la tercer etapa, vamos a observar los instrumentos de investigación que ayudaron en el proceso:

a) *Latex*, una herramienta tecnológica que ayudó en la redacción rápida del documento referencial.

b) *Internet*, para lograr la investigación de textos científicos y herramientas tecnológicas, se optó por este instrumento ya que en la actualidad facilita mucho la búsqueda de información.

c) Lápiz y cuaderno, instrumentos que ayudaron a la redacción de ejemplos y su verificación, logrando obtener contenidos explicativos para los diferentes tópicos estudiados.

d) Computadora, herramienta que ayudó a la redacción del texto de investigación, así como a la búsqueda de información y herramientas tecnológicas en *Internet*.

e) Bibliotecas virtuales, herramientas importantes para un lector que necesite información verídica sobre un determinado tema.

CAPÍTULO IV

4. MARCO DE ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. Procesamiento, análisis e interpretación de resultados

Durante la investigación, se lograron encontrar documentos científicos pertinentes a la lógica proposicional y de predicados. Tras estudiarlos, se adquirió el conocimiento necesario para redactar la parte teórica del documento referencial. Además, mediante una búsqueda en *Internet*, se encontraron las herramientas tecnológicas adecuadas para el tema de investigación, las cuales fueron analizadas e implementadas en el documento.

En la sección de lógica proposicional, se detallaron los contenidos necesarios y las herramientas tecnológicas apropiadas para su estudio. Por otro lado, aunque la información sobre contenidos y herramientas tecnológicas para la lógica de predicados fue escasa, se logró redactar una sección detallada con los conocimientos necesarios para su comprensión.

Una vez recopilada toda la información, se presentaron las aplicaciones que pueden implementarse en el estudio de Lógica Matemática, permitiendo que el estudiante se familiarice con la aplicación de nuevas tecnologías en sus estudios.

4.2. Discución

La búsqueda de información teórica y herramientas tecnológicas ha tenido un impacto significativo en la creación de un documento referencial de notable importancia. Este material es una valiosa herramienta para los estudiantes que se inician en el mundo de la Lógica Matemática en sus primeros pasos académicos. Proporcionándoles habilidades y conocimientos fundamentales, para afrontar su curso con mayor solidez, evitando posibles obstáculos académicos y facilitando la asimilación de nuevos conceptos con los previos.

La relevancia de esta investigación radica en su capacidad para garantizar una base sólida en los estudiantes desde el comienzo de su viaje en la Lógica Matemática, permitiéndoles construir sobre cimientos firmes. Al explorar las herramientas tecnológicas disponibles, se identificó una carencia de recursos enfocados en la lógica de predicados, lo que presenta una oportunidad prometedora. Dicha oportunidad invita a los estudiantes de matemáticas a colaborar con desarrolladores de *software*, dando lugar al desarrollo de herramientas innovadoras y cautivadoras en el ámbito de la Lógica Matemática. Este esfuerzo no solo enriquecerá su experiencia educativa, sino que también tiene el potencial de generar ingresos económicos en ambos ámbitos del conocimiento, creando un ciclo de mejora continua y retroalimentación beneficiosa para ambas disciplinas.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

Primero, se llevó a cabo la investigación en la literatura relacionada con la lógica proposicional y de predicados, con el propósito de seleccionar la información más relevante. Durante esta búsqueda, se encontró una amplia variedad de documentos que abarcaban los temas planteados de manera satisfactoria. Segundo, mediante la selección de fuentes bibliográficas, se llevó a cabo un estudio de los tópicos relacionados con el tema de investigación. Esto proporcionó las bases necesarias para una sólida redacción teórica en el documento referencial.

Tercero, una vez que la teoría fue establecida, se realizó una búsqueda y selección de herramientas tecnológicas adecuadas para el estudio de la Lógica Matemática. Se encontró una gran variedad de herramientas para lógica proposicional y una escases para lógica de predicados. Cuarto, con la teoría redactada y las herramientas tecnológicas seleccionadas, se pudo estructurar una sección donde se muestran las aplicaciones prácticas de estas herramientas en lógica proposicional y de predicados.

Finalmente, todos estos elementos permitieron cumplir el objetivo general, la creación de un documento referencial que abarca los aspectos fundamentales de lógica proposicional y de predicados, respaldado por herramientas tecnológicas. Mediante la búsqueda, revisión y selección bibliográfica, se abre la puerta para brindar un apoyo valioso a los estudiantes de la carrera de Matemática de la ESPOCH en su estudio de lógica.

5.2. Recomendaciones

Primero, incorporar el uso de herramientas tecnológicas en el estudio de Lógica Matemática en la medida de lo posible. Esto permitiría a los estudiantes aprovechar las funciones de dichas herramientas a lo largo de su experiencia académica en la carrera de matemáticas.

Segundo, sería altamente beneficioso incorporar un curso de lógica básica en los primeros semestres de la carrera de matemática. Esta medida permitirá que los estudiantes obtengan conocimientos esenciales que les serán indispensables a lo largo de su trayectoria académica.

Tercero, sería favorable establecer una estructura académica que facilite a profesores y estudiantes la posibilidad de aplicar y visualizar el uso de herramientas tecnológicas durante el estudio de las asignaturas dentro de la carrera de matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

BERNAL, C. *Metodología de la Investigación*. México: Pearson, 2006, pp. 58-61.

DOBARRO, F; et al. *LÓGICA PROPOSICIONAL Y TEORÍA DE CONJUNTOS: UNA RÁPIDA INTRODUCCIÓN*. Ushuaia-Argentina: 2021, pp. 1-20.

FERREIRÓS, J. *La lógica matemática: una disciplina en busca de encuadre*. Madrid-España: Theoria 69, 2010, PP. 280-281.

GAMUT, T. *Introducción a la lógica*. Buenos Aires-Argentina: UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES, 2002, pp. 1-121.

IRANZO, P. *Lógica Simbólica para Informáticos*. Toledo-España: RA-MA, 2003, pp. 1-289.

LABRA, J; FERNÁNDEZ, D. *Lógica de Predicados*. Oviedo-España: pp. 1-49.

MERMA, M. *Una interpretación algebraica de la lógica proposicional y de sus implicancias en fórmulas predicativas cerradas con cuantificadores*. Lima-Perú: UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS, 2016, pp. 9-35.

MONSALVE, M. *Guía de Matemáticas Discretas I*. Caracas-Venezuela: CCCT, 2008, pp. 5-69.

OBIOLS, G. *Nuevo curso de lógica y filosofía*. Buenos Aires-Argentina: ARQUETIPO, 1997, pp. 1-50.

PALAU, G. *Lógica I*. La Plata-Argentina: 2014, pp. 15-41.

UZCÁTEGUI, C. *Lógica, conjuntos y números*. Mérida-Venezuela: CODEPRE, 2011, pp. 15-41.

ANEXOS

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

FACULTAD DE CIENCIAS

CARRERA DE MATEMÁTICA

LÓGICA PROPOSICIONAL Y DE PREDICADOS CON SOPORTE EN LAS TECNOLOGÍAS

Trabajo de Integración Curricular
Tipo: Proyecto de Investigación

Presentado para optar el grado académico de:
MATEMÁTICO

AUTOR: RONNY FRANSER CARTAGENA PERALTA
DIRECTOR: MSC. RAMÓN ANTONIO ABANCIN OSPINA

RIOBAMBA - ECUADOR
2023

TABLA DE CONTENIDOS

Índice de cuadros

Índice de figuras

Introducción

La lógica es la base del razonamiento coherente y consistente, una herramienta esencial para la toma de decisiones fundamentadas y el análisis de la información. Nos capacita para discernir entre argumentos sólidos y débiles, identificar patrones en los datos y abordar problemas con una estructura ordenada. Funciona como un conjunto de reglas que guían nuestro pensamiento de manera precisa, actuando como un mapa mental que diferencia las ideas sólidas de las menos fundamentadas. A través de este enfoque, comprendemos las conexiones entre conceptos y desarrollamos la habilidad de alcanzar conclusiones respaldadas por la información disponible.

Los periodos de intensa transformación llevaron a la Lógica Matemática a consolidarse como un pilar fundamental en la Educación Superior, para el desarrollo del razonamiento abstracto en los jóvenes que desean estudiar matemáticas. Sin embargo, es común que se presenten dificultades al comenzar a estudiar este campo, ya que los estudiantes suelen carecer de las habilidades y destrezas necesarias para asimilar y comprender los contenidos matemáticos.

La asignatura de Lógica Matemática presenta un nivel de abstracción que puede dificultar la comunicación de los contenidos entre profesores y estudiantes. Esta situación puede llevar a que los estudiantes dediquen un tiempo excesivo al estudio de los temas y verificaciones en tablas de verdad, lo cual resulta agotador y desmotivador. En este contexto, es común que los alumnos pierdan el hilo conductor necesario para comprender la asignatura. Además, es común que la mayoría de los estudiantes desconozcan los tipos de herramientas tecnológicas útiles para el estudio de Lógica Matemática, así como sus aplicaciones y funciones.

Por esta razón, la presente investigación sobre lógica proposicional y de predicado se enfoca en dar a conocer las diferentes funciones que estas herramientas ofrecen en el estudio de los temas. Así que, proporcionaremos a los estudiantes información que les permita comprender los temas tratados y aprovechar las ventajas tecnológicas que se aplican en este campo.

Por lo general, los estudiantes se encuentran con libros complejos acerca de lógica, lo que dificulta su comprensión y seguimiento adecuado de estudio. En la revisión bibliográfica realizada, se encontraron documentos que abordan los temas relevantes para este trabajo, como definiciones, teorías y ejemplos. Uno de los documentos estudiados fue escrito por Monsalve (2008), el cual proporciona definiciones y observaciones detalladas sobre los temas, y ofrece una secuencia de estudio clara para el estudiante. Por otro lado, el segundo documento fue redactado por Uzcátegui (2011), y aunque también aborda los temas relevantes, es menos detallado en comparación con el trabajo de Monsalve. Ambos documentos, sin embargo, carecen de herramientas tecnológicas para el estudio de los temas.

En el primer capítulo de la investigación, se abordan los fundamentos de la Lógica Matemática. A continuación, se presenta una explicación detallada de los diferentes tipos de proposiciones existentes. Una vez que se comprenden estos conceptos, se exploran los conectivos lógicos utilizados en la lógica proposicional. Después, se analiza la redacción de fórmulas y expresiones lógicas que se pueden construir. Más adelante, se profundiza en la noción de equivalencia e implicación lógica, haciendo uso de los temas previamente mencionados.

En el segundo capítulo, se exploran los conceptos fundamentales de la lógica de predicados, para luego analizar las funciones proposicionales y de predicado existentes. Una vez familiarizados con estos conceptos, se presentan los cuantificadores utilizados en la lógica de predicados. A continuación, se aborda la redacción de la simbolización, así como las reglas de particularización y generalización, en conjunto con las equivalencias e implicaciones lógicas. Por último, se profundiza en la argumentación lógica, donde se demuestra la validez de un argumento.

En el tercer capítulo, se detallan las herramientas tecnológicas relacionadas con los temas de lógica proposicional y de predicado. Se proporcionan definiciones, características, utilidades, ventajas y desventajas de los herramientas seleccionadas. Luego, en el cuarto capítulo, se aplican las ventajas y funciones de estas herramientas en los temas mencionados en el primer y segundo capítulo. Así, se aprovechan las herramientas tecnológicas para fortalecer el estudio y comprensión de la lógica matemática.

1

Lógica proposicional

Objetivo

Al finalizar este capítulo el estudiante estará en capacidad de entender los conceptos asociados a lógica proposicional, sus definiciones, observaciones, teoremas y ejemplos.

El capítulo está estructurado de la siguiente manera:

En la primera sección, se abordan las nociones básicas de **Lógica Matemática**. Luego, se presenta una descripción de los diferentes tipos de **proposiciones** existentes. Una vez que se comprenden estos conceptos, se exploran los **conectivos lógicos** utilizados en la lógica proposicional. A continuación, se discute la redacción de **fórmulas y expresiones lógicas** que se pueden construir. Posteriormente, se profundiza en la noción de **equivalencia e implicación lógica**, haciendo uso de los temas previamente mencionados.

1.1 Lógica Matemática

La Lógica Matemática es una disciplina que se ocupa del estudio de los principios y métodos de razonamiento válidos. Sus orígenes se remontan a la antigua Grecia, donde los filósofos comenzaron a reflexionar sobre los fundamentos de la matemática y el razonamiento (Ferreirós, 2010, p.280).

Definición 1.1 (Lógica)
La lógica es la ciencia que proporciona principios y métodos que, aplicados a la estructura de los razonamientos, permiten decir si éstos son correctos o no.

Uno de los primeros filósofos que contribuyó al desarrollo de la lógica fue Aristóteles en el siglo IV a.C. Aristóteles estableció las bases de la lógica formal, introduciendo conceptos como proposiciones, silogismos y la ley del tercio excluido (Organon)(384-322) a.C (Ferreirós, 2010, p.280).

Sin embargo, fue en el siglo XIX cuando la Lógica Matemática experimentó un gran avance. El matemático británico George Boole desarrolló el álgebra booleana, utilizando símbolos algebraicos para representar proposiciones y operaciones lógicas, sentando las bases para la aplicación de la lógica en la resolución de problemas matemáticos (Ferreirós, 2010, p.280).

Definición 1.2 (Sintaxis)
Es una notación precisa para representar proposiciones y expresionces lógicas. La sintaxis completa puede variar dependiendo del sistema formal o la notación utilizada.

Posteriormente, surgieron matemáticos y filósofos como Gottlob Frege, quien desarrolló un sistema formal de lógica de primer orden (*Begriffsschrift*)(1879), Kurt Gödel, quien demostró el teorema de incompletitud (1879), y Alfred Tarski, quien desarrolló una teoría formal de la verdad, entre otros. Todos ellos contribuyeron al avance y desarrollo de la Lógica Matemática (Ferreirós, 2010, p.280).

Definición 1.3 (Semántica)
La semántica se ocupa del estudio del significado y la interpretación de las expresiones lógicas. Proporciona un marco teórico para asignar un valor de verdad a las proposiciones y expresiones lógicas.

La Lógica Matemática ha seguido evolucionando y se ha convertido en una herramienta fundamental en diversos campos, incluyendo la informática, la inteligencia artificial y la teoría de la computación. Ha permitido el desarrollo de sistemas lógicos formales y la creación de lenguajes de programación, así como la resolución de problemas complejos mediante el razonamiento lógico.

> **Definición 1.4 (Reglas de inferencia)**
> Son principios que nos permiten deducir nuevas conclusiones a partir de las premisas o afirmaciones previas. Estas reglas son fundamentales para el razonamiento deductivo.

La lógica proposicional se ocupa de las propiedades formales de las proposiciones y las reglas de inferencia, lo cual es esencial para el aprendizaje de métodos de demostración, que son herramientas indispensables en el estudio de las matemáticas.
A continuación, se detalla la lógica proposicional, donde se explican el significado de las palabras y expresiones matemáticas, así como el estudio de cómo se combinan y relacionan.

1.2 Proposición

Comenzamos definiendo qué es una proposición, y a través de la redacción de ejemplos, nos daremos cuenta de cuándo una afirmación es una proposición y cuándo no lo es.

> **Definición 1.5 (Proposición)**
> Una proposición es una afirmación de la que podemos decir que es verdadera o falsa. En otras palabras, las proposiciones corresponden a las oraciones declarativas del lenguaje coloquial.

Ejemplos.

1) **Las siguientes son proposiciones.**

    1.1) La montaña Chimborazo es la más alta del Ecuador.
    Es una proposició,n ya que la afirmación podría ser verdadera o falsa.

1.2) La amazonía ecuatoriana es abundante en biodiversidad.

Es una proposición, ya que la afirmación podría ser verdadera o falsa.

1.3) La ESPOCH es la mejor universidad de Chimborazo.

Es una proposición, ya que la afirmación podría ser verdadera o falsa.

2) **Los siguientes no son proposiciones.**

2.1) ¿Qué ciudad tiene las mejores vistas en Ecuador?

No es una proposición, es una pregunta y no podríamos decir si es verdadera o falsa.

2.2) ¡Que linda mascota!

No es una proposición, es una exclamación acerca de una mascota y no podríamos decir si es verdadera o falsa.

2.3) ¡¡Limpia la casa!!

No es una proposición, es una orden y no podríamos decir si es verdadera o falsa.

Observación.

Utilizaremos letras minúsculas para representar las proposiciones, como por ejemplo: p para referirnos a la afirmación “Ronny manejó un auto” y q para referirnos a la afirmación “Ronny se compró una bicicleta”.

1.2.1 Proposición verdadera y proposición falsa

Una vez que hemos determinado qué constituye una proposición, procedemos a definir una proposición verdadera y una proposición falsa.

Definición 1.6 (Proposición verdadera)
Cualquier oración verdadera o falsa se denomina proposición. Cuando la proposición es verdadera se dice que posee valor de verdad verdadero (proposición verdadera).

Definición 1.7 (Proposición falsa)
Cuando la proposición es falsa se dice que posee valor de verdad falso (proposición falsa).

Para ilustrar esta distinción, presentaremos ejemplos que nos permitirán comprender la diferencia entre ambas.

Ejemplos.

1) **Proposiciones verdaderas**

   1.1) Cuatro dividido entre dos es igual a dos
   Esta oración es una proposición ya que podría tomar un valor de verdad (verdadera o falsa). En éste caso es verdadera.

   1.2) Dos mas dos es igual a cuatro
   Esta oración es una proposición ya que podría tomar un valor de verdad (verdadera o falsa). En éste caso es verdadera.

2) **Proposiciones falsas**

   2.1) Cuatro menos tres es igual a dos
   Esta oración es una proposición ya que podría tomar un valor de verdad (verdadera o falsa). En éste caso es falsa.

   2.2) Diez divido entre dos es igual a 4
   Esta oración es una proposición ya que podría tomar un valor de verdad (verdadera o falsa). En éste caso es falsa.

1.2.2 Proposición simple y proposición compuesta

Una vez que hemos establecido la asignación de valores de verdad a una proposición, procedemos a clasificarlas en proposiciones simples y proposiciones compuestas. A continuación, proporcionamos las definiciones correspondientes.

Definición 1.8 (Proposición simple o atómica)
Toda proposición que no pueda subdividirse en otras proposiciones se denomina proposición simple o atómica.

Definición 1.9 (Proposición compuesta)
Toda proposición que pueda subdividirse en otras proposiciones se denominda proposición compuesta.

Para ilustrar esta distinción, presentaremos ejemplos que nos permitirán comprender la diferencia entre ambas.

Ejemplos.

1) Sea p la proposición "Andrés corrió una maratón" y q la proposición "Andrés bajó de peso". Elaborar proposiciones compuestas.

   Solución.

   $r : p$ y q. Donde r se lee, "Andrés corrió una maratón" y "Andrés bajó de peso".
   $s : p$ o q. Donde s se lee, "Andrés corrió una maratón" o "Andrés bajó de peso".
   Podemos concluir que p y q son proposiciones simples o atómicas, en cambio r y s son proposiciones compuestas.

1.2.3 Tabla de verdad

Una herramienta esencial en lógica es la elaboración de tablas de verdad, las cuales facilitan al usuario la obtención de los valores de verdad en proposiciones. A continuación, analizaremos la definición de tabla de verdad junto con un ejemplo ilustrativo.

Definición 1.10 (Tabla de verdad)
Una tabla de verdad de una proposición compuesta p formada por las proposiciones $p_1, p_2, \ldots, p_n$ enumera todas las combinaciones posibles de los valores de verdad de $p_1, p_2, \ldots, p_n$ donde V indica valor de verdad

verdadero y F indica valor de verdad falso, de modo que para cada una de estas combinaciones se indica el valor de verdad de p. La tabla de verdad posee 2^n filas, siendo n el número de proposiciones simples que componen a p.

Ejemplos.

1) Sea $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$. Construir su tabla de verdad

Solución.

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V

Observación.

- De ser necesario, el lector deberá volver a revisar la sección de proposición, ya que los abordaremos en los temas posteriores.
- Si el argumento está compuesto por n proposiciones simples, la tabla de verdad debe poseer 2^n filas.

1.3 Conectivos lógicos

Una vez establecidas las características de una proposición, definamos los conectivos lógicos que nos van a permitir hacer conexiones entre proposiciones, estas poseen cualidades que a continuación se redallan.

1.3.1 Negación

Definición 1.11 (Negación)
Sea p una proposición. Entonces la proposición $\neg p$ se denomina negación de p. El conector $\neg$ se lee "no". Por lo tanto, $\neg p$ se lee "no p".

La proposición $\neg p$ posee valor de verdad verdadero si p es falsa y posee valor de verdad falso cuando p es verdadera.
La tabla de verdad es:

p	$\neg p$
V	F
F	V

Ejemplos.

1) Sea p la proposición: "Andrés corrió una maratón". Elaborar la negación de p.

   Solución.

   La proposición simple $\neg p$ es: "Andrés **no** corrió una maratón".
   Su tabla de verdad es:

p	$\neg p$
V	F
F	V

1.3.2 Conjunción

Definición 1.12 (Conjunción)
Sean p y q dos proposiciones. Entonces la proposición $p \wedge q$ se denomina conjunción de p y q. El conector $\wedge$ se lee "y". Por lo tanto, $p \wedge q$ se lee "p y q".

La proposición $p \wedge q$ posee valor de verdad verdadero si y sólo si, tanto p como q poseen valor de verdad verdadero.
La tabla de verdad es:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Ejemplos.

1) Sea p la proposición: "Andrés corrió una maratón" y q la proposición: "Andrés bajó de peso". Obtener la conjunción entre p y q.

   Solución.

   La proposición compuesta p y q es: "Andrés corrió una maratón **y** bajó de peso".
   Su tabla de verdad es:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

1.3.3 Disyunción

Definición 1.13 (Disyunción)
Sean p y q dos proposiciones. Entonces la proposición $p \vee q$ se denomina disyunción de p y q. El conector $\vee$ se lee "o". Por lo tanto, $p \vee q$ se lee "p o q".

La proposición $p \vee q$ posee valor de verdad falso si y sólo si, tanto p como q poseen valor de verdad falso.
La tabla de verdad es:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ejemplos.

1) Sea p la proposición: "Andrés corrió una maratón" y q la proposición: "Andrés bajó de peso". Obtener la disyunción entre p y q.

   Solución.

   La proposición compuesta p o q es: "Andrés corrió una maratón **o** bajó de peso".

   La tabla de verdad vendrá a ser:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

1.3.4 Condicional

Definición 1.14 (Condicional)
Sean p y q dos proposiciones. Entonces la proposición $p \to q$ se denomina condicional de p y q. El conector $\to$ se lee "Si ... entonces ...". Por lo tanto, $p \to q$ se lee "Si p entonces q". La proposición p recibe el nombre de antecedente (condición suficiente) y q recibe el nombre de consecuente (condición necesaria).

La proposición $p \to q$ posee valor de verdad falso si y sólo si, p es verdadera y q es falsa.

Lu tabla de verdad es:

p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ejemplos.

1) Sea p la proposición: "Andrés corrió una maratón" y q la proposición: "Andrés bajó de peso". Obtener la condición entre p y q.

   Solución.

   La proposición compuesta $p \to q$ es: "**Si** Andrés corrió una maratón **entonces** bajó de peso".
   Su tabla de verdad es:

p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

1.3.5 Bicondicional

Definición 1.15 (Bicondicional)
Sean p y q dos proposiciones. Entonces la proposición $p \leftrightarrow q$ se denomina bicondicional de p y q. El conector $\leftrightarrow$ se lee "si y sólo si". Por lo tanto, $p \leftrightarrow q$ se lee "p si y sólo si q".

La proposición $p \leftrightarrow q$ posee valor de verdad verdadero si y sólo si, tanto p como q posee el mismo valor de verdad.
La tabla de verdad es:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejemplos.

1) Sea p la proposición: "Andrés corrió una maratón" y q la proposición: "Andrés bajó de peso". Obtener la bicondición entre p y q.

   Solución.

   La proposición compuesta $p \leftrightarrow q$ es: "Andrés corrió una maratón **si y sólo si** bajó de peso".
   Su tabla de verdad es:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

1.4 Fórmulas o expresiones lógicas

Con el conocimiento adquirido sobre proposiciones y los conectivos lógicos estudiados, nos sumergimos en las fórmulas o expresiones lógicas, las cuales poseen características distintivas propias.

1.4.1 Fórmula bien formada

Definición 1.16 (Fórmula bien formada)
Una fórmula bien formada es una expresión en la que intervienen proposiciones y conectores, que pueden formarse utilizando las siguientes reglas:

1) Toda proposición simple $p, q, r, \ldots$ es una fórmula bien formada.

2) Si P es una fórmula bien formada, entonces $\neg P$ es una fórmula bien formada.

3) Si P y Q son fórmulas bien formadas, entonces $(P \wedge Q)$, $(P \vee Q)$, $(P \to Q)$ y $(P \leftrightarrow Q)$ son fórmulas bien formadas.

Ejemplos.

1) Las siguientes son fórmulas bien formadas:

   1.1) p

   1.2) $(p \vee q) \wedge r$

   1.3) $((p \vee q) \to r) \leftrightarrow (\neg r \to s)$

2) Las siguientes no son fórmulas bien formadas:

   2.1) $q \to$

   2.2) $r \leftrightarrow ($

   2.3) $\wedge p$

1.4.2 Tautología

Definición 1.17 (Tautología)
Se dice que una proposición compuesta es una **tautología**, si es verdadera para todas las posibles combinaciones de valores de verdad de las proposiciones simples que las componen.

Ejemplos.

1) Considere la expresión $p \to (p \lor q)$. Evaluar si es una tautología.

Solución.

Empezamos construyendo la tabla de verdad asignando valores de verdad a las variables p y q. Luego, procedemos con la disyunción entre p y q. Finalmente, consideramos el condicional entre p y la diyunción de p y q.
Su tabla de verdad:

p	q	$p \lor q$	$p \to (p \lor q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Dado que la ultima fila $(p \to (p \lor q))$ nos da valores de verdad verdaderos. Podemos concluir que $(p \to (p \lor q))$ es una tautología.

1.4.3 Contradicción

Definición 1.18 (Contradicción)
Una proposición compuesta es una **contradicción** si es falsa para todas las posibles combinaciones de valores de verdad de las proposiciones simples que las componen.

Ejemplos.

1) Considere la expresión $(\neg(p \to (p \vee q)))$. Evaluar si es una contradicción.

Solución.

Empezamos construyendo la tabla de verdad asignando valores de verdad a las variables p y q. Luego, procedemos con la disyunción entre p y q. Consideramos el condicional entre p y $(p \vee q)$. Finalmente, calculamos la negación de $(p \to (p \vee q))$.

Su tabla de verdad:

p	q	$p \vee q$	$p \to (p \vee q)$	$\neg(p \to (p \vee q))$
V	V	V	V	F
V	F	V	V	F
F	V	V	V	F
F	F	F	V	F

Dado que la ultima fila $(\neg(p \to (p \vee q)))$ nos da valores de verdad falsos. Podemos concluir que $\neg(p \to (p \vee q))$ es una contradicción.

1.4.4 Contingencia

Definición 1.19 (Contingencia)
Una proposición compuesta que no es ni una tautología ni una contradicción se denomina **contingencia**.

Ejemplos.

1) Considere la expresión $(p \vee q)$. Evaluar si es una contingencia.

Solución.

Empezamos construyendo la tabla de verdad asignando valores de verdad a las variables p y q. Luego, procedemos con la disyunción entre p y q.

Su tabla de verdad:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Dado que la ultima fila $(p \vee q)$ nos da valores de verdad verdaderos y falsos. Podemos concluir que $(p \vee q)$ es una contingencia.

1.5 Equivalencia e implicación lógica

1.5.1 Razonamiento lógico

Equivalencia lógica

Definición 1.20 (Equivalencia lógica)
Sean p y q dos proposiciones cualesquiera, se dice que p y q son lógicamente equivalentes, lo cual se denota por $p \Leftrightarrow q$ (o bien $p \equiv q$), si la proposición $p \leftrightarrow q$ es una tautología.

En otras palabras,

Definición 1.21 (Equivalencia lógica)
Sean p y q dos proposiciones cualesquiera, se dice que p y q son lógicamente equivalentes, lo cual se denota por $p \Leftrightarrow q$ (o bien $p \equiv q$), cuando p y q posee la misma tabla de verdad.

Ejemplos.

1) Considere las siguientes expresiones $(p \vee q)$ y $(\neg q \rightarrow p)$. Evaluar si son equivalentes.

   Solución.

Empezamos construyendo la tabla de verdad asignando valores de verdad a las variables p y q. Luego, procedemos con la disyunción entre p y q. Seguimos con el condicional entre $(\neg p)$ y q. Finalmente, desarrollamos el bicondicional entre $(p \vee q)$ y $(\neg q \to p)$.

Su tabla de verdad:

p	q	$p \vee q$	$\neg q \to p$	$(p \vee q) \leftrightarrow (\neg q \to p)$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	V

Dado que la ultima fila $((p \vee q) \leftrightarrow (\neg q \to p))$ nos da valores de verdad verdaderos. Podemos concluir que la expresión $((p \vee q) \leftrightarrow (\neg q \to p))$ es una tautología y por ende $(p \vee q)$ es equivalentemente lógico a $(\neg q \to p)$.

Implicación lógica

Definición 1.22 (Implicación lógica)
Sean p y q dos proposiciones cualesquiera, se dice que p implica lógicamente a q (o q es consecuencia lógica de p), lo cual se denota por $p \Rightarrow q$ si y sólo si la proposición $p \to q$ es una tautología.

Ejemplos.

1. Consideramos las premisas y conclusión. Evaluar la implicación lógica.

   a) Premisa 1: Si amanece, entonces la ciudad despertará.

   b) Premisa 2: Está amaneciendo.

   c) Conclusión: Por lo tanto, la ciudad despertará.

Solución.

La premisa 1 establece una relación de implicación lógica entre el amanecer y el despertar de una ciudad. Si amanece, la conclusión lógica es que la ciudad despertará. La premisa 2 afirma que está amaneciendo, por lo tanto, según la implicación lógica establecida, podemos concluir lógicamente que la ciudad despertará.

Observación.

Como mencionamos previamente, es importante tener en cuenta el símbolo ($\rightarrow$) en el contexto de los conectores lógicos o condicionales. Esto se debe a que también podemos encontrar el símbolo ($\Rightarrow$), el cual nos indica que la proposición p lógicamente implica a la proposición q ($p \Rightarrow q$).

Argumentación lógica

Definición 1.23 (Premisa)
Una premisa es a una afirmación o proposición que se asume como verdadera para fundamentar un razonamiento o una demostración lógica. Las premisas son declaraciones iniciales que se utilizan como base para deducir o demostrar una conclusión o teorema.

Definición 1.24 (Argumentación lógica)
Un argumento (razonamiento) es una estructura de la forma

$$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n \rightarrow q$$

donde $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ son proposiciones que reciben el nombre de **premisas** y q es una proposición llamada **conclusión**.

Es frecuente utilizar la siguiente estructura para representar argumentos:

$$p_1$$
$$p_2$$
$$p_3$$

$$\vdots$$

$$\underline{p_n}$$

$$\therefore q.$$

Al comprender qué es un argumento y su estructura, esto resultará beneficioso para verificar su validez y los métodos de prueba asociados.

1.5.2 Argumentos válidos/inválidos

Hasta este punto, hemos establecido cómo determinar si un argumento es lógico. Sin embargo, la siguiente fase consiste en determinar si un argumento es válido o no. Esta distinción es crucial para futuras argumentaciones y razonamientos.

Argumentos válidos

Definición 1.25 (Argumentos válidos)
Un argumento es válido si las premisas implican lógicamente a la conclusión. Esta definición es equivalente a decir que un argumento es válido si $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge ... \wedge p_n \Rightarrow q$, es decir si la proposición $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge ... \wedge p_n \rightarrow q$ es una tautología.

Ejemplos.

1) Considere la expresión $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$. Evaluar si es un argumento válido.

Solución.

La prueba se realizará utilizando tablas de verdad:

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V

Puesto que, $[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$ es una tautología, podemos concluir que $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$ es un argumento válido.

Argumentos inválidos

Definición 1.26 (Argumentos inválidos)
Un argumento es inválido (falacia) si las premisas no implican lógicamente a la conclusión. Es decir, es un argumento inválido si la proposición $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge ... \wedge p_n \rightarrow q$ no es una tautología.

Para identificar si el argumento es inválido es tratar de establecer al menos una conbinación de valores de verdad de las proposiciones simples que conforman al argumento, tal que $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge ... \wedge p_n$ (conjunción de premisas) sea una proposición verdadera, y q (conclusión) sea falsa. Esa combinación de valores de verdad lograría que la proposición $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge ... \wedge p_n \rightarrow q$ sea falsa, con lo cual el argumento no puede ser válido, pues $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge ... \wedge p_n \rightarrow q$ no puede ser una tautología.

Ejemplos.

1) Considere la expresión $[(p \vee q) \wedge p] \Rightarrow q$. Evaluar si es un argumento inválido.

Solución.

La prueba se realizará utilizando tablas de verdad:

p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge p$	$[(p \vee q) \wedge p] \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	F
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

Puesto que $[(p \vee q) \wedge p] \rightarrow q$ no es una tautología, podemos concluir que el argumento es inválido.

1.5.3 Proceso y reglas de inferencia

Inferencia lógica

Definición 1.27 (Inferencia lógica)
La inferencia lógica se refiere al proceso de razonamiento deductivo que nos permite obtener nuevas conclusiones o afirmaciones a partir de premisas o proposiciones previas.

El proceso de inferencia es tal que, si todas las premisas son verdaderas al mismo tiempo, toda proposición que se obtenga por la aplicación de reglas de inferencia (o equivalencias lógicas) serán consecuencia lógica de las premisas.

Reglas de inferencia

Definición 1.28 (Reglas de inferencia)
Las reglas de inferencia son principios o pautas que nos permiten realizar razonamientos deductivos válidos.

Existen diversas reglas de inferencia en lógica matemática, y algunas de las más comunes son:

1.5.4 Métodos de prueba

Hemos estudiado previamente las nociones de validez y no validez de un argumento, así como las características que podemos utilizar para verificarlo. En esta sección, exploraremos los distintos tipos de pruebas que se pueden aplicar para validar un argumento.

Tabla 1.1: Reglas de inferencia.

Nombre	Regla
Modus ponendo ponens	$p \wedge (p \to q) \Rightarrow q$
Modus tollendo tollens	$\neg q \wedge (p \to q) \Rightarrow \neg q$
Silogismo disyuntivo	$(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q$ $(p \vee q) \wedge \neg q \Rightarrow p$
Silogismo hipotético	$(p \to q) \wedge (q \to r) \Rightarrow (p \to r)$
Ley de simplificación	$(p \wedge q) \Rightarrow p$ $(p \wedge q) \Rightarrow q$
Ley de adición	$p \Rightarrow p \vee q$
Ley de conjunción	$p, q \Rightarrow p \wedge q$
Ley de casos	$(p \to q) \wedge (\neg q \to q) \Rightarrow q$

Prueba por tablas de verdad

Definición 1.29 (Prueba por tablas de verdad)
La prueba por tablas de verdad es un método para demostrar la validez de una fórmula o argumento. Con la construcción de una tabla de verdad.

El procedimiento a seguir en este tipo de prueba es similar al utilizado en la argumentación válida usando tablas de verdad. Se construye la tabla de verdad para la expresión lógica $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \to q$, y si verificamos que la proposición q es una tautología, entonces se concluye que $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \Rightarrow q$.

Ejemplos.

1) Sea $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$ un argumento. Determinar su validez mediante el método de prueba de tablas de verdad:

$$
\begin{array}{c}
p \vee q \\
\underline{\neg p} \\
\therefore q.
\end{array}
$$

Solución.

Para probar la validez del argumento, $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \to q$ debe ser una tautología.

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$[(p \vee q) \wedge \neg p] \to q$
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V

Ya que $[(p \vee q) \wedge \neg p] \to q$ es una tautología, podemos concluir que $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$ es un argumento válido.

Prueba por equivalencias lógicas

Definición 1.30 (Prueba por equivalencias lógicas)
La prueba por equivalencias lógicas es un método para demostrar la validez de una fórmula o argumento. Con la aplicación de las equivalencias lógicas.

El procedimiento a seguir en este tipo de prueba se basa en el uso de equivalencias lógicas. Recordemos que un argumento es válido si la expresión lógica $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \to q$ es una tautología. Por lo tanto, si logramos simplificar esta proposición utilizando las leyes de equivalencia lógica hasta obtener que su valor de verdad es verdadero, estaremos demostrando que $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \to q$ es una tautología y, por lo tanto, el argumento es válido.

Ejemplos.

1) Sea $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$ un argumento. Determinar su validez mediante el método de prueba de equivalencias lógicas.

Tabla 1.2: Prueba por equivalencias lógicas.

	Proceso	Justificación
1	$[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$	Primera premisa
2	$[(p \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg p)] \rightarrow q$	Ley distributiva en 1
3	$[F \vee (q \wedge \neg p)] \rightarrow q$	Ley de contradicción en 2
4	$[(F \vee q) \wedge (\neg p \vee F)] \rightarrow q$	Ley distributiva en 3
5	$(q \wedge \neg p) \rightarrow q$	Ley de identidad en 4
6	$\neg(q \wedge \neg p) \vee q$	Equivalencia para la implicación en 5
7	$\neg q \vee p \vee q$	D' Morgan en 6
8	$V \vee p$	Ley de medio excluido en 7
9	V	Ley de dominación en 8

Solución.

Para verificar la validez del argumento, examinemos la tabla:

Podemos concluir que $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$ es un argumento válido.

Prueba por argumentación directa

Definición 1.31 (Prueba por argumentación directa)
La prueba por argumentación directa es un método utilizado para demostrar la validez de una argumento o la veracidad de una afirmación.

En este tipo de prueba, se aplican de manera sucesiva las leyes de equivalencia y reglas de inferencia lógica sobre el conjunto de premisas y las nuevas proposiciones que se obtienen a partir de dichas leyes y reglas. El objetivo es llegar a la proposición q, es decir, a la conclusión del argumento, a través de estas aplicaciones.

Ejemplos.

Tabla 1.3: Prueba por argumentación directa.

	Proceso	Justificación
1	p	Primera premisa
2	$p \rightarrow q$	Segunda premisa
3	$\neg p \vee q$	Equivalencia para la implicación en 2
4	$(p \wedge \neg p) \vee (p \wedge q)$	Ley distributiva entre 1 y 3
5	$F \vee (p \wedge q)$	Ley de contradicción en 4
6	$(F \vee p) \wedge (F \vee q)$	Ley distributiva en 5
7	$p \wedge q$	Ley de identidad en 6

1) Mediante la prueba de argumentación directa, determinar la validez del argumento:

$$\begin{array}{c} p \\ \underline{p \rightarrow q} \\ \therefore p \wedge q. \end{array}$$

Solución.

Para verificar la validez del argumento, examinemos la tabla:

Al llegar a esta conclusión, podemos afirmar que el argumento es válido.

Prueba por Condicional

Definición 1.32 (Prueba por Condicional)
La prueba por condicional es un método utilizado en lógica matemática para demostrar la validez de un argumento o la veracidad de una afirmación mediante el uso del condicional lógico.

Asumiendo que todas sus premisas son verdaderas, vamos a verificar la validez del siguiente argumento:

$$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \rightarrow (q \rightarrow s) \qquad (2.1)$$

Observemos que si la proposición q es falsa, entonces $q \rightarrow s$ es verdadera, independientemente del valor de verdad de s. En este caso, se tendría que (2.1) es válido:

$$\underbrace{p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n}_{verdad} \rightarrow \underbrace{(q \rightarrow s)}_{verdad} \qquad (2.2)$$

Para el caso en que q es verdadera y s es falsa, el argumento es inválido:

$$\underbrace{p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n}_{verdad} \rightarrow \underbrace{(\overbrace{q}^{verdad} \rightarrow \overbrace{s}^{falso})}_{verdad} \qquad (2.3)$$

Por otro lado, si q es verdadera y s es verdadera, el argumento es válido:

$$\underbrace{p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n}_{verdad} \rightarrow \underbrace{(\overbrace{q}^{verdad} \rightarrow \overbrace{s}^{verdad})}_{verdad} \qquad (2.4)$$

Al asumir que q es una proposición verdadera, todas las premisas del siguiente argumento son verdaderas:

$$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge \mathbf{q} \rightarrow s \qquad (2.5)$$

Si logramos probar que $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge \mathbf{q} \Rightarrow s$ (argumento válido), estaremos garantizando que s es verdadera, lo que implica que la proposición condicional $\mathbf{q} \rightarrow s$ también es verdadera. Esto aseguraría que (2.1) es válido.

Observación.

Es importante tener en cuenta que, para demostrar la validez (o invalidez) de (2.1), asumimos la proposición q como verdadera y la agregamos como una nueva premisa para construir el argumento (2.5).

1) Si el argumento (2.5) resulta ser válido, de acuerdo con las razones explicadas para (2.4), podemos concluir que (2.1) también es válido.

2) Si el argumento (2.5) resulta ser inválido, según las razones explicadas para (2.3), podemos concluir que (2.1) también es inválido.

Tabla 1.4: Prueba por condicional.

	Proceso	Justificación
1	$q \to r \vee s$	Primera premisa
2	$\neg r$	Segunda premisa
3	$\neg q \to p$	Tercera premisa
4	$\neg s$	Premisa condicional
5	$\neg r \wedge \neg s$	Ley de conjunción entre 2 y 4
6	$\neg(r \vee s)$	Ley D'Morgan
7	$(r \vee s) \wedge (q \to r \vee s)$	Conjunción de 6 y 1
8	$\neg q$	Modus tollendo tolles en 7
9	$\neg q \wedge (\neg q \to p)$	Conjunción de 8 y 3
10	s	Modus ponendo ponens en 9
11	$\neg q \wedge p$	Ley de conjunción de 8 y 10
12	$\neg s \to (\neg q \wedge p)$	Prueba condicional

Ejemplos.

1) Mediante la prueba por condicional, determinar la validez del argumento:

$$\begin{array}{c} q \to r \vee s \\ \neg q \\ \underline{\neg q \to p} \\ \therefore \neg s \to (\neg q \wedge p). \end{array}$$

Solución.

Para verificar la validez del argumento, examinemos la tabla:

Al llegar a esta conclusión, podemos afirmar que el argumento es válido.

Prueba por reducción al absurdo

Definición 1.33 (Prueba por reducción al absurdo)
La prueba por reducción al absurdo, también conocida como prueba por contradicción, es un método utilizado para demostrar la verdad o validez de una afirmación, mediante la suposición de su negación y llegando a una contradicción lógica.

Para este tipo de prueba se verificará la validez del siguiente argumento:

$$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \to q \qquad (2.6)$$

Recordemos que todas las premisas (2.6), desde p_1 hasta p_n, se asumen verdaderas. Consideremos el siguiente argumento:

$$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge \neg q \to c \qquad (2.7)$$

donde c representa una contradicción, es decir, $c \equiv falso$.
Si logramos demostrar que (2.7) es un argumento válido, entonces necesariamente el antecedente de (2.7) debe ser falso, ya que el consecuente es falso (si el antecedente fuera verdadero, el argumento sería inválido). Por lo tanto, tenemos:

$$\underbrace{p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n \wedge \neg q}_{falso} \Rightarrow \underbrace{c}_{falso}$$

Ahora bien, dado que $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_n$ es una proposición verdadera, para que el antecedente sea falso, se requiere que $\neg q$ sea falsa y, por lo tanto, q es verdadera. Finalmente, al concluir que q es una proposición verdadera, podemos también concluir que el argumento (2.6) es válido.

Ejemplos.

1) Mediante la prueba por reducción al absurdo, determinar la validez del argumento:

Tabla 1.5: Prueba por reducción al absurdo.

	Proceso	Justificación
1	$p \to q$	Primera premisa
2	$r \vee \neg q$	Segunda premisa
3	$\neg(p \wedge r)$	Tercera premisa
4	p	Negación de la conclusión
5	$p \wedge (p \to q)$	Ley de conjunción de 4 y 1
6	q	Modus ponendo ponens en 5
7	$(r \vee \neg q) \wedge q$	Ley de conjunción de 6 y 2
8	r	Silogismo disyuntivo en 7
9	$\neg p \vee \neg r$	D'Morgan en 3
10	$(\neg p \vee \neg r) \wedge p$	Ley de conjunción de 9 y 4
11	$\neg r$	Silogismo disyuntivo en 10
12	$r \wedge \neg r$	Ley de conjunción de 11 y 8
13	$\neg p$	Prueba por reducción al absurdo

$$\begin{array}{c} p \to q \\ r \vee \neg q \\ \underline{\neg(p \wedge r)} \\ \therefore \neg p. \end{array}$$

Solución.

Para verificar la validez del argumento, examinemos la tabla:

Al llegar a esta conclusión, podemos afirmar que el argumento es válido.

2

Lógica de Predicados

Objetivo

Al finalizar este capítulo el estudiante estará en capacidad de entender los conceptos asociados a lógica de predicados, sus definiciones, observaciones, teoremas y ejemplos.

El capítulo está estructurado de la siguiente manera:

En la segunda sección se abordan nociones básicas en **lógica de predicados**, para luego hablar un poco sobre las **funciones proposicionales y de predicado** existentes, una vez conocidos, se mostrará los **ccuantificadores** empleados para lógica de predicado, continuando con la redacción de la **simbolización**, **reglas de particularización y generalización**, ayudadas de las **equivalencias e implicaciones lógicas** para finalmente entrar a la **argumentación lógica** dónde probaremos la validez de un argumento.

2.1 Lógica de predicados

En esta sección, vamos a abordar las características de la lógica de predicados. Esta lógica contiene todos los elementos de la lógica proposicional y, además, incluye nuevos conceptos como: términos, variables, predicados y cuantificadores.
En nuestro lenguaje natural, utilizamos oraciones para comunicar información hacia otras personas. Sabemos que una oración se divide en sujeto y predicado. En la lógica de predicados, el término juega el papel del sujeto de la oración, mientras que el predicado tiene el mismo significado que en el lenguaje natural, es decir,

proporciona información sobre el sujeto.

Definición 2.1 (Oración)
Una oración es una proposición abierta si:

1) Contiene una o más variables.

2) No es una proposición, pero se transforma en proposición cuando las variables que aparecen en ella, se reemplazan por ciertas opciones permitidas.

Observemos un ejemplo donde podemos

Ejemplos.

1) Determinar los elementos de la oración:

$$\text{El número } x+2 \text{ es un número impar.}$$

Solución.

Esta oración no es una proposición, pero se convierte en una cuando se le asigna un valor particular a la variable x. Por ejemplo, si $x = 1$, obtenemos una proposición verdadera. La oración: "El número $x + 2$ es un número impar" se denomina una **proposición abierta**, donde x es una **variable** y si x toma el valor de 1, ese valor se conoce como **constante**.

Es importante destacar que en nuestra proposición abierta, la variable x no puede tomar cualquier valor (en este caso, solo números). Por ejemplo, si x =Pedro, obtendríamos la oración: "El número Pedro+2 es un número impar", la cual carece de sentido. Para tener una comprensión más clara de esta idea, procederemos a definir el universo del discurso.

Definición 2.2 (Universo del Discurso)
El conjunto de todas las opciones válidas para una proposición abierta dada, se denomina universo del discurso, denotaremos a este conjunto con la letra U.

Observación.

Los predicados se denotan por una letra mayúscula, las variables involucradas en dicho predicado se colocan entre paréntesis.

Ejemplos.

1) Sea $U = \mathbb{Z}$
   $S(x, y, z) : x + y = z.$

   Solución.

   a) $S(3, 4, 10)$, es una proposición falsa, pues $3 + 4 \neq 10$.
   b) $S(3, 5, 8)$, es una proposición verdadera, pues $3 + 5 = 8$.

2) Sea $U = \mathbb{Z}$
   $Q(x)$: El número $x + 2$ es un entero impar.

   Solución.

   a) $P(1)$, es una proposición verdadera, pues $1 + 2 = 3$.
   b) $P(2)$, es una proposición falsa, pues $2 + 2 = 4$.

2.2 Funciones proposicionales y de predicados

Las funciones proposicionales y las funciones de predicado son conceptos fundamentales en Lógica Matemática y se utilizan para representar y analizar proposiciones o enunciados en el ámbito de la lógica formal.

2.2.1 Funciones proposicionales

Definición 2.3 (Funciones proposicionales)
Una función proposicional es una expresión que se evalúa como verdadera o falsa. También se le conoce como una proposición o una sentencia atómica. Mediante los conectivos lógicos formaremos los proposiciones compuestas.

Ejemplos.

1) Funciones proposicionales.

   1.1) p : “Hace frío hoy”.

   1.2) q : “Andres nada en el río”.

   1.3) r : “Lee y escribe una canción”.

Observación.

Las funciones proposicionales se combinan mediante conectivos lógicos para formar expresiones compuestas.

2.2.2 Funciones de predicado

Definición 2.4 (Funciones de predicado)
Las funciones de predicado se utilizan para expresar propiedades o relaciones que dependen de una o más variables. Se utilizan en lógica de predicados para representar enunciados que involucran cuantificadores y variables.

Ejemplos.

1) Funciones de predicado.

   1.1) $P(x)$: “x es un animal”.

   1.2) $Q(x, y)$: “x es mas agresivo que y”.

Observación.

P es una función de predicado unaria que evalúa si un ser vivo es un animal, y Q es una función de predicado binaria que evalúa si un animal es más agradable que otro.

2.3 Cuantificadores

En la lógica de predicados, se utilizan los cuantificadores para indicar si una frase es verdadera o falsa en todos los casos, o si es verdadera o falsa solo en algunas ocasiones.

Ejemplos.

1) Sea la oración:

"Todos los autos utilizan rueda".

Si $U = \{autos\}$, podemos utilizar la simbolización con los predicados:
$R(x) = x; x =$ utiliza ruedas.
Por lo tanto,

1.1) Para todo x en U, $R(x)$.

Así, "Para todo x" cuantifica el predicado $R(x)$, entonces $R(x)$ está cuantificado universalmente.

2) Sea la oración:

"Algunos autos son rápidos".

Si $U = \{autos\}$, podemos utilizar la simbolización con los predicados:
$P(x) = x; x =$ es rápido.
Por lo tanto,

2.1) Existe al menos un x en U, $P(x)$.

Así, "Existe al menos un x" cuantifica el predicado $P(x)$, entonces $P(x)$ está cuantificado existencialmente.

2.3.1 Cuantificador Universal

Definición 2.5 (Cuantificador universal)
Sean $U = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ el universo del discurso y sea $R(x)$ una proposición abierta. Se tiene que

$$\forall x \in U : R(x) \equiv R(x_1) \wedge R(x_2) \wedge \cdots \wedge R(x_n).$$

Así, $\forall x \in U : R(x)$ será una proposición cuantificada verdadera cuando $R(x_1) \wedge R(x_2) \wedge \cdots \wedge R(x_n)$ sea una proposición verdadera. En caso contrario, la proposición cuantificada $\forall x \in U : R(x)$ es falsa.

Ejemplos.

1) Sea la oración:

"Todos los seres humanos necesitan beber agua".

Solución.

El cuantificador universal es "todos", su simbolización "$\forall$" y se lee "Para todo", "Para cada" o "Para cualquiera". La simbolización de la oración es:

$$\forall x \in U : R(x).$$

Esto se lee: "Para todo x que pertenece al universo del discurso, se obtiene $R(x)$".

2.3.2 Cuantificador existencial

Definición 2.6 (Cuantificador existencial)
Sean $U = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ el universo del discurso y sea $R(x)$ una proposición abierta. Se tiene que:

$$\exists x \in U : R(x) \equiv R(x_1) \vee R(x_2) \vee \cdots \vee R(x_n).$$

> Así $\exists x \in U : R(x)$ será una proposición cuantificada verdadera cuando $R(x_1) \vee R(x_2) \vee \cdots \vee R(x_n)$ sea una proposición verdadera. En caso contrario, la proposición cuantificada $\exists x \in U : R(x)$ es falsa.

Ejemplos.

1) Sea la oración:

“Algunos animales pueden nadar”.

Solución.

El cuantificador existencial es “algunos”, su simbolización: “$\exists$” y se lee “Existe algún”, “Para algún” o “Existe al menos un”. La simbolización de la oración es:

$$\exists x \in U : P(x).$$

Esto se lee: “Para algún x que pertenece al universo del discurso, se obtiene $P(x)$ ”

Observación.

En Lógica proposicional es posible negar una proposición, así mismo existe la negación de proposiciones en lógica de predicados. A continuación observamos la negación de una proposición cuantificada.
Sea $U = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$:

$$\forall x \in U : Q(x) \equiv Q(x_1) \wedge Q(x_2) \wedge \cdots \wedge Q(x_n).$$

La negación de una proposición cuantificada universalmente es:

$$\begin{aligned} \neg[\forall x \in U : Q(x)] &\equiv \neg[Q(x_1) \wedge Q(x_2) \wedge \cdots \wedge Q(x_n)] \\ &\equiv \neg Q(x_1) \vee \neg Q(x_2) \vee \cdots \vee \neg Q(x_n) \\ &\equiv \exists x \in U : \neg Q(x). \end{aligned}$$

Por tanto,

$$\neg[\forall x \in U : Q(x)] \equiv \exists x \in U : \neg Q(x).$$

Observación.

En lógica proposicional, es posible negar una proposición, y de manera similar, existe la negación de proposiciones en lógica de predicados. A continuación, observamos la negación de una proposición cuantificada.
Sea $U = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$:

$$\forall x \in U : Q(x) \equiv Q(x_1) \wedge Q(x_2) \wedge \cdots \wedge Q(x_n).$$

La negación de una proposición cuantificada universalmente es:

$$\begin{aligned} \neg[\forall x \in U : Q(x)] &\equiv \neg[Q(x_1) \wedge Q(x_2) \wedge \cdots \wedge Q(x_n)] \\ &\equiv \neg Q(x_1) \vee \neg Q(x_2) \vee \cdots \vee \neg Q(x_n) \\ &\equiv \exists x \in U : \neg Q(x). \end{aligned}$$

Por tanto,

$$\neg[\forall x \in U : Q(x)] \equiv \exists x \in U : \neg Q(x).$$

2.4 Simbolización

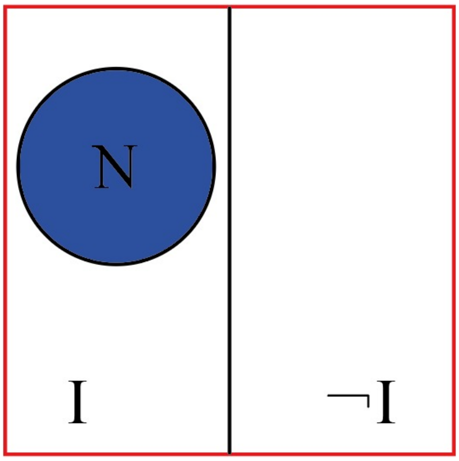
En la sección de simbolización vamos tratar de relacionar las oraciones de nuestro lenguaje natural con expresiones formalmente representadas en lógica de predicados.

Ejemplos.

1) Sea $U = \{ecuatorianos\}$, las proposiciones abiertas:
   $A(x) : x$ es alto, donde los ecuatorianos: son altos (A) y no son altos $(\neg A)$.
   $d(x) : x$ es deportista, donde los ecuatorianos: son deportistas (D) y no son deportistas $(\neg D)$.
   Observemos la simbolización

   Solución.

   1.1) "Todos los ecuatorianos altos son deportistas"
   Podemos representarlo visualmente de la siguiente manera:

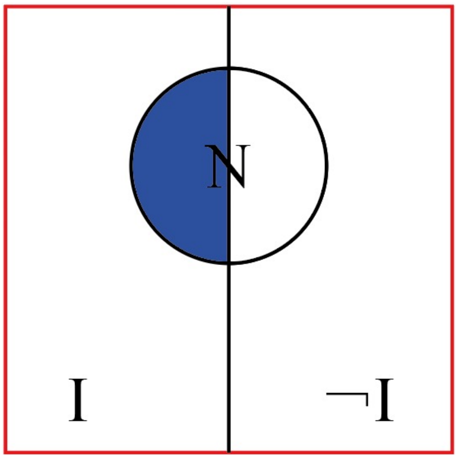


Observe la simbolización de la oración: "Todo ecuatoriano, si es alto entonces es deportista"

$$\forall x \in U : A(x) \rightarrow D(x).$$

1.2) "Algunos ecuatorianos altos no son deportistas"

Podemos representarlo visualmente de la siguiente manera:

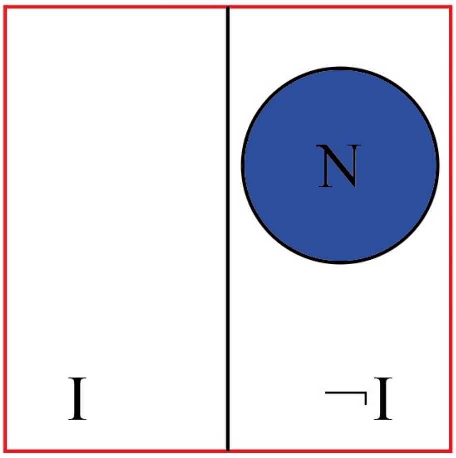


Observe la simbolización de la oración: "Existen algunos ecuatorianos altos y no deportistas"

$$\exists x \in U : A(x) \wedge \neg D(x).$$

1.3) "Ningún ecuatoriano alto es deportista"

Podemos representarlo visualmente de la siguiente manera:

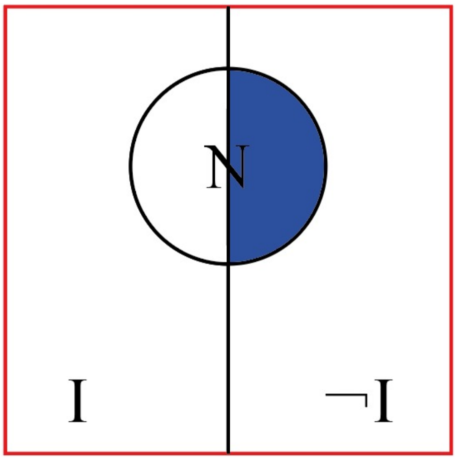


Observe la simbolización de la oración: "Todo ecuatoriano, si es alto entoncesno es deportista"

$$\forall x \in U : A(x) \to \neg D(x).$$

1.4) "Algunos ecuatorianos altos son deportistas"

Podemos representarlo visualmente de la siguiente manera:



Observe la simbolización de la oración: "Existen algunos ecuatorianos alto y deportista"

$$\exists x \in U : A(x) \wedge D(x).$$

2) Ningún ChatGpt ha sido más rápido que el de Google.

$U = \{buscadores\}$

C(x): x es un ChatGpt.

R(x,y): x es má rápido que y.

G(x): x es Google.

Solución.

$$\forall x \forall y : C(x) \land G(x) \to \neg R(x, y).$$

2.5 Reglas de particularización y generalización

El siguiente paso en la lógica de predicados es la inferencia lógica de argumentos, lo cual nos permitirá manejar los cuantificadores de manera efectiva.

2.5.1 Reglas para el cuantificador universal

Particularización universal (PU)

Esta regla establece que si $\forall x \in U : P(x)$ es una proposición verdadera, entonces $P(x)$ es verdad para cualquier valor que tome la variable x en el universo del discurso.

Ejemplos.

1) Sea $\forall x \in U : A(x) \to S(x)$. Aplicar la regla de particularización universal (PU).

Solución.

$$A(x) \to S(x).$$

Generalización universal (GU)

Esta regla establece que si $P(x)$ es una proposición verdadera para cualquier elemento x en el universo del discurso, entonces $\forall x \in U : P(x)$ es también una proposición verdadera.

Ejemplos.

1) Sea $L(x) \to S(x)$. Aplicar la regla de generalización universal (GU).

Solución.

$$\forall x \in U : L(x) \to S(x).$$

2.5.2 Reglas para el cuantificador existencial

Particularización existencial (PE)

Esta regla establece que si $\exists x \in U : P(x)$ es una proposición verdadera, entonces existe al menos un elemento a del universo del discurso tal que $P(a)$ es verdadera.

Ejemplos.

1) Sea $\exists x \in U : A(x) \to S(x)$. Aplicar la regla de particularización existencial (PE).

Solución.

$$L(x) \to S(x).$$

Generalización existencial (GE)

Esta regla establece que si existe al menos un elemento b del universo del discurso tal que $P(b)$ es una proposición verdadera, entonces $\exists x \in U : P(x)$ es también una proposición verdadera.

Ejemplos.

1) Sea $L(x) \to S(x)$. Aplicar la regla de generalización existencial (GE).

Solución.

$$\exists x \in U : L(x) \to S(x).$$

2.6 Equivalencia e implicación lógica con cuantificadores

Consideremos las proposiciones abiertas $P(x)$ y $Q(x)$, donde las variables x e y toman valores del universo del discurso U. A continuación, vamos a examinar algunas equivalencias e implicaciones lógicas con cuantificadores que serán utilizadas posteriormente.

Tabla 2.1: Equivalencias e implicaciones lógicas con cuantificadores.

1	$\forall x \in U : P(x) \equiv \neg\exists x \in U : \neg P(x)$
2	$\exists x \in U : P(x) \equiv \neg\forall x \in U : \neg P(x)$
3	$\forall x \in U : P(x) \wedge Q(x) \equiv \forall x \in U : P(x) \wedge \forall x \in U : Q(x)$
4	$\exists x \in U : P(x) \vee Q(x) \equiv \exists x \in U : P(x) \vee \exists x \in U : Q(x)$
5	$\neg\forall x \in U : P(x) \rightarrow Q(x) \equiv \exists x \in U : P(x) \vee \neg Q(x)$
6	$\neg\exists x \in U : P(x) \wedge Q(x) \equiv \forall x \in U : P(x) \rightarrow \neg Q(x)$
7	$\forall x \in U : P(x) \Rightarrow \exists x \in U : P(x)$
8	$\forall x \in U : P(x) \vee \forall x \in U : Q(x) \Rightarrow \forall x \in U : P(x) \vee Q(x)$
9	$\exists x \in U : P(x) \wedge Q(x) \Rightarrow \exists x \in U : P(x) \wedge \exists x \in U : Q(x)$
10	$\forall x \in U : P(x) \rightarrow Q(x) \Rightarrow \forall x \in U : P(x) \rightarrow \exists x \in U : Q(x)$

2.7 Argumentación lógica

En lógica de predicados, un argumento sigue la misma estructura descrita en lógica proposicional. Es decir, un argumento es una estructura con la forma:

$$p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots p_n \rightarrow q.$$

Con la particularidad de que tanto las premisas como la conclusión pueden ser proposiciones cuantificadas, observemos cuándo un argumento es válido o inválido.

2.7.1 Argumentos válidos

Al igual que en lógica proposicional, podemos determinar si un argumento es válido en lógica de predicados. Veamos su definición y, a continuación, un ejemplo ilustrativo.

Definición 2.7 (Argumentos válidos)
Un argumento es válido cuando las premisas implican lógicamente a la conclusión, de igual manera, cuando la conlusión es consecuencia lógica de las premisas. Su representación:

$$p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots p_n \rightarrow q.$$

Observación.

1) Al argumento por validar se lo debe simbolizar, hecho esto, identificaremos cual es el universo del discurso y las proposiciones abiertas que encontremos en su simbolización.

2) De ser necesario podríamos eliminar los cuantificadores haciendo uso de las reglas de particularización universal y existencial. Debemos darnos cuenta cuándo es necesario la eliminación, de lo contrario podríamos probar su validez haciendo uso de las equivalencias e implicaciones lógicas

3) A continuación podremos darnos cuenta que obtuvimos un argumento con proposiciones, desde aquí debemos revisar y recordar los métodos estudiados en el capítulo 1, aplicando las reglas de inferencia y leyes de equivalencia lógica para obtener las conclusión del argumento.

4) Finalmente en el caso que la conlusión continue formada de proposiciones, podremos usar las reglas de generalización universal y existencial para añadir los cuantificadores necesarios.

Ejemplos.

1) "Todos los animales son seres vivos. Todos los leones son animales. Por lo tanto, todos los leones son seres vivos".

Sean $U = \{Animales\}$

$A(x) = x$ es un animal.

$S(x) = x$ es un ser vivo.

$L(x) = x$ es un león.

$$\begin{array}{c} \forall x \in U : A(x) \rightarrow S(x) \\ \underline{\forall x \in U : L(x) \rightarrow A(x)} \\ \therefore \forall x \in U : L(x) \rightarrow S(x). \end{array}$$

Solución.

Tabla 2.2: Argumento válido.

	Proceso	**Justificación**
1	$\forall x \in U : A(x) \rightarrow S(x)$	Premisa 1
2	$\forall x \in U : L(x) \rightarrow A(x)$	Premisa 2
3	$A(x) \rightarrow S(x)$	Regla de PU en 1
4	$L(x) \rightarrow A(x)$	Regla de PU en 2
5	$[L(x) \rightarrow A(x)] \wedge [A(x) \rightarrow S(x)]$	Ley de conjunción entre 4 y 3
6	$L(x) \rightarrow S(x)$	Silogismo hipotético en 5
7	$\forall x \in U : L(x) \rightarrow S(x)$	Regla de GU en 6

Observación.

Podemos observar que en el paso 6 se obtiene una proposición abierta que no es la conclusión del argumento inicial, ya que no posee un cuantificador. Sin embargo, utilizando la regla de generalización universal, podemos obtener la conclusión del argumento y, por lo tanto, establecer su validez.

2.7.2 Argumentos inválidos

Al igual que en lógica proposicional, podemos determinar si un argumento es inválido en lógica de predicados. Veamos su definición y, a continuación, un ejemplo ilustrativo.

Definición 2.8 (Argumentos inválidos)
Un argumento es inválido cuando la combinación de premisas verdaderas obtiene una conclusión falsa. Su representación:

$$p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots p_n \rightarrow \neg q.$$

Ejemplos.

1) "Todos los autos tienen motor. Ninguna bicicleta es un auto. Luego, ninguna bicicleta tiene motor".
Sean $U = \{Automviles\}$
$A(x) = x$ es un auto.
$S(x) = x$ tiene motor.
$L(x) = x$ es una bicicleta.

$$\begin{array}{c} \forall x \in U : A(x) \rightarrow M(x) \\ \underline{\neg \exists x \in U : B(x) \wedge A(x)} \\ \therefore \neg \exists x \in U : B(x) \wedge M(x). \end{array}$$

Solución.

Aplicando leyes de equivalencia:

$$\begin{array}{c} \forall x \in U : A(x) \rightarrow M(x) \\ \underline{\forall x \in U : B(x) \rightarrow \neg A(x)} \\ \therefore \forall x \in U : B(x) \rightarrow \neg M(x). \end{array}$$

Suponiendo que U posee un sólo elemento: $U = \{a\}$. Notemos que cuando en el universo del discurso hay un sólo elemento, se tiene que $\forall x : P(x) \equiv \exists x : P(x)$. En este caso, el argumento dado se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{array}{c} A(a) \to M(a) \\ \underline{B(a) \to \neg A(a)} \\ \therefore B(a) \to \neg M(a). \end{array}$$

Ahora, tenemos un argumento en lógica proposicional y buscaremos una combinación de los valores de verdad de las proposiciones $A(a)$, $M(a)$ y $B(a)$, de modo que todas las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa. Observemos la tabla de verdad:

$A(a)$	$M(a)$	$B(a)$	$[A(a) \to M(a)] \wedge [B(a) \to \neg A(a)]$	$B(a) \to \neg M(a)$
V	V	V	V $\wedge$ V	F

Por lo tanto, el argumento es inválido.

Observación.

Determinar que un argumento es inválido en lógica proposicional es similar a la lógica de predicados, con la diferencia de que en la lógica de predicados debemos tener en cuenta el universo del discurso. Sin embargo, la combinación de premisas verdaderas con una conclusión falsa no puede darse en ningún universo del discurso que contenga al menos un elemento.

3

Herramientas tecnológicas en matemáticas

Objetivo

Al finalizar este capítulo, el estudiante adquirirá los conocimientos necesarios acerca de las herramientas tecnológicas seleccionadas en Lógica Matemática. Además, este capítulo proporciona a los lectores una sección detallada que contiene: definiciones, características, ventajas, deventajas y las utilidades que estas herramientas tecnológicas proporcionan.

3.1 Programas informáticos

En la actualidad, existe una amplia variedad de programas informáticos disponibles. En este capítulo, nos centraremos en los tipos de herramientas tecnológicas que sirven para el estudio de la Lógica Matemática. Para empezar, vamos a definir un programa informático y el *software* educativo.

Definición 3.1 (Programa informático)

Un programa informático es una secuencia de instrucciones que permite resolver un nuevo problema a partir de otros conocidos. Para que una computadora pueda interpretar las instrucciones tienen que estar escritas en un lenguaje de programación (López, 2016, p. 1-2).

Definición 3.2 (Software educativo)
La expresión *software* educativo se utiliza para designar genéricamente los programas para ordenar, mismos que son creados con la finalidad específica de ser utilizados cómo medio didáctico, es decir, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje (Marqués, p. 1-5).

3.1.1 Programas matemáticos

Definición 3.3 (Programas Matemáticos)
Un programa matemático es aquel que se utiliza para realizar, apoyar o ilustrar problemas matemáticos; entre este tipo de programas se encuentran los sistemas algebraicos computacionales, graficadores de funciones, entre otros (López, 2016, p. 1-2).

Los *software* vienen relacionándose con el mundo matemático, el impacto que se está dando es positivo, pero se espera que sea mayor, tanto en la docencia de las matemáticas cómo en la investigación matemática. En cuanto a la docencia, existen *software* para realizar diversos cálculos, representar funciones o configuraciones geométricas. En los últimos tiempos han aparecido interesantes aplicaciones cómo: Symbolab, Látex, Geogebra, entre otros.

3.1.2 Algunos programas informáticos para el estudio de Lógica Matemática

Para el estudio de Lógica Matemática, más específico en los tópicos de lógica proposicional y de predicado, encontramos herramientas tecnológicas de libre acceso, tales cómo:

1) Symbolab

2) J-tabla

3) Generador de Tablas de verdad

4) Anallogica

5) Tablas de verdad

6) Taut

A continuación se describirá brevemente cada uno de estos programas matemáticos mencionados.

3.2 Symbolab

3.2.1 Definición

Symbolab es una herramienta de educación matemática avanzada que ofrece a los usuarios la posibilidad de aprender, practicar y descubrir diversos temas matemáticos. Esta plataforma utiliza símbolos matemáticos, notaciones científicas y textos para facilitar la comprensión y el estudio de conceptos matemáticos.

3.2.2 Logo de Symbolab

Figura 3.1: Symbolab

Fuente: *https : / /es.symbolab.com/solver/truth − table − calculator*.

3.2.3 Características

Symbolab presenta las siguientes características:

1) Proporciona soluciones automatizadas paso a paso de temas algebraicos, trigonométricos, lógicos, entre otros.

2) Ofrece una gran cantidad de calculadoras inteligentes que incluyen: ecuaciones, derivadas, tablas de verdad, entre otros.

3) Hace que el contenido científico sea universalmente accesible, ampliando el espacio de datos de búsqueda.

4) Aplica algoritmos propios de aprendizaje automático con el fin de comprender el significado y el contexto de consulta.

3.2.4 Ventajas y Desventajas

Ventajas

1) Interfaz sencilla para el usuario.

2) Generador de tablas de verdad.

3) Soluciones paso a paso del problema.

4) La aplicación está en el idioma español.

5) Existe una aplicación descargable para el celular y también se la encuentra de forma *online*.

Desventajas

1) Algunas funciones están regidas por una suscripción (de pago).

2) Funciona para sistemas operativos Android 7.0 y versiones posteriores.

3.2.5 Utilidad de Symbolab

Symbolab es una herramienta útil para diversos procesos, especialmente para aquellos usuarios que estén estudiando lógica proposicional. Ofrece la creación de tablas de verdad para temas como conjunción, validez de una proposición y otros conceptos relacionados.

3.2.6 Link de Symbolab

El link para ingresar a la aplicación es:
$https://es.symbolab.com/solver/truth-table-calculator$

3.3 JTabla

3.3.1 Definición

JTabla es una herramienta de educación matemática que permite a los usuarios practicar los tópicos de lógica proposicional y verificar los resultados obtenidos.

3.3.2 Logo de JTabla

Figura 3.2: JTabla

Fuente: $http://logicaunad.com/jtruth/$.

3.3.3 Características

JTabla presenta las siguientes características:

1) Proporciona soluciones automatizadas de los ejercicio planteados.

2) Ofrece una página con temas de lógica.

3) Resolver ejercicios de lógica proposiciones.

4) Interfaz sencilla para el usuario.

3.3.4 Ventajas y Desventajas

Ventajas

1) Interfaz sencilla para el usuario.

2) Generador de tablas de verdad.

3) El programa *online* se encuentra en el idioma español.

4) Rapidez para generar un resultado.

Desventajas

1) Aporta un solo resultado del ejercicio.

2) Funciona de modo *online*, no posee aplicación celular.

3.3.5 Utilidad de JTabla

JTabla es una herramienta útil para realizar cálculos rápidos de proposiciones en lógica proposicional. Es especialmente útil para usuarios que estén estudiando lógica proposicional y necesiten crear tablas de verdad para temas como conjunción, validez de una proposición y otros conceptos relacionados.

3.3.6 Link de JTabla

El link para ingresar a la aplicación es:
$http://logicaunad.com/jtruth/$

3.4 Generador de Tablas de verdad

3.4.1 Definición

Este generador de tablas de verdad es una herramienta de educación matemática altamente versátil. Es capaz de operar con enunciados complejos de lógica proposicional y puede trabajar con un gran número de proposiciones lógicas simultáneamente.

3.4.2 Logo de Generador de Tablas de verdad

Figura 3.3: Generador de Tablas de verdad

Fuente: $https://calculadorasonline.com/generador-de-tablas-de-verdad-logica-proposicional-algebra-booleana/$.

3.4.3 Características

El Generador de tablas de verdad presenta las siguientes características:

1) Proporciona soluciones automatizadas paso a paso de temas referentes a lógica proposicional.

2) Ofrece una gran cantidad de calculadoras inteligentes.

3) Interfaz sencilla para el usuario.

4) Página *web* para resolver una gran variedad de problemas de diferente tipo y categorías.

3.4.4 Ventajas y Desventajas

Ventajas

1) Interfaz sencilla para el usuario.

2) Generador de tablas de verdad.

3) Soluciones paso a paso del problema.

4) La aplicación está en el idioma español.

5) Ofrece una calculadora *online* para cada una de tus necesidades de cálculo.

Desventajas

1) Funciona de modo *online*, no posee aplicación celular.

2) Únicamente genera tablas de verdad.

3.4.5 Utilidad de Generador de Tablas de verdad

El generador de tablas de verdad es una herramienta útil para la lógica proposicional, especialmente para aquellos usuarios que estén estudiando la creación de tablas de verdad en temas como conjunción, validez de una proposición y otros conceptos relacionados.

3.4.6 Link de Generador de Tablas de verdad

El link para ingresar a la aplicación es:
$https : //calculadorasonline.com/generador - de - tablas - de - verdad - logica - proposicional - algebra - booleana/$

3.5 Anallogica

3.5.1 Definición

Anallogica es una herramienta avanzada de lógica proposicional diseñada específicamente para generar tablas de verdad. Este programa tiene la capacidad de manejar hasta quince variables, lo que representa un total de treinta y dos mil posibilidades distintas.

3.5.2 Logo de Anallogica

Figura 3.4: Anallogica

Fuente: *https : //anallogica.sourceforge.net/*.

3.5.3 Características

Anallogica presenta las siguientes características:

1) Proporciona soluciones automatizadas paso a paso de temas con proposiciones.

2) La aplicación está en el idioma español.

3) Permite un máximo de quince variables.

4) Posee un formato propio de la aplicación.

3.5.4 Ventajas y Desventajas

Ventajas

1) Interfaz sencilla para el usuario.

2) Generador de tablas de verdad.

3) Soluciones paso a paso del problema.

4) La aplicación está en el idioma español.

5) Existe una aplicación para descargar en el computador.

Desventajas

1) Se maneja únicamente para ser usado en computador.

2) Se encuentra en constantes actualizaciones.

3.5.5 Utilidad de Anallogica

Anallogica es una herramienta altamente útil para procesos lógicos, especialmente para aquellos usuarios que estén estudiando lógica proposicional y necesiten crear tablas de verdad. Su capacidad de manejar hasta quince variables facilita la realización de ejercicios relacionados con temas como conjunción, validez de una proposición y otros conceptos fundamentales.

3.5.6 Link de Anallogica

El link para ingresar a la aplicación es:
$https://anallogica.sourceforge.net/$

3.6 Tablas de verdad

3.6.1 Definición

Tablas de verdad es una calculadora especializada en temas de lógica proposicional. Esta herramienta permite a los usuarios aprender y practicar diferentes conceptos lógicos como disyunción, conjunción y otros aspectos relevantes de la lógica proposicional.

3.6.2 Logo de Tablas de verdad

Figura 3.5: Tablas de verdad

Fuente: $https : //play.google.com/store/games?hl = es_P Y$.

3.6.3 Características

Tablas de verdad presenta las siguientes características:

1) Proporciona soluciones automatizadas paso a paso de temas proposicionales.

2) Ofrece una calculadora inteligente que incluye la expresión lógica, su resultado y una pequeña evaluación de la expresión.

3) Interfaz sencilla para el usuario.

4) Proporciona una breve expliación de el tipo de expresión que obtenemos.

3.6.4 Ventajas y Desventajas

Ventajas

1) Interfaz sencilla para el usuario.

2) Generador de tablas de verdad.

3) Soluciones paso a paso del problema.

4) La aplicación está en el idioma español e inglés.

5) Existe una aplicación descargable para el celular.

Desventajas

1) Algunas funciones están regidas por una suscripción (de pago).

2) Funciona para sistemas operativos Android 5.0 y versiones posteriores.

3.6.5 Utilidad de Tablas de verdad

Tablas de verdad es una herramienta versátil y útil para diversos procesos, especialmente para aquellos usuarios que estén estudiando lógica proposicional y necesiten crear tablas de verdad. Esta herramienta permite abordar temas como conjunción, validez de una proposición y otros conceptos relevantes. Además, brinda al usuario una breve explicación de los resultados obtenidos, lo que facilita el entendimiento y el aprendizaje.

3.6.6 Link de Tablas de verdad

El link para ingresar a la aplicación es:
$https://play.google.com/store/games?hl=es_PY$

3.7 Taut

3.7.1 Definición

Taut es un programa matemático desarrollado por el Dr. Ariel Roffé, diseñado para resolver ejercicios y crear tablas en el ámbito de la lógica matemática. El doctor Ariel lo define de la siguiente manera:

> **Definición 3.4 (Taut)**
> Es un sitio centralizado, con muchos tipos de ejercicios todos en el mismo lugar. No existían cosas que modelen distintos tipos de lógica, todas juntas. Todas funcionaban con lógica clásica, no con lógicas alternativas.

3.7.2 Logo de Taut

Figura 3.6: Taut

Fuente: $https : //www.taut - logic.com/es.html$.

3.7.3 Características

Taut presenta las siguientes características:

1) Proporciona ejercicios generados al azar con su corrección automática.

2) Ofrece una interfaz intuitiva que se ejecuta directamente en el navegador.

3) El programa sigue desarrollándose para ofrecer más funciones al usuario.

4) Contiene funciones dirigidas a tópicos de lógica proposicional y de predicado.

3.7.4 Ventajas y Desventajas

Ventajas

1) Generador de soluciones automáticas.

2) Programa en constante progreso.

3) La aplicación posee idioma español.

4) Abarca muchos tópicos de Lógica Matemática.

Desventajas

1) Algunos tópicos están en el idioma inglés.

2) El programa se ejecuta exclusivamente en el navegador y no cuenta con una aplicación descargable.

3) El programa presenta una interfaz compleja.

3.7.5 Utilidad de Taut

Taut es una herramienta que puede resultar útil para diversos procesos, especialmente para aquellos usuarios que estén estudiando lógica proposicional y de predicado. Permite realizar ejercicios en estos temas y proporciona soluciones automáticas, lo que facilita el aprendizaje del usuario.

3.7.6 Link de Taut

El link para ingresar a la aplicación es:
$https://www.taut-logic.com/es.html$

4

Aplicación de las herramientas tecnológicas

Objetivo

Al finalizar este capítulo, el estudiante adquirirá las habilidades necesarias para utilizar de manera efectiva las herramientas tecnológicas seleccionadas en Lógica Matemática. Además, este capítulo proporciona a los lectores una guía detallada para utilizar algunas herramientas tecnológicas en lógica proposicional y de predicado, presentando ejemplos prácticos que facilitan su comprensión y aplicación.

4.1 Aplicaciones de Symbolab

Symbolab brinda a los usuarios una variedad de funciones, incluyendo la utilización de conectivos lógicos como la negación, conjunción y disyunción. Estas funciones nos permiten construir tablas de verdad para analizar y evaluar expresiones lógicas de manera efectiva.

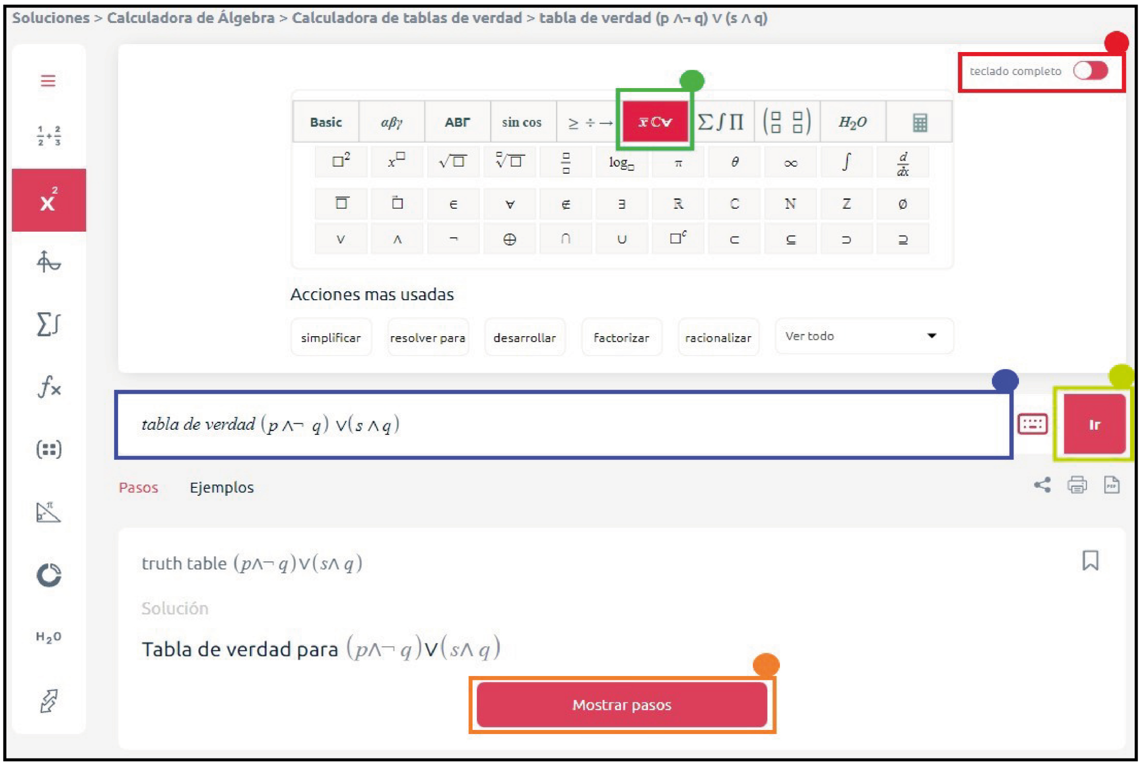
Ejemplos.

1) Sea $(p \wedge \neg q) \vee (s \wedge q)$ una expresión lógica. Calcular su tabla de verdad.

   Solución.

   Vamos a utilizar el programa: Symbolab.

Figura 4.1: Interfaz de Symbolab



Fuente: Symbolab.

a) En el recuadro de color rojo, la herramienta desplegará una sección donde encontramos los diversos símbolos a utilizar.

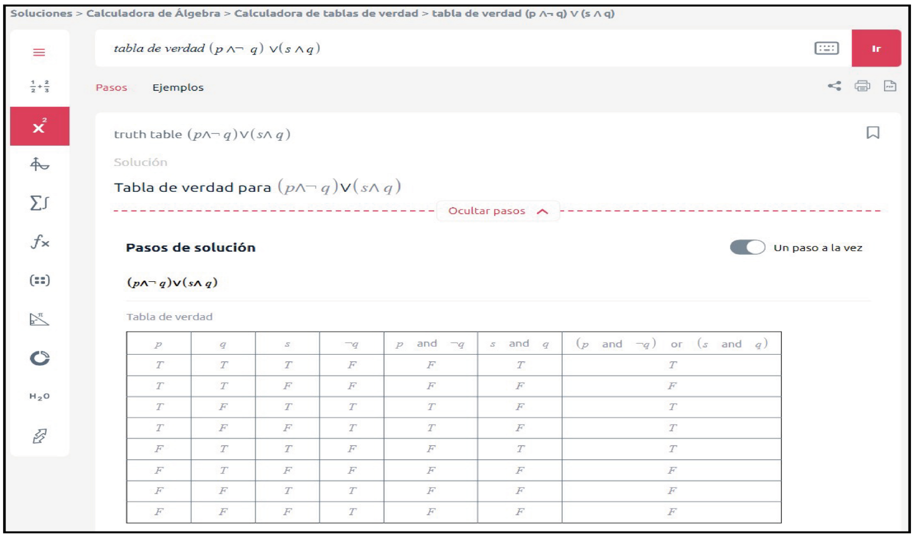
b) En el recuadro verde, podemos encontrar los símbolos de negación, conjunción y disyunción.

c) Nos dirigimos al recuadro azul, donde podremos ingresar la expresión lógica seguido de la frase “tabla de verdad”, en este caso $(p \wedge \neg q) \vee (s \wedge q)$.

d) El recuadro amarillo nos permite realizar el cálculo de la tabla de verdad correspondiente.

e) Con el recuadro anaranjado, obtenemos una visualización de nuestra tabla de verdad.

Figura 4.2: Interfaz de Symbolab



p	q	s	$\neg q$	p and $\neg q$	s and q	$(p$ and $\neg q)$ or $(s$ and $q)$
T	T	T	F	F	T	T
T	T	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	F	T	T
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F
F	F	F	T	F	F	F

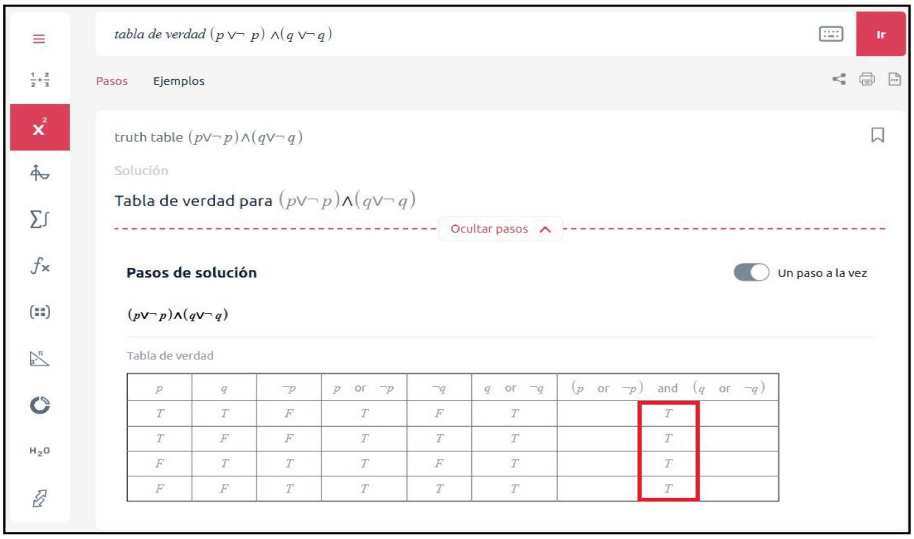
Fuente: Symbolab.

2) Sea $(p \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg q)$ una expresión lógica. Evaluar si es una tautología.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Symbolab.

Figura 4.3: Interfaz de Symbolab



p	q	$\neg p$	p or $\neg p$	$\neg q$	q or $\neg q$	$(p$ or $\neg p)$ and $(q$ or $\neg q)$
T	T	F	T	F	T	T
T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T

Fuente: Symbolab.

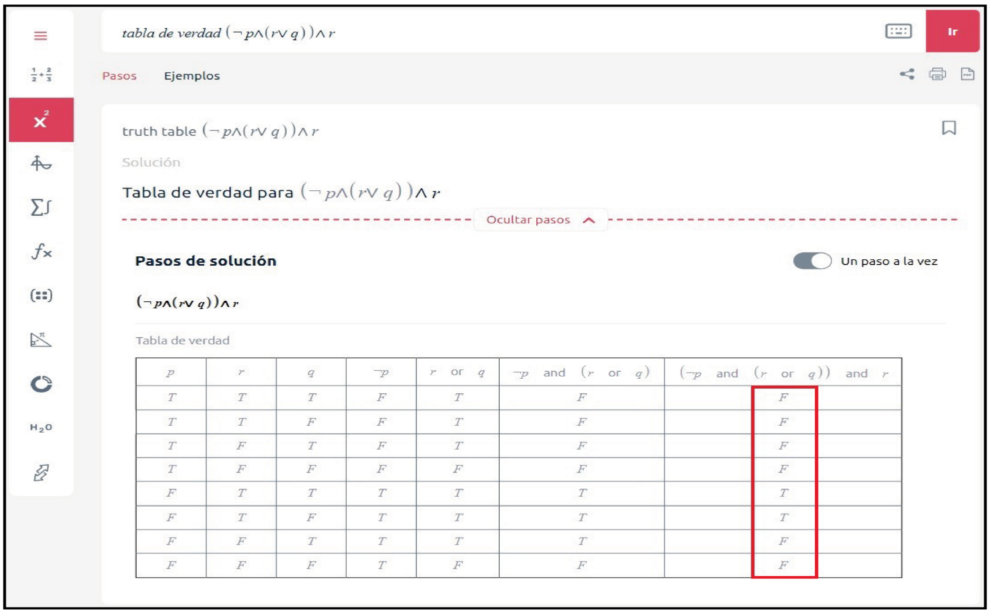
Al seguir los pasos del ejemplo anterior, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado en rojo, la respuesta es siempre verdadera. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es una tautología.

3) Sea $(\neg p \wedge (r \vee q)) \wedge r$ una expresión lógica. Evaluar si es una contingencia.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Symbolab.

Figura 4.4: Interfaz de Symbolab



Fuente: Symbolab.

Al seguir los pasos del primer ejemplo, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado en rojo, la respuesta en ocasiones es verdadera y en otras falsas. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es una contingencia.

Observación.

Gracias a este proceso, podemos determinar si una fórmula es una tautología, contradicción o contingencia, siempre y cuando esté compuesta exclusivamente por los conectivos lógicos de negación, conjunción y disyunción.

4.2 Aplicaciones de Tablas de Verdad

Tablas de Verdad ofrece diversas funciones de lógica proposicional a los usuarios, podemos trabajar con los conectivos lógicos tales como: negación, conjunción, disyunción, condicional y bicondicional. Estas funciones nos permiten construir tablas de verdad para analizar y evaluar expresiones lógicas de manera efectiva.

Ejemplos.

1) Sea $[(p \vee q) \wedge \neg p] \Rightarrow q$ una expresión lógica. Evaluar si el argumento es válido o no.

   Solución.

   Vamos a utilizar el programa: Tablas de Verdad.

Figura 4.5: Interfaz de Tablas de Verdad

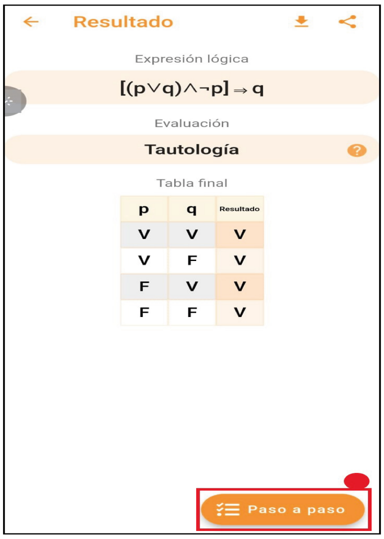
Fuente: Tablas de Verdad.

   a) Con el recuadro morado, podremos desbloquear más operadores.

   b) En el recuadro rojo. vamos a ingresar la expresión lógica, en este caso $[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$.

c) El recuadro verde, nos permite realizar el cálculo de la tabla de verdad correspondiente.

Figura 4.6: Interfaz de Tablas de Verdad



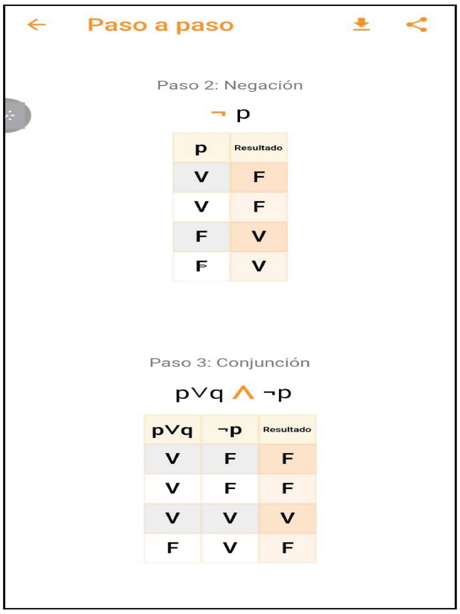
Fuente: Tablas de Verdad.

d) Con el recuadro rojo, obtenemos una visualización paso a paso de nuestra tabla de verdad.

Figura 4.7: Interfaz de Tablas de Verdad

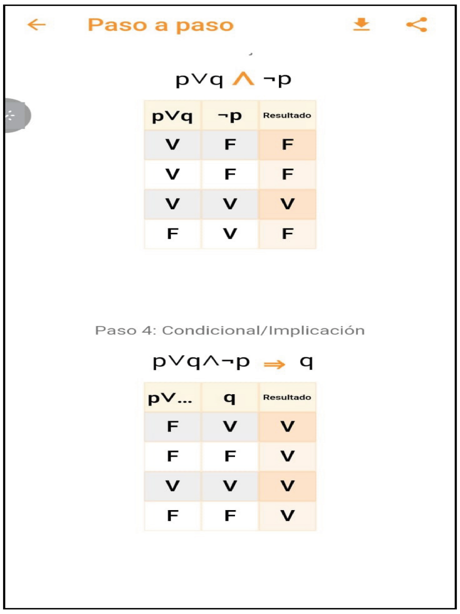
Fuente: Tablas de Verdad.

Figura 4.8: Interfaz de Tablas de Verdad



Fuente: Tablas de Verdad.

Figura 4.9: Interfaz de Tablas de Verdad



Fuente: Tablas de Verdad.

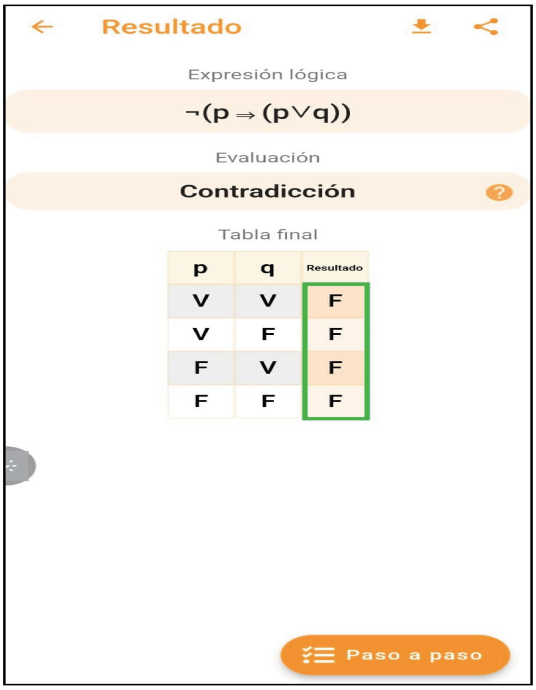
Podemos observar que la respuesta es siempre verdadera (tautología). Por lo tanto, nuestra expresión lógica es un argumento válido.

2) Sea $\neg(p \to (p \vee q))$ una expresión lógica. Evaluar si es una contradicción.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Tablas de Verdad.

Figura 4.10: Interfaz de Tablas de Verdad



Fuente: Tablas de Verdad.

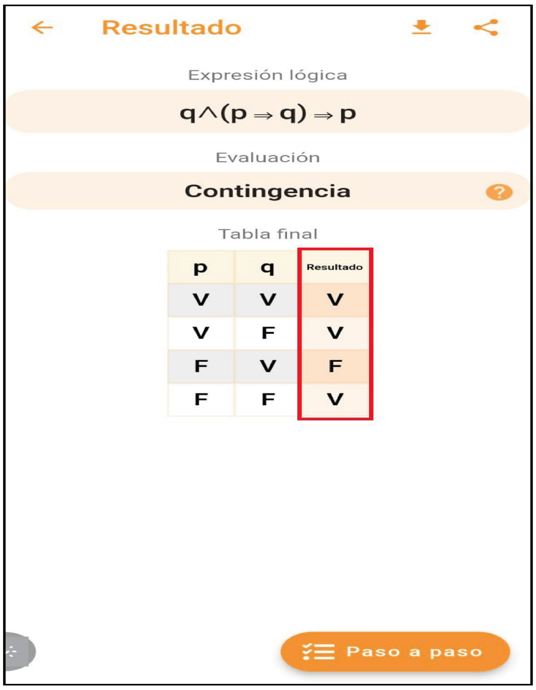
Al seguir los pasos del ejemplo anterior, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado en verde, la respuesta es siempre falsa. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es una condradicción.

3) Sea $[q \wedge (p \to)] \Rightarrow p$ una expresión lógica. Evaluar si es un argumento válido o no.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Tablas de Verdad.

Figura 4.11: Interfaz de Tablas de Verdad



Fuente: Tablas de Verdad.

Al seguir los pasos del primer ejemplo, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado en rojo, la respuesta no es una tautología. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es un arumento válido.

Observación.

Gracias a este proceso, podemos determinar si una fórmula es una tautología, contradicción o contingencia. Además, podemos evaluar la validez de un argumento al hacer uso de todos los conectivos lógicos.

4.3 Aplicaciones de Generador de Tablas de verdad

Generador de Tablas de verdad ofrece diversas funciones de lógica proposicional a los usuarios, podemos trabajar con los conectivos lógicos tales como: negación, conjunción, disyunción, condicional y bicondicional. Estas funciones nos permiten construir tablas de verdad de hasta cuatro variables, para analizar y evaluar expresiones lógicas de manera efectiva.

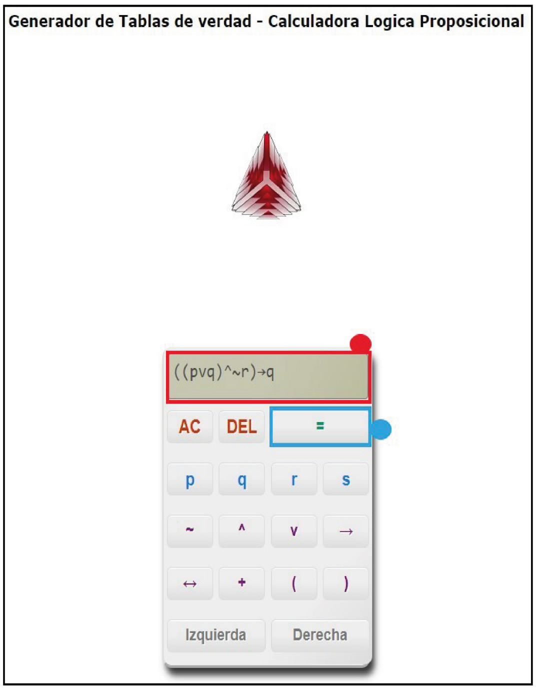
Ejemplos.

1) Sea $[(p \vee q) \wedge \neg r] \Rightarrow q$ una expresión lógica. Evaluar si el argumento es válido o no.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Generador de Tablas de verdad.

Figura 4.12: Interfaz de Generador de Tablas de verdad



Fuente: Generador de Tablas de verdad.

a) En el recuadro rojo, vamos a ingresar la expresión lógica, en este caso $[(p \vee q) \wedge \neg r] \rightarrow q$. Utilizando la simbolización que presenta el programa.

b) El recuadro azul, nos permite realizar el cálculo de la tabla de verdad correspondiente.

Figura 4.13: Interfaz de Generador de Tablas de verdad

p	q	r	(pvq)	(~r)	(((pvq))^(~r))	(((((pvq))^(~r)))→q)
F	F	F	F	V	F	V
F	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	V
F	V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V	F
V	F	V	V	F	F	V
V	V	F	V	V	V	V
V	V	V	V	F	F	V

Fuente: Generador de Tablas de verdad.

Podemos observar que la respuesta en algunas ocasiones es verdadera y en otras falsas (Contingencia). Por lo tanto, nuestra expresión lógica es un argumento inválido.

2) Sea $\neg(r \rightarrow (p \wedge q))$ una expresión lógica. Evaluar si es una contingencia.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Generador de Tablas de verdad.

Figura 4.14: Interfaz de Generador de Tablas de verdad

r	p	q	(p^q)	(r→((p^q)))	(~((r→((p^q)))))
F	F	F	F	V	F
F	F	V	F	V	F
F	V	F	F	V	F
F	V	V	V	V	F
V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V
V	V	F	F	F	V
V	V	V	V	V	F

Fuente: Generador de Tablas de verdad.

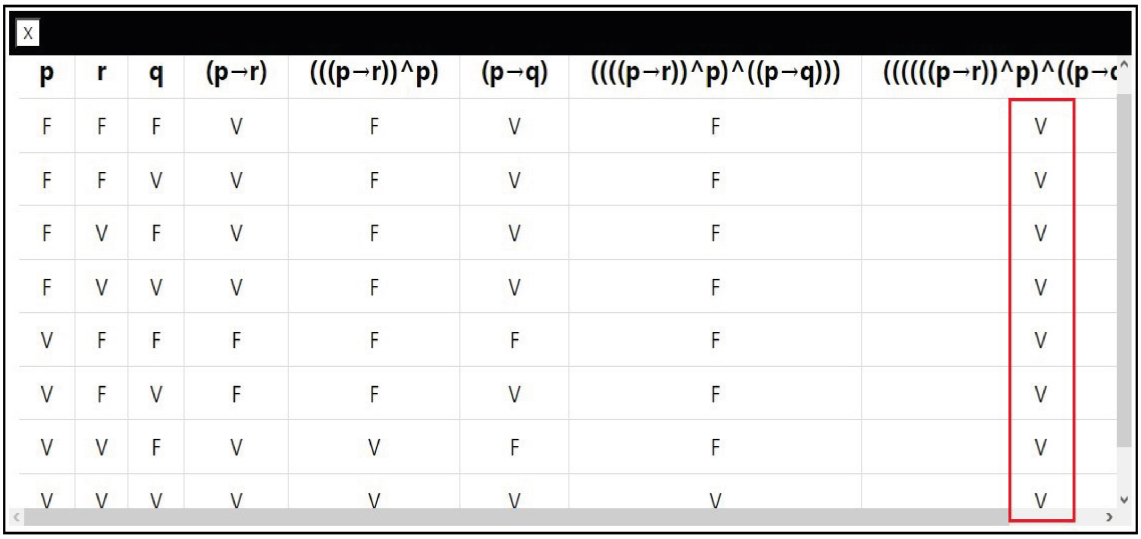
Al seguir los pasos del ejemplo anterior, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado en negro, la respuesta es falsa y verdadera. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es una contingencia.

3) Sea $[(q \rightarrow r) \wedge p \wedge (p \rightarrow q)] \Rightarrow r$ una expresión lógica. Evaluar si es un argumento válido o no.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Generador de Tablas de verdad.

Figura 4.15: Interfaz de Generador de Tablas de verdad



p	r	q	(p→r)	(((p→r))^p)	(p→q)	((((p→r))^p)^((p→q)))	((((((p→r))^p)^((p→
F	F	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	F	V	F	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	F	V	F	V
V	F	F	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
V	V	F	V	V	F	F	V
V	V	V	V	V	V	V	V

Fuente: Generador de Tablas de verdad.

Al seguir los pasos del primer ejemplo, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado en rojo, la respuesta es siempre verdadera. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es un argumento válido.

Observación.

Gracias a este proceso, podemos determinar si una fórmula es una tautología, contradicción o contingencia. Además, podemos evaluar la validez de un argumento al hacer uso de todos los conectivos lógicos. El programa nos permite una máximo de cuatro variables.

4.4 Aplicaciones de JTabla

JTabla ofrece diversas funciones de lógica proposicional a los usuarios, podemos trabajar con los conectivos lógicos tales como: negación, conjunción, disyunción, condicional y bicondicional. Estas funciones nos permiten construir tablas de verdad de hasta cinco variables, para analizar y evaluar expresiones lógicas de manera efectiva.

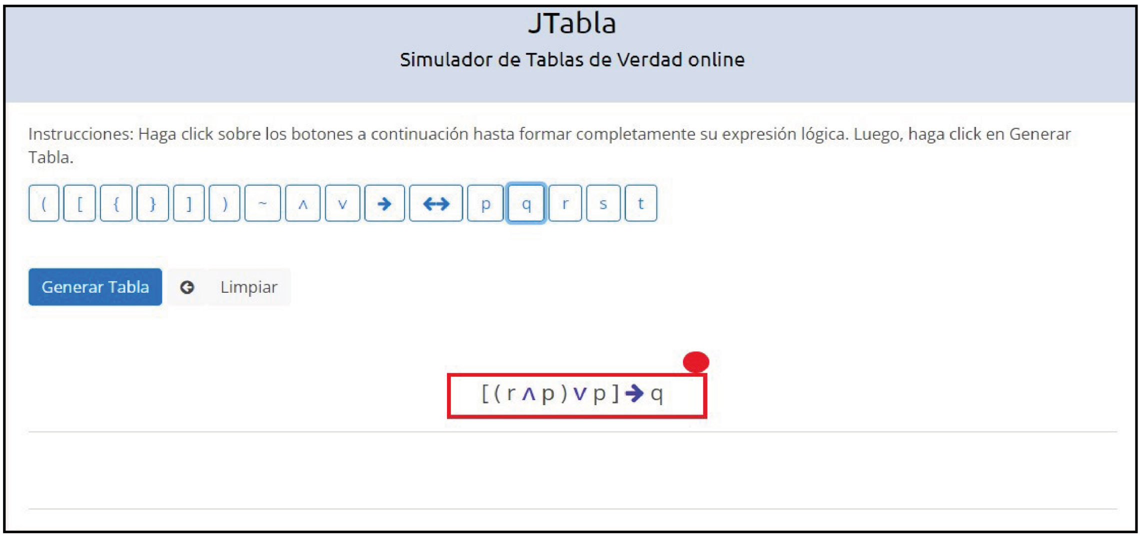
Ejemplos.

1) Sea $[(p \vee q) \wedge \neg r] \Rightarrow q$ una expresión lógica. Evaluar si el argumento es válido o no.

   Solución.

   Vamos a utilizar el programa: JTabla.

Figura 4.16: Interfaz de JTabla



Fuente: JTabla.

   a) En el recuadro rojo, vamos a ingresar la expresión lógica, en este caso $[(p \vee q) \wedge \neg r] \rightarrow q$. Utilizando la simbolización que presenta el programa.

   b) El recuadro azul, nos permite realizar el cálculo de la tabla de verdad correspondiente.

Figura 4.17: Interfaz de JTabla

JTabla - Resultados

p	q	r	((r∧p)∨p)→q
v	v	v	V
v	v	f	V
v	f	v	F
v	f	f	F
f	v	v	V
f	v	f	V
f	f	v	V
f	f	f	V

Fuente: JTabla.

Podemos observar que la respuesta en algunas ocasiones es verdadera y en otras falsas (Contingencia). Por lo tanto, nuestra expresión lógica es un argumento inválido.

2) Sea $[(r \vee q) \wedge \neg r] \rightarrow q$ una expresión lógica. Evaluar si es una tautología.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: JTabla.

Figura 4.18: Interfaz de JTabla

JTabla - Resultados

q	r	((r∨q)∧~r)→q
v	v	V
v	f	V
f	v	V
f	f	V

Fuente: JTabla.

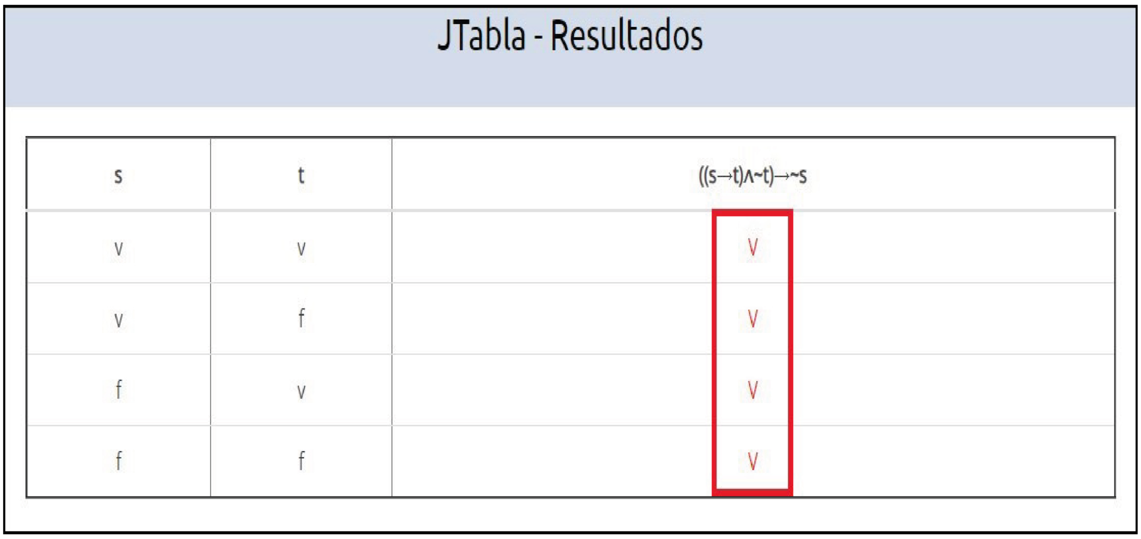
Al seguir los pasos del ejemplo anterior, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado en azul, la respuesta es siempre verdadera. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es una tautología.

3) Sea $[(s \rightarrow t) \wedge \neg t] \Rightarrow s$ una expresión lógica. Evaluar si es un argumento válido o no.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: JTabla.

Figura 4.19: Interfaz de JTabla



JTabla - Resultados

s	t	((s→t)∧~t)→~s
v	v	V
v	f	V
f	v	V
f	f	V

Fuente: JTabla.

Al seguir los pasos del primer ejemplo, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado de rojo, la respuesta es siempre verdadera. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es un argumento válido.

Observación.

Gracias a este proceso, podemos determinar si una fórmula es una tautología, contradicción o contingencia. Además, podemos evaluar la validez de un argumento al hacer uso de todos los conectivos lógicos. El programa nos permite una máximo de cinco variables.

4.5 Aplicaciones de Anallogica

Anallogica ofrece diversas funciones de lógica proposicional a los usuarios, podemos trabajar con los conectivos lógicos tales como: negación, conjunción, disyunción, condicional y bicondicional. Estas funciones nos permiten construir tablas de verdad de hasta veinte variables, para analizar y evaluar expresiones lógicas de manera efectiva.

Ejemplos.

1) Sea $r \to (q \vee \neg p)$ una expresión lógica. Evaluar por medio de tablas de verdad.

   Solución.

   Vamos a utilizar el programa: Anallogica.

Figura 4.20: Interfaz de Anallogica

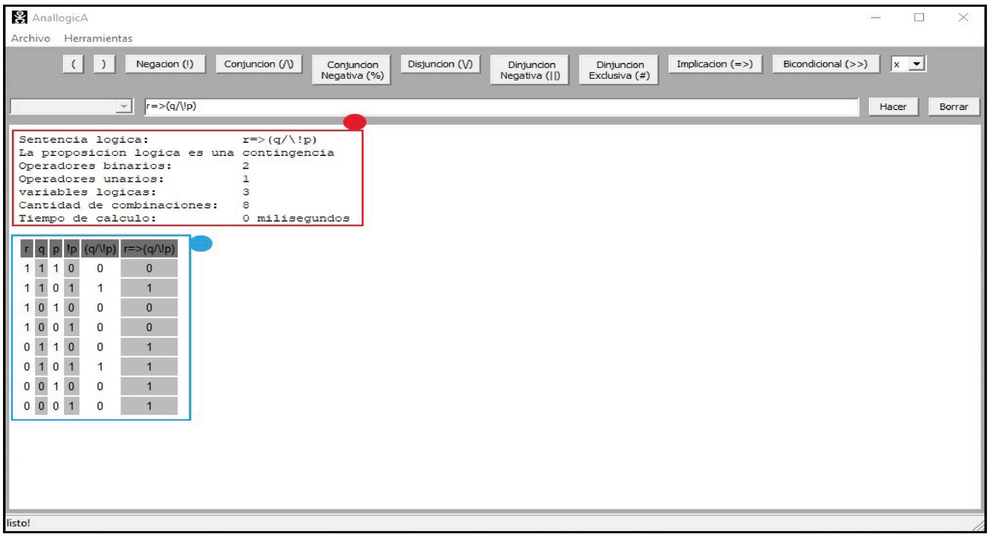
Fuente: Anallogica.

a) En el recuadro verde, tenemos la opción de seleccionar y especificar al programa la cantidad de variables que deseamos utilizar.

b) En el recuadro rojo, vamos a ingresar la expresión lógica, en este caso $r \rightarrow (q \vee \neg p)$. Utilizando la simbolización que presenta el programa.

c) El recuadro azul, nos permite realizar (Hacer) o borrar el cálculo de la tabla de verdad correspondiente.

Figura 4.21: Interfaz de Anallogica



Fuente: Anallogica.

i. En el recuadro rojo, el programa nos indica las características que presenta la expresión lógica.

ii. Observamos en el recuadro azul nuestra tabla de verdad.

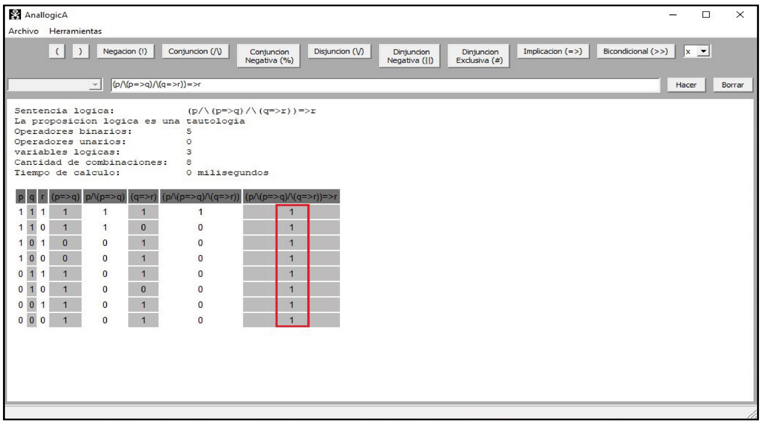
Podemos observar que la respuesta en algunas es verdadera y en otras falsas. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es una contingencia.

2) Sea $[p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \Rightarrow r$ una expresión lógica. Evaluar si el argumento es válido o no.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Anallogica.

Figura 4.22: Interfaz de Anallogica



Fuente: Anallogica.

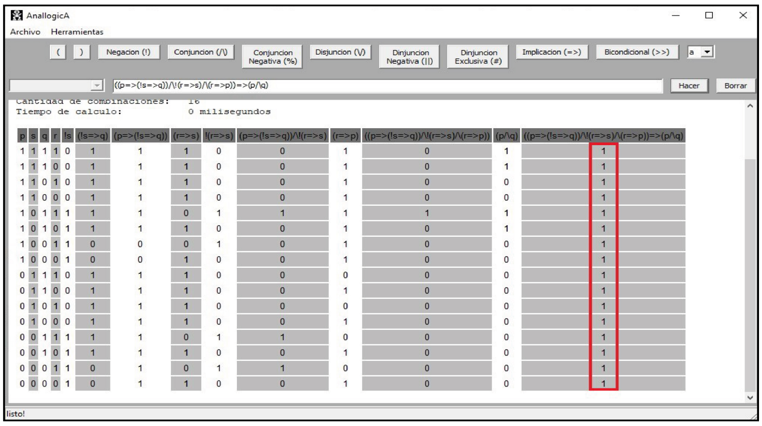
Al seguir los pasos del ejemplo anterior, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado en rojo, la respuesta es siempre verdadera (tautología). Por lo tanto, nuestro argumento es válido.

3) Sea $[(p \to (\neg s \to q)) \wedge \neg(r \to s) \wedge (r \to p)] \Rightarrow (p \wedge q)$ una expresión lógica. Evaluar si el argumento es válido o no.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Anallogica.

Figura 4.23: Interfaz de Anallogica



Fuente: Anallogica.

Al seguir los pasos del primer ejemplo, obtendremos nuestra tabla de verdad. Podemos observar que en el recuadro resaltado en rojo, la respuesta es siempre verdadera (tautología). Por lo tanto, nuestro argumento es válido.

Observación.

Gracias a este proceso, podemos determinar si una fórmula es una tautología, contradicción o contingencia. Además, podemos evaluar la validez de un argumento al hacer uso de todos los conectivos lógicos. El programa nos permite hasta veinte variables.

4.6 Aplicaciones de Taut

Taut ofrece a los usuarios una amplia gama de funciones tanto en lógica proposicional como en lógica de predicados. Entre estas funciones se incluye la capacidad de trabajar con diversos conectivos lógicos y cuantificadores. Estas herramientas nos permiten construir tablas de verdad, realizar argumentación lógica y evaluar la verdad en modelos. Además, Taut tiene la capacidad de manejar hasta cinco variables, lo que nos permite analizar y evaluar expresiones lógicas de manera efectiva.

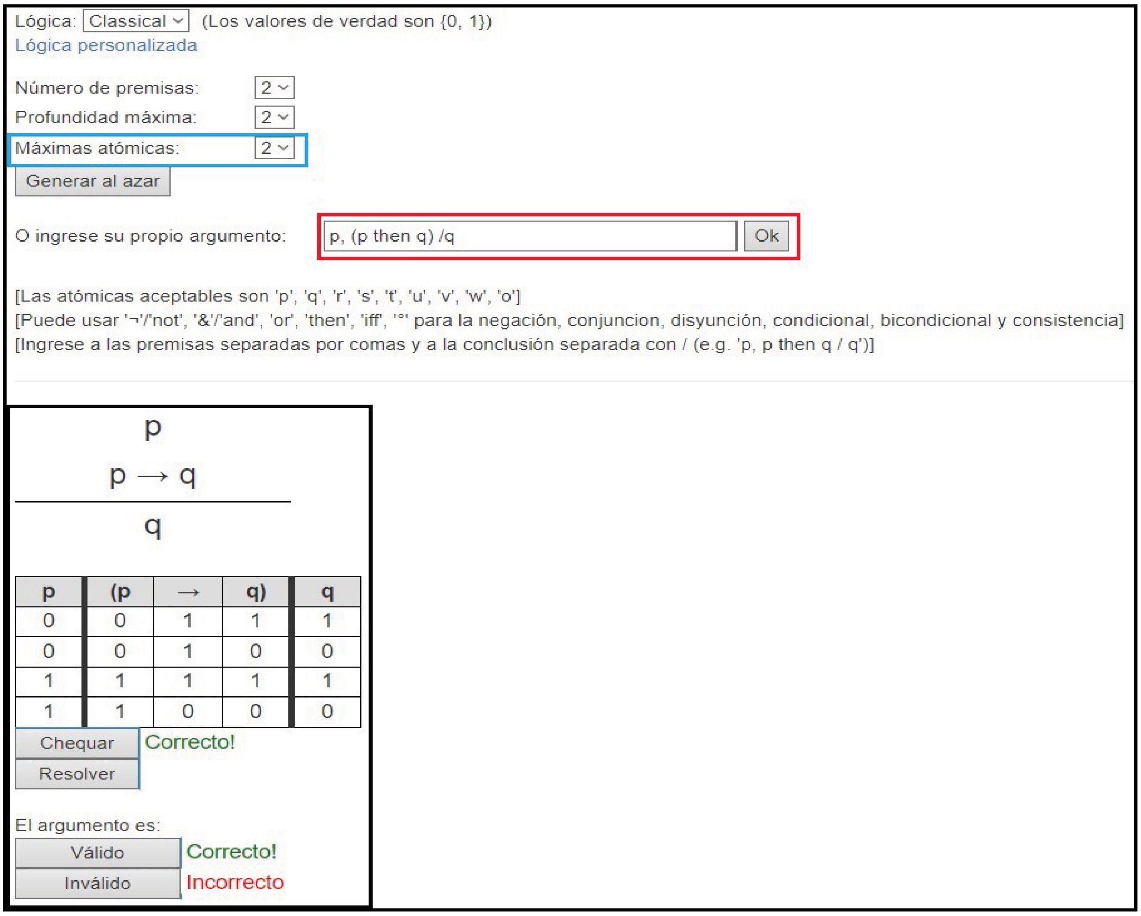
Ejemplos.

1) Sea $((p \to q) \wedge (p \to r)) \to (p \to r)$ una expresión lógica. Evaluar si es una tautología.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Taut.

Figura 4.24: Interfaz de Taut



Fuente: Taut.

a) En el recuadro azul, tenemos la opción de seleccionar y especificar al programa la cantidad de variables que deseamos utilizar.

b) Con el recuadro verde, el programa nos proporcionará un ejemplo automático.

c) En el recuadro rojo, vamos a ingresar la expresión lógica, en este caso $((p \to q) \wedge (p \to r)) \to (p \to r)$. Utilizando la simbolización que presenta el programa. Además, la opción Ok genera la tabla de verdad.

d) El recuadro negro, permite chequear nuestro resultado si deseamos hacerlo manualmente y resolver la tabla de verdad si deseamos de forma automática.

e) En el recuadro amarillo, se nos brinda la opción de seleccionar el tipo de expresión lógica para nuestro ejercicio. El programa nos proporcionará una indicación si nuestra elección es correcta o no.

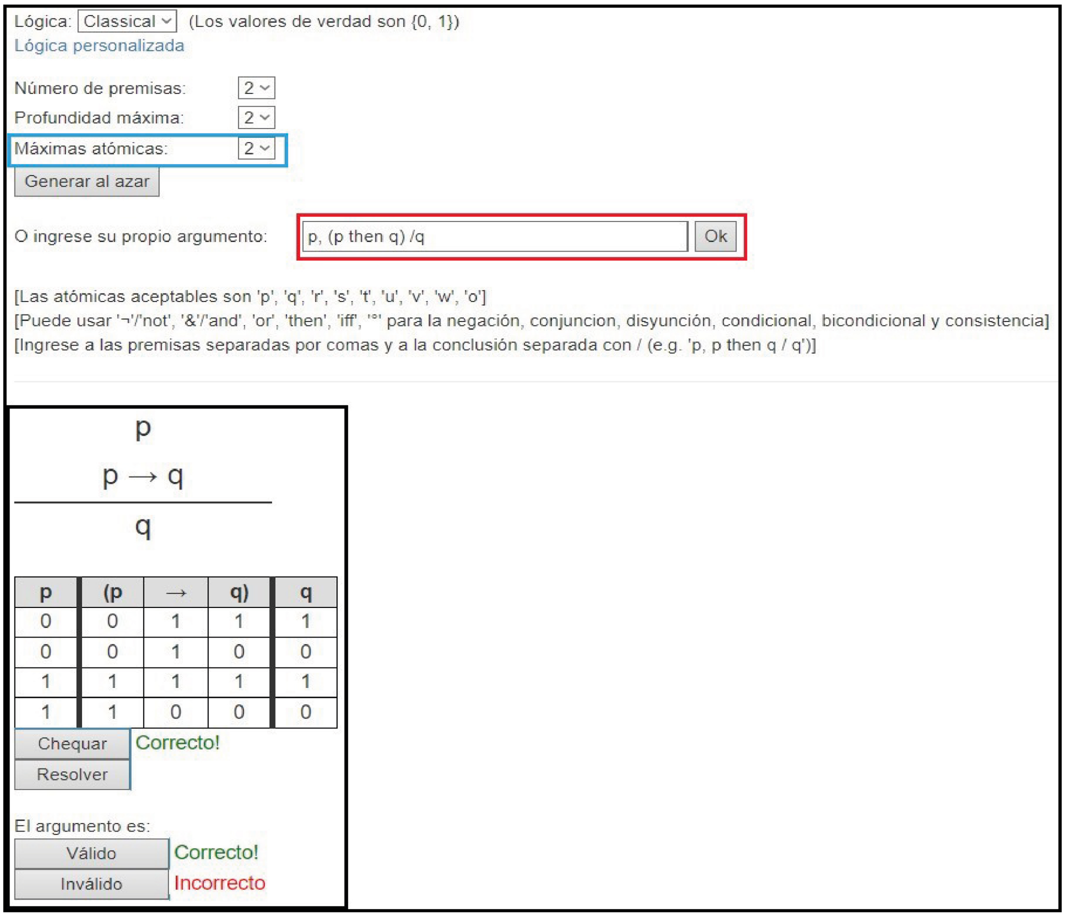
Podemos observar que la respuesta en algunas es siempre verdadera. Por lo tanto, nuestra expresión lógica es una tautología.

2) Sea $[p \wedge (p \to q)] \Rightarrow q$ una expresión lógica. Evaluar si el argumento es válido o no.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Taut.

Figura 4.25: Interfaz de Taut



Fuente: Taut.

a) En el recuadro azul, tenemos la opción de seleccionar y especificar al programa la cantidad de variables que deseamos utilizar.

b) En el recuadro rojo, vamos a ingresar la expresión lógica, en este caso $[p \wedge (p \to q)] \Rightarrow q$. Utilizando la simbolización que presenta el programa. Además, la opción Ok genera la tabla de verdad.

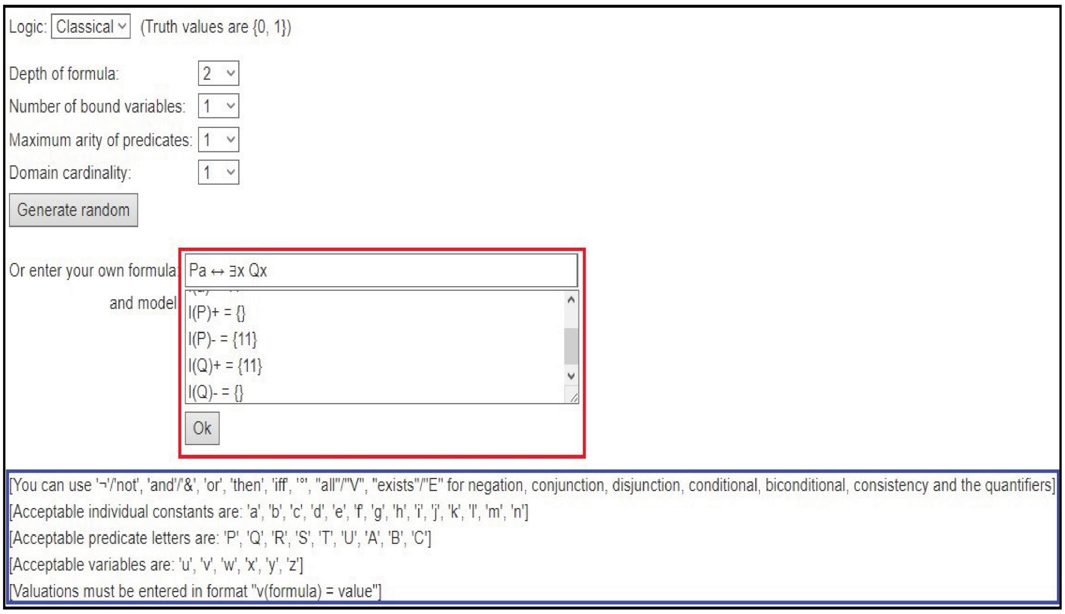
Observamos en el recuadro negro nuestra tabla de verdad y las características, nuestra expresión es una tautología. Por lo tanto, nuestro argumento es válido.

3) Sea $Pa \leftrightarrow \exists x Qx$ una expresión lógica. Evaluar el valor de verdad.

Solución.

Vamos a utilizar el programa: Taut.

Figura 4.26: Interfaz de Taut

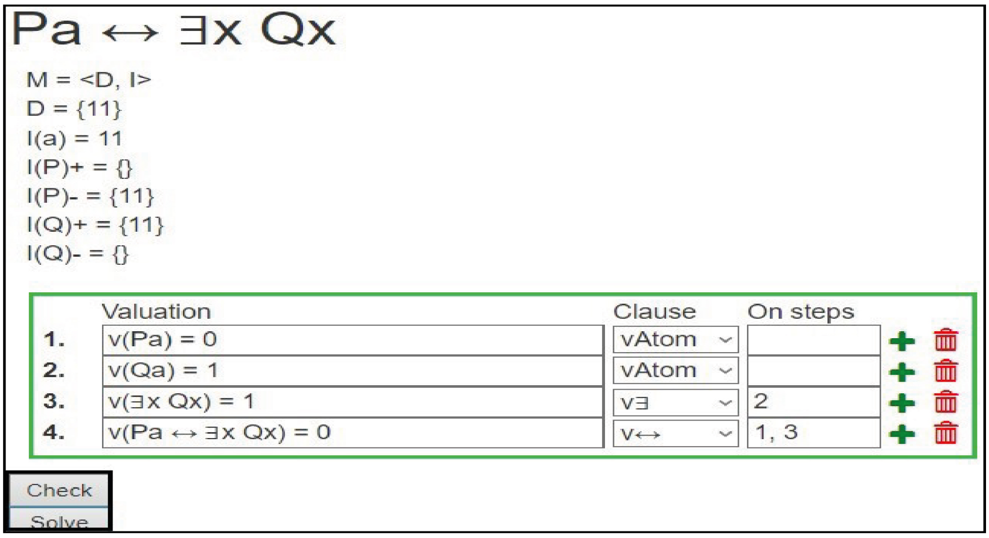


Fuente: Taut.

a) En el recuadro rojo, vamos a ingresar la expresión lógica, en este caso $Pa \leftrightarrow \exists x Qx$.

b) En el recuadro azul, tendremos instrucciones para la simbolización de la expresión.

Figura 4.27: Interfaz de Taut



Fuente: Taut.

a) En el recuadro negro, tendremos la opción de generar la tabla de respuesta en forma automática.

b) En el recuadro verde, obtenemos la tabla de solución de la expresión lógica.

Observación.

Gracias a estos procesos, tenemos la capacidad de evaluar ejercicios de lógica proposicional y de predicado. Aunque el programa nos brinda la posibilidad de abordar estos temas, es importante destacar que la interfaz del programa puede presentar cierta complejidad en su uso.

Bibliografía

BERNAL, C. *Metodología de la Investigación*. México: Pearson, 2006, pp. 58-61.

DOBARRO, F; et al. *LÓGICA PROPOSICIONAL Y TEORÍA DE CONJUNTOS: UNA RÁPIDA INTRODUCCIÓN*. Ushuaia-Argentina: 2021, pp. 1-20.

EqsQuest Ltd. *Symbolab*. 2011, $https : //es.symbolab.com/solver/truth - table - calculator$.

FERREIRÓS, J. *La lógica matemática: una disciplina en busca de encuadre*. Madrid-España: Theoria 69, 2010, PP. 6-20.

GAMUT, T. *Introducción a la lógica*. Buenos Aires-Argentina: UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES, 2002, pp. 1-121.

IRANZO, P. *Lógica Simbólica para Informáticos*. Toledo-España: RA-MA, 2003, pp. 1-289.

J19 Software. *Tablas de Verdad*. 2019, $https : //play.google.com/store/games?hl = es_PY$.

LABRA, J; FERNÁNDEZ, D. *Lógica de Predicados*. Oviedo-España: pp. 1-49.

LÓPEZ, O. *Software Matemático*. Concepción-Chile: 2016, pp. 1-2.

MARÍN, J. *JTabla*. 2019, $http : //logicaunad.com/jtruth/$.

MARQUÉS, P. *El software educativo*. Barcelona-España: pp. 1-5.

MERMA, M. *Una interpretación algebraica de la lógica proposicional y de sus implicancias en fórmulas predicativas cerradas con cuantificadores*. Lima-Perú: UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS, 2016, pp. 9-35.

MONSALVE, M. *Guía de Matemáticas Discretas I*. Caracas-Venezuela: CCCT, 2008, pp. 5-69.

MORALES F. et al. *ANÁLISIS DE SOFTWARE MATEMÁTICO USADOS EN NIVEL SUPERIOR*. Bogotá-Colombia: Vínculos, 2013, pp. 1-10.

OBIOLS, G. *Nuevo curso de lógica y filosofía*. Buenos Aires-Argentina: ARQUETIPO, 1997, pp. 1-50.

PALAU, G. *Lógica I*. La Plata-Argentina: 2014, pp. 15-41.

ROFFÉ, A. *Taut*.
https://www.taut-logic.com/es.html.

UZCÁTEGUI, C. *Lógica, conjuntos y números*. Mérida-Venezuela: CODEPRE, 2011, pp. 15-41.

Introdución a la Operación de Computadoras Personales. Bahía Blanca-Argentina: pp. 3-6.

Generador de Tablas de Verdad.
https://calculadorasonline.com/generador-de-tablas-de-verdad-logica-proposicional-algebra-booleana/.

Anexos

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

DIRECCIÓN DE BIBLIOTECAS Y RECURSOS DEL APRENDIZAJE

UNIDAD DE PROCESOS TÉCNICOS

REVISIÓN DE NORMAS TÉCNICAS, RESUMEN Y BIBLIOGRAFÍA

Fecha de entrega: 02 / 01 / 2024

INFORMACIÓN DEL AUTOR/A (S)
Nombres – Apellidos: Ronny Franser Cartagena Peralta
INFORMACIÓN INSTITUCIONAL
Facultad: Ciencias
Carrera: Matemática
Título a optar: Matemático
f. Analista de Biblioteca responsable: Ing. Fernanda Arévalo M.

2178-DBRA-UPT-2023