



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA FÍSICA

**ESTUDIO DE LA DISIPACIÓN DE LA ENERGÍA DURANTE LAS
MEDIDAS EN LOS PROCESADORES CUÁNTICOS DEBIDO AL
PRINCIPIO DE LANDAUER**

Trabajo de Integración Curricular

Tipo: Proyecto de Investigación

Presentado para optar al grado académico de:

FÍSICO

AUTOR: JORGE OSWALDO CEDEÑO CEDEÑO

DIRECTOR: JIŘÍ SVOZILÍK PhD.

Riobamba - Ecuador

2024

© 2024, Jorge Oswaldo Cedeño Cedeño

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento, siempre y cuando se reconozca el Derecho de Autor.

Yo, Jorge Oswaldo Cedeño Cedeño, declaro que el presente Trabajo de Integración Curricular es de mi autoría y los resultados del mismo son auténticos. Los textos en el documento que provienen de otras fuentes están debidamente citados y referenciados.

Como autor asumo la responsabilidad legal y académica de los contenidos de este Trabajo de Integración Curricular; el patrimonio intelectual pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Riobamba, 4 de abril de 2024

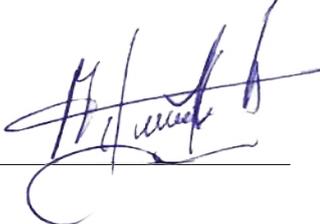
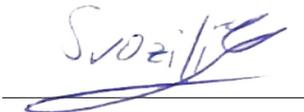
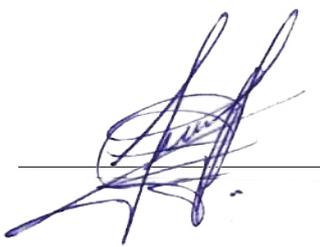


Jorge Oswaldo Cedeño Cedeño

1314935410

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS
CARRERA FÍSICA

El Tribunal del Trabajo de Integración Curricular certifica que: El Trabajo de Integración Curricular; Tipo: Proyecto de Investigación: **ESTUDIO DE LA DISIPACIÓN DE LA ENERGÍA DURANTE LAS MEDIDAS EN LOS PROCESADORES CUÁNTICOS DEBIDO AL PRINCIPIO DE LANDAUER**, realizado por el señor: **JORGE OSWALDO CEDEÑO CEDEÑO**, ha sido minuciosamente revisado por los Miembros del Tribunal del Trabajo de Integración Curricular, el mismo que cumple con los requisitos científicos, técnicos, legales, en tal virtud el Tribunal autoriza su presentación.

	FIRMA	FECHA
Dr. Arquímides Xavier Haro Velasteguí. PRESIDENTE DEL TRIBUNAL		2024-04-04
Jiří Svozilík, PhD. DIRECTOR DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR		2024-04-04
Fis. Julio Cesar Andrade Landeta, MSc. ASESOR DEL TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR		2024-04-04

DEDICATORIA

A mis padres, Jorge Alcibiades y Sheyla Yahaira, quienes me brindaron el privilegio de la educación y la bendición de su infinito apoyo al cumplir mis objetivos.

Jorge

AGRADECIMIENTO

Mi más honesto agradecimiento a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo por la ayuda brindada en todos estos años, desde su personal administrativo, de servicio y seguridad hasta docentes, técnicos y autoridades, quienes siempre me extendieron la mano cuando lo necesité. En especial, llevo un profundo agradecimiento con la carrera de Física, y todos los que la componen, por haber alimentado mi pasión de conocimiento a través de retos académicos de alto nivel. También, quiero agradecer a esos amigos que me acompañaron a lo largo de la carrera, los cuales siempre fueron una fuente de momentos memorables y camaradería. Finalmente, le agradezco inmensamente a mi tutor, el Dr. Jiří Svozilík, y a mi asesor, Fis. Julio Andrade, por el respaldo brindado al realizar este trabajo de investigación.

Jorge

ÍNDICE DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS	ix
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	xi
ÍNDICE DE ANEXOS	xii
RESUMEN	xiii
SUMMARY/ABSTRACT	xiv
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	3
1 MARCO TEÓRICO PREFERENCIAL	3
1.1 Antecedentes	3
1.2 Medidas cuánticas	4
1.3 Entropía	6
1.4 La entropía relativa	6
1.5 Entropía condicional e información mutua	6
1.6 Entropía de von Neumann	7
1.7 Entropía relativa cuántica y otras cantidades entrópicas	7
1.8 Principio de Landauer	8
CAPÍTULO II	11
2 MARCO METODOLÓGICO	11
2.1 Tomografía de estados cuánticos	11
2.2 Eliminación de información	13
2.3 Mitigación de errores	15
2.4 Diseño experimental	16
2.4.1 <i>Procesador cuántico virtual</i>	18
CAPÍTULO III	20
3 ANÁLISIS DE RESULTADOS	20
3.1 Preparación inicial de los circuitos cuánticos	20
3.2 Resultados en procesador virtual	21
3.2.1 <i>Datos sin mitigación de errores</i>	21

3.2.2	<i>Datos con mitigación de errores</i>	33
3.3	Defecto de medida	47

CAPÍTULO IV **51**

4	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	51
4.1	Conclusiones	51
4.2	Recomendaciones	54

BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1:	Valores de evaluación para los parámetros de entrelazamiento y fase relativa..	18
Tabla 3-1:	Resultados de las entropías de las diferentes calibraciones iniciales del sistema (qubit Sys) sin la mitigación de errores.	21
Tabla 3-2:	Análisis estadístico de la aplicación de CRX, donde \bar{S} es la entropía promedio y σ_S la desviación estándar.	24
Tabla 3-3:	Análisis estadístico de la aplicación de CRY, donde \bar{S} es la entropía promedio y σ_S la desviación estándar.	29
Tabla 3-4:	Análisis estadístico de la disipación de energía debido al proceso de eliminación de coherencia controlada.	33
Tabla 3-5:	Resultados de las entropías de las diferentes calibraciones iniciales del sistema (qubit Sys) con la mitigación de errores.	35
Tabla 3-6:	Análisis estadístico de la aplicación de CRX con mitigación de errores, donde \bar{S} es la entropía promedio y σ_S la desviación estándar.	35
Tabla 3-7:	Análisis estadístico de la aplicación de CRY con mitigación de errores, donde \bar{S} es la entropía promedio y σ_S la desviación estándar.	39
Tabla 3-8:	Análisis estadístico de la disipación de energía debido al proceso de eliminación de coherencia controlada al aplicarle la mitigación de errores.	47

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 2-1:	Esfera de Bloch, una representación geométrica de un sistema cuántico de dos niveles.....	12
Ilustración 2-2:	Circuitos cuánticos empleados para la simulación del principio de Landauer.	14
Ilustración 2-3:	Diseño experimental del protocolo de eliminación de coherencia controlada en la matriz de densidad del sistema.	17
Ilustración 2-4:	Arquitectura de qubits en FakePerth.	18
Ilustración 3-1:	Representación de Bloch de los estados iniciales del sistema y reservorio en sus distintas preparaciones iniciales.	20
Ilustración 3-2:	Resultados del sistema para puerta de control CRX.	23
Ilustración 3-3:	Resultados del reservorio para puerta de control CRX.	25
Ilustración 3-4:	Resultados del sistema para puerta de control CRY.	26
Ilustración 3-5:	Resultados del reservorio para puerta de control CRY.	27
Ilustración 3-6:	Fidelidad del sistema al aplicarle el proceso de eliminación de coherencia controlada.	30
Ilustración 3-7:	Disipación de energía del sistema hacia el reservorio para la puerta de control CRX.	32
Ilustración 3-8:	Disipación de energía del sistema hacia el reservorio para la puerta de control CRY.	34
Ilustración 3-9:	Resultados del sistema para la puerta de control CRX con mitigación de errores.	36
Ilustración 3-10:	Resultados del reservorio para la puerta de control CRX con mitigación de errores.	37
Ilustración 3-11:	Resultados del sistema para la puerta de control CRY con mitigación de errores.	40
Ilustración 3-12:	Resultados del reservorio para la puerta de control CRY con mitigación de errores.	41

Ilustración 3-13: Fidelidad del sistema al aplicarle el proceso de eliminación de coherencia controlada, además del procedimiento de mitigación de errores.	44
Ilustración 3-14: Disipación de energía del sistema hacia el reservorio para la puerta de control CRX con mitigación de errores.....	45
Ilustración 3-15: Disipación de energía del sistema hacia el reservorio para la puerta de control CRY con mitigación de errores.....	46
Ilustración 3-16: Defecto de las medidas empleadas en el proceso de modificación de coherencia controlada en conjunto a la mitigación de errores de las diferentes calibraciones generales de los parámetros de entrelazamiento y fase relativa.....	49

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO A: CÓDIGO DE TOMOGRAFÍA DE ESTADOS PARA UN QUBIT

ANEXO B: DECOHERENCIA CONTROLADA

ANEXO C: CÓDIGO DE MITIGACIÓN DE ERRORES

ANEXO D: RESULTADOS EN LAS CONDICIONES IDEALES DEL PROCESADOR CUÁNTICO QASM

ANEXO E: RESULTADOS DEL DEFECTO DE MEDIDA EN LAS CONDICIONES IDEALES DEL PROCESADOR CUÁNTICO QASM

RESUMEN

Las aplicaciones de puertas lógicas cuánticas no ideales provocan disipaciones de energía que están acotadas desde abajo por la variación en la entropía de von Neumann debido al principio de Landauer cuántico, así, con el fin de comprender como evoluciona la información cuántica al ser eliminada, el objetivo de esta investigación fue estudiar la disipación de energía al ejecutar medidas en los procesadores cuánticos. La metodología implementada tuvo un enfoque cualitativo, llevando como principal factor de aplicación la mitigación de errores cuánticos, generando dos grupos de circuitos cuánticos al mitigar y no mitigar los resultados. Además, la información contenida en los qubits, denominados sistema y reservorio, fue reconstruida mediante la tomografía de estados cuánticos antes y después de aplicar el protocolo de eliminación. Todos estos circuitos cuánticos fueron ejecutados a través de una simulación computacional utilizando la librería Qiskit de IBM. Mediante esta metodología, el incremento del parámetro de entrelazamiento entre los qubits provocó un aumento en la entropía y una disminución de la información inicial contenida en el sistema, a la vez que posicionó la cantidad de energía disipada al reservorio a niveles inferiores, iguales y superiores al límite de disipación clásica de Landauer. Adicionalmente, al implementar la mitigación se redujo las entropías iniciales, aumentando la variación de entropía, sin embargo, la información del sistema fue trasladada a niveles más bajos de fidelidades, provocando un proceso irreversible de pérdida de información. En este contexto se concluye que el límite clásico de Landauer, en el mundo cuántico, funge como una aparente frontera entre los procesamientos de información reversibles e irreversibles. Por otro lado, aunque la mitigación provocó un acercamiento a la irreversibilidad, su aplicación nos llevó a la definición del defecto de medida, que proporciona una herramienta matemática que caracteriza la calidad de las mediciones en determinados procesadores cuánticos.

Palabras clave: <PRINCIPIO DE LANDAUER CUÁNTICO>, <QISKIT>, <DECOHERENCIA>, <LÍMITE ENTRÓPICO>, <MEDIDAS CUÁNTICAS>.

0373-DBRA-UPT-2024

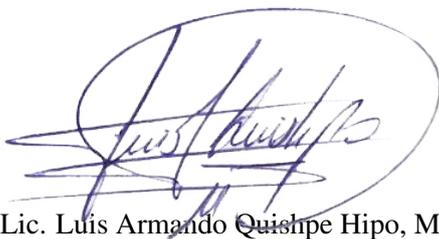


ABSTRACT

The applications of non-ideal quantum logic gates cause energy dissipations that are bounded from below by the variation in von Neumann entropy due to the quantum Landauer principle, thus, in order to understand how quantum information evolves when eliminated, the objective of this research was to study energy dissipation when executing measurements on quantum processors. The implemented methodology had a qualitative approach, with the main application factor being the mitigation of quantum errors, generating two groups of quantum circuits by mitigating and not mitigating the results. Furthermore, the information contained in the qubits, called system and reservoir, was reconstructed using quantum state tomography before and after applying the elimination protocol. All these quantum circuits were executed through a computer simulation using IBM's Qiskit library. Using this methodology, the increase in the entanglement parameter between the qubits caused an increase in entropy and a decrease in the initial information contained in the system, while positioning the amount of energy dissipated to the reservoir at lower, equal, and higher levels to the classical Landauer dissipation limit. Additionally, by implementing the mitigation, the initial entropies were reduced, increasing the entropy variation. However, the system information was transferred to lower levels of fidelity, causing an irreversible process of information loss. In this context, it is concluded that the classical Landauer limit, in the quantum world, serves as an apparent boundary between reversible and irreversible information processing. On the other hand, although mitigation brought about an approach to irreversibility, its application led us to the definition of the measurement defect, which provides a mathematical tool that characterizes the quality of measurements in certain quantum processors.

Keywords: <QUANTUM LANDAUER PRINCIPLE>, <QISKIT>, <DECOHERENCE>, <ENTROPIC LIMIT>, <QUANTUM MEASUREMENTS>.

0373-DBRA-UPT-2024



Lic. Luis Armando Quishpe Hipo, Mgs.

C.I. 0102801016

DOCENTE INGLÉS CARRERA DE FÍSICA

INTRODUCCIÓN

Las computadoras son máquinas que toman energía y elaboran un trabajo para poder solucionar problemas mientras disipan calor. Este consumo de energía en computación está profundamente vinculado a la reversibilidad de procesos computacionales al operar sobre la información con puertas lógicas. Si una puerta lógica es irreversible, alguna de la información entrante se pierde irremediablemente cuando la puerta opera, es decir, una cantidad de información fue reducida. Lógicamente, en el caso de computación reversible la información no es borrada debido a que la información entrante puede ser recuperada desde la información saliente. De esta manera, surge la pregunta: ¿cuál es la relación entre el consumo de energía y la irreversibilidad en computación? El denominado Principio de Landauer (PL), el principio básico de la termodinámica del procesamiento de información que sostiene que cualquier manipulación de puertas lógicas irreversibles debe estar acompañada de su correspondiente incremento en la entropía sobre los grados de libertad que no portan información en el aparato que procesa la misma o en su ambiente; típicamente el incremento en la entropía toma forma de energía que es importada dentro de la computadora, convertida en calor y disipada a el ambiente. De esta manera, Rolf Landauer declara la existencia de una asimetría fundamental en la forma que la naturaleza nos permite procesar información.

Como no es de extrañar, estamos acostumbrados a experimentar cotidianamente que las leyes físicas de la naturaleza sean reversibles, i.e. que sean determinísticas a partir de condiciones iniciales o finales, no obstante, existe la excepción en el postulado de la medida en la mecánica cuántica que realiza un proceso irreversible al operar sobre los estados cuánticos generales, e.g., provocando el colapso de la función de onda. Dicho esto, se debe plantear una diferencia al trato del principio de Landauer en el contexto cuántico, puesto que al formularse por primera vez el principio se pensaba en la disipación debido a la creación o eliminación de bits clásicos, cuya generación de calor relaciona a un bit clásico de información con respecto a un ambiente abierto, que es un depósito más grande en tamaño que el sistema mismo, así las cosas si extendemos al criterio cuántico, e.g., la información codificada en un qubit, al ser eliminada, disipa calor, aumentando la entropía y cuantizando el ambiente (Yan et al., 2018). Además, la entropía del sistema cuántico está relacionada con las características de los estados cuánticos de los qubits, en lugar de la flecha termodinámica del tiempo a la cual estamos tan acostumbrados en el mundo clásico y el reservorio, el ambiente, es de tamaño finito y, por lo tanto, el sistema del qubit oscila en interacciones bajo operaciones cuánticas para borrar información (Yan et al., 2018). Como consecuencia a estos últimos argumentos, el principio de Landauer en el criterio cuántico debió reformularse a razón de su importancia al proveer un puente entre la teoría de información cuántica y la física. No obstante, el estudio experimental de la disipación de energía debido al principio de Landauer

en los procesadores cuánticos es aún un tema abierto y costoso de llevar a cabo.

Así mismo, uno de los retos más sobresalientes del procesamiento de información es la represión elocuente de consumo energético en la ejecución de puertas lógicas (Yan et al., 2018). Así, el estudio sobre la disipación de la energía en base al principio de Landauer, que provee un límite inferior en la cantidad de energía que debe ser disipada para borrar y/o restaurar información, es un problema interesante de entender en cuanto a la cantidad de disipación de energía que puede ser reducida. Una razón práctica para el interés recae sobre la ley de Moore, que afirma que si el poder computacional se mantiene incrementando entonces la cantidad de energía disipada debe también aumentar (Michael A et al., 2010).

Finalmente, la reducción de la disipación de la energía a un posible mínimo es indispensable para el continuo desarrollo de las computadoras digitales, incluso para procesamiento de información cuántica (Yan et al., 2018). De hecho, de manera más directa, el principio de Landauer obligará a los futuros diseñadores de dispositivos cuánticos a tomar en cuenta la producción de calor a causa del borrado de información incluso si su efecto es pequeño y despreciable en la tecnología de hoy (Plenio et al., 2001). Al fin y al cabo, el gasto de energía sirve al propósito de reducir la susceptibilidad al ruido, que es necesario para una máquina computacional cuántica del mundo real. Tomando esto en cuenta, surgen las interrogantes siguientes: ¿podría existir un método computacional que nos permita simular la disipación de energía al borrar información de manera controlada dentro del régimen cuántico? ¿podría generarse un circuito cuántico parametrizado que borre información al mismo tiempo que disipe la menor cantidad de entropía posible? además, ¿de qué manera está relacionada la disipación de energía en el proceso de eliminar información con respecto a la mitigación de errores? En el presente trabajo de investigación se presenta la solución a dichas interrogantes.

CAPÍTULO I

1. MARCO TEÓRICO PREFERENCIAL

1.1. Antecedentes

La paradoja del demonio de Maxwell sugiere que se puede bajar la entropía de un gas de partículas sin gastar alguna energía en ello, y por lo tanto violaba la segunda ley de la termodinámica. Esto intuye que la termodinámica impone condiciones físicas en el procesamiento de la información.

En 1961, Rolf Landauer reconoció que esta limitación termodinámica correspondía a un principio fundamental de la naturaleza al momento de procesar la información, y distinguió que es la eliminación irreversible de información la que provoca un incremento de entropía en el ambiente; i.e. la información perdida desde los grados de libertad que portan la información de una memoria o un computador que causa un flujo de entropía hacia los grados de libertad que no portan información (David et al., 2014). Así, se determinó que existe una disipación de calor al momento de perder información, el denominado principio de Landauer, $\Delta Q \geq k_B T \Delta S$ (Landauer, 1961).

Sin embargo, este modelo solo funciona para el caso clásico, puesto que en ese contexto fue creado. No sería hasta el año 1987 que Elihu Lubkin propondría una versión cuántica del principio de Landauer. Que, heredando la controversia de su versión clásica, tampoco tuvo buena aceptación dentro de la comunidad científica, debido a que carecía de una demostración rigurosa desde la estructura de la mecánica cuántica.

En marzo de 2012, el límite de Landauer en el contexto clásico fue experimentalmente verificado por Bérut et al. en una sola perla de vidrio de sílice como una partícula Browniana. La partícula fue atrapada en un pozo de potencial doble. Se observó que el calor disipado medio se saturaba en el límite de los ciclos de borrados en periodos largos (Bérut et al., 2012). En junio del mismo año, Orlov et al. reportaron la primera prueba experimental del principio de Landauer en operaciones lógicas reversibles, en la cual se mide la disipación de energía mucho menor que el límite de Landauer (a un sub nivel de $k_B T$) mientras que operaciones irreversibles disipan mucho mas que el límite de Landauer (Orlov et al., 2012).

Fue en agosto del año 2014 que resultados presentados por Jun et al. muestran la primera prueba directa que confirma la predicción de Landauer de un gasto energético en la acción de eliminación

de $\ln 2$ por bit de información. Además, en octubre del mismo año, la colaboración entre David Reeb y Michael M. Wolf proporcionaría la versión teórica definitiva del principio de Landauer cuántico, que contiene todos los requerimientos para que sea considerada una teoría a base de la mecánica cuántica estadística.

En 2018 gracias a la colaboración de L. L. Yan y varios investigadores de China, se logró demostrar por primera vez de manera experimental el principio de Landauer cuántico propuesto por Reed y Wolf mediante la evolución de una correlación sistema-reservorio y el cambio de la entropía durante los procesos de eliminación de información en donde se utilizó un ion ultratrío atrapado de $^{40}\text{Ca}^+$ como qubit atómico, compuesto de sus dos estados internos (Yan et al., 2018).

En marzo de 2020, Saira et al. midieron el límite de Landauer a 500 mK en una celda lógica de flujo superconductora (Olli-Pentti et al., 2020).

En noviembre de 2021, Vu y Saito investigaron la disipación de energía asociada con el tiempo finito de eliminación de información y el efecto de la coherencia cuántica en tales procesos. Así, se demostró, haciendo uso de un sistema de un único qubit, que la energía disipada está limitada desde abajo por el costo convencional de Landauer, al igual que un término de corrección inversamente proporcional al tiempo operacional (Tan Van et al., 2021).

Finalmente en abril de 2022 Hashimoto y Uchiyama, en su estudio del efecto de la coherencia cuántica sobre el principio de Landauer, presentan un material académico donde resumen la estructura matemática y los criterios físicos que se deben tomar en cuenta para el alcance del límite mínimo de disipación de energía, proporcionando así un desarrollo teórico más preciso sobre este principio cuántico termodinámico. También, en noviembre del mismo año, Frank Z. Wang realizó un estudio donde cambió el paradigma común de que el límite de Landauer se mantiene únicamente en medidas cuánticas irreversibles. En dicho estudio, se extrajo un único spin de un experimento de interacción magnética spin-spin para demostrar que el límite de Landauer puede ser cuantitativamente violado por un factor de $10^4 \sim 10^{10}$ a través de tunelamiento cuántico de spin (Frank Zhigang, 2022).

1.2. Medidas cuánticas

La evolución de un sistema cerrado siempre está sujeto a ser medido por un observador, un sistema físico externo, que observa el sistema para averiguar que está sucediendo dentro del mismo. Para la descripción del estado de un sistema cuántico fundamentalmente en el Tercer Postu-

lado de la Mecánica Cuántica: el postulado de las medidas cuánticas dicta que las mediciones cuánticas están descritas por una colección de $\{\widehat{M}_m\}$ operadores de medida. Si el estado del sistema cuántico es $|\psi\rangle$ inmediatamente antes de la medida, entonces la probabilidad de que el resultado m ocurra es dado por

$$p(m) = \langle \psi | \widehat{M}_m^\dagger \widehat{M}_m | \psi \rangle, \quad (1.1)$$

y el estado del sistema después de que la medida se haya realizado es

$$\frac{\widehat{M}_m |\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | \widehat{M}_m^\dagger \widehat{M}_m | \psi \rangle}}. \quad (1.2)$$

A su vez, los operadores de medición deben cumplir con la ecuación de completitud,

$$\sum_x \widehat{M}_m^\dagger \widehat{M}_m = \widehat{I}, \quad (1.3)$$

esto implica que la ecuación de completitud expresa el hecho que la suma de las probabilidades resulta igual a uno.

De esta manera, el postulado de la medición cuántica envuelve dos elementos de importancia: primero, nos da un método para describir la estadística de las medidas, y segundo, nos brinda una regla que describe el estado del sistema después de realizar la medición. Éste último punto es de suma relevancia puesto que los objetos de estudio de principal interés son las probabilidades de las medidas salientes. Para estos casos existe una herramienta matemática conocida como el formalismo POVM¹ que se adapta perfectamente a el análisis de éstas medidas.

Suponga que una medición descrita por los operadores de medida \widehat{M}_m es realizada sobre un sistema cuántico en el estado $|\psi\rangle$. Entonces, la probabilidad de que el resultado sea m está dado por la ecuación (1.1). Suponga que definimos $\widehat{E} \equiv \widehat{M}_m^\dagger \widehat{M}_m$, por lo tanto \widehat{E}_m es un operador positivo tal que $\sum_m \widehat{E}_m = \widehat{I}$. Entonces, el conjunto de operadores \widehat{E}_m son suficientes para determinar las probabilidades de las diferentes medidas de salida. Finalmente, los operadores \widehat{E}_m son conocidos como elementos POVM asociados con la medición y el conjunto completo de $\{E_m\}$ son los denominados POVM.

¹El acrónimo POVM proviene del inglés para Positive Operator-Valued Measure (Operador positivo de la medida evaluada) (Michael A et al., 2010)

1.3. Entropía

La entropía es el concepto clave de la teoría de la información clásica y cuántica, de mayor importancia en este último, debido a que mide cuanta incertidumbre existe en el estado de un sistema físico. En el contexto clásico, la descripción más importante de la entropía es la denominada entropía de Shannon que cuantifica cuanta información media obtenemos cuando aprendemos sobre un valor X . Una interpretación alternativa es que la entropía de X mide la cantidad de incertidumbre de X antes de que conozcamos su valor (Shannon, 1948). No obstante, ambas interpretaciones son complementarias.

Así, la entropía de una variable aleatoria es definida como una función de las probabilidades de los diferentes valores que se puede asignar a una variable. Por lo tanto, la entropía de Shannon asociada con las distribuciones de probabilidad está definida como:

$$H(X) \equiv H(p_1, \dots, p_n) \equiv - \sum_x p_x \log p_x. \quad (1.4)$$

1.4. La entropía relativa

La entropía relativa es muy utilizada como una medida de la cercanía de dos distribuciones de probabilidad, $p(x)$ y $q(x)$. La entropía relativa de $p(x)$ a $q(x)$ se define como

$$H(p(x)||q(x)) \equiv \sum_x p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)} \equiv -H(x) - \sum_x p(x) \log q(x). \quad (1.5)$$

Además, la entropía relativa es siempre no negativa, $H(p(x)||q(x)) \geq 0$, y esta desigualdad se convierte en una igualdad sí y solo si $p(x) = q(x)$ para todo x .

La entropía relativa es muy útil porque otras cantidades entrópicas pueden ser consideradas como casos especiales de la entropía relativa (Shannon, 1948). Esta técnica es frecuente en las entropías tanto clásicas como cuánticas.

1.5. Entropía condicional e información mutua

Supongamos que X y Y son dos variables aleatorias, ¿cómo está la información contenida en X relacionada con la información contenida en Y ? A través de dos conceptos fundamentales como lo son la entropía condicional y la información mutua, las cuales a su vez están definidas por la entropía conjunta, que se encuentra implícita en la ecuación (1.4), de forma que la definimos como

$$H(X, Y) \equiv - \sum_{x, y} p(x, y) \log p(x, y), \quad (1.6)$$

esta relación de la entropía conjunta mide la incertidumbre total del par (X, Y) . Ahora supongamos que conocemos los valores de Y , i.e. hemos adquirido también $H(Y)$ bits de información sobre el par (X, Y) . La incertidumbre restante sobre el par está asociada con la falta de información restante sobre X , incluso conociendo Y . Debido a esto, la entropía de X condicionada conociendo Y es por lo tanto definida como

$$H(X|Y) \equiv H(X, Y) - H(Y). \quad (1.7)$$

La entropía condicional es una medida de cuanta incertidumbre tenemos, en media, sobre el valor de X , dado que conocemos el valor de Y .

Otra cantidad de interés, como fue mencionado, es la información mutua, que mide cuanta información X y Y tienen en común, y está definida como

$$H(X : Y) \equiv H(X) + H(Y) - H(X, Y). \quad (1.8)$$

1.6. Entropía de von Neumann

Como fue mencionado, la entropía de Shannon mide la incertidumbre asociada a distribuciones de probabilidades clásicas. Así que para generalizar la definición de la entropía de Shannon a los estados cuánticos, von Neumann definió la entropía de un estado cuántico $\hat{\rho}$, siendo $\hat{\rho}$ un operador de densidad, tal que

$$S(\hat{\rho}) \equiv -\text{tr}(\hat{\rho} \log_2 \hat{\rho}). \quad (1.9)$$

Si λ_x son los autovalores de $\hat{\rho}$, entonces la definición de von Neumann puede ser reescrita como

$$S(\hat{\rho}) = - \sum_x \lambda_x \log_2 \lambda_x. \quad (1.10)$$

1.7. Entropía relativa cuántica y otras cantidades entrópicas

Así como para la entropía de Shannon fue necesario definir la entropía relativa, también en el contexto cuántico es extremadamente útil definirla. Supongamos que $\hat{\rho}$ y $\hat{\sigma}$ son operadores de densidad, por lo tanto la entropía relativa de $\hat{\rho}$ a $\hat{\sigma}$ es

$$S(\hat{\rho}|\hat{\sigma}) \equiv \text{tr}(\hat{\rho} \log_2 \hat{\rho}) - \text{tr}(\hat{\rho} \log_2 \hat{\sigma}). \quad (1.11)$$

La entropía relativa es siempre positiva, i.e. $S(\hat{\rho}|\hat{\sigma}) \geq 0$, tal como lo especifica el teorema de Klein (Klein, 1931). Como se mencionó en secciones previas, la entropía relativa nos ayuda a definir otras cantidades entrópicas, teniendo esto en cuenta es posible definir la entropía cuántica adjunta, la entropía cuántica condicional y la información cuántica mutua, para sistemas cuánticos compuestos. La entropía cuántica adjunta de un sistema compuesto con dos componentes A y B es definido tal que $S(A, B) \equiv -\text{tr}(\hat{\rho}_{AB} \log_2 \hat{\rho}_{AB})$, donde $\hat{\rho}_{AB}$ es la matriz densidad del sistema AB . Una vez definido esto, podemos establecer las versiones cuánticas de la entropía condicional y la información mutua como

$$S(A|B) \equiv S(A, B) - S(B), \quad (1.12)$$

$$S(A : B) \equiv S(A) + S(B) - S(A, B). \quad (1.13)$$

1.8. Principio de Landauer

Las computadoras son máquinas que toman energía, E , y realizan un trabajo, W , con el fin de solucionar un problema (Janet et al., 2010), lo que a su vez genera disipación de calor, Q . Esta emisión de calor es exactamente la diferencia entre la energía que consume la computadora y el trabajo que produce, $E - W = Q$. Tomando esto en cuenta, ¿podría una computadora funcionar sin disipar calor alguno, $Q = 0$? La respuesta claramente es no. Pese a que la existencia de operaciones computacionales reversibles es plausible, i.e. que teóricamente no disipa calor debido a la conservación de la energía, existe aún un límite fundamental para la disipación de calor cuando un bit de información es reescrito y/o eliminado.

El Principio de Landauer establece el límite inferior de este calor generado como $k_B T \ln 2$ cuando una restauración o eliminación de información toma lugar a una temperatura T , siendo k_B la constante de Boltzmann. PL fue originalmente formulado para bits clásicos, no obstante (Lubkin, 1987) tradujo el concepto a estados cuánticos generales $\hat{\rho}$, que disipa al menos una cantidad de calor tal que

$$Q_{\text{eliminado}} \geq k_B T S(\hat{\rho}), \quad (1.14)$$

donde $S(\hat{\rho})$ es la entropía de von Neumann, ecuación (1.9).

Finalmente, David et al. (2014), mencionan que muchos de los malentendidos y controversias alrededor del principio de Landauer parecen apuntar al hecho de que, en términos generales, este no había sido formulado ni demostrado de una forma rigurosa dentro de la estructura de la mecánica cuántica estadística. Así, para solventar este problema, formularon en términos matemáticos y de mecánica estadística el Principio de Landauer Cuántico (PLC), que provee una estructura más precisa. A saber, asumieron los estados iniciales del sistema y el reservorio para ser un estado mixto (o puro) $\hat{\rho}_S$ y un estado térmico $\hat{\rho}_R$, respectivamente. El modelo comienza desde un estado sin correlaciones $\hat{\rho}_{SR} = \hat{\rho}_S \otimes \hat{\rho}_R$ y evoluciona a un estado con correlaciones $\tilde{\rho}_{SR}$ como consecuencia del proceso de eliminación, donde los estados individuales resultan en $\tilde{\rho}_S = Tr_R[\tilde{\rho}_{SR}]$ y $\tilde{\rho}_R = Tr_S[\tilde{\rho}_{SR}]$. Como resultado, el PLC dicta el límite estrecho del costo energético para la eliminación de información por la igualdad (David et al., 2014):

$$\beta\Delta Q = \Delta S + I(S' : R') + D(\tilde{\rho}_R || \hat{\rho}_R), \quad (1.15)$$

donde $\beta = 1/k_B T$ y $\Delta S \equiv S(\hat{\rho}_S) - S(\tilde{\rho}_S)$. Tomando todo esto en cuenta, dentro del contexto cuántico, la estructura general de la eliminación de información satisface los siguientes requisitos:

- El protocolo debe envolver un sistema que contenga información S y un reservorio térmico R .
- El reservorio R debe estar inicialmente en equilibrio termodinámico con una temperatura inversa β .
- El sistema S y el reservorio R deberán estar inicialmente sin correlaciones, $\hat{\rho}_{tot}(0) = \hat{\rho}_S(0) \otimes \hat{\rho}_R$, donde $\hat{\rho}_{tot}(0)$ es el operador de densidad total de $S + R$ y $\hat{\rho}_S(0)$ es el operador de densidad reducido de S .

El proceso de eliminación de información previamente formulado genera inevitablemente intercambio de energía, o disipación de energía, entre el sistema y el reservorio.

Por lo tanto, el PLC afirma que la energía disipada posee un límite inferior, el cual es denominado como el límite entrópico. Así, a causa de cualquier desviación des la preparación inicial del sistema total, por el segundo y tercer término de la ecuación (1.15) se crea una correlación sistema-reservorio. Además, tanto la $I(S' : R')$ y $D(\tilde{\rho}_R || \hat{\rho}_R)$ son positivas en el proceso de eliminación de información cuántica. Como resultado la igualdad de la ecuación (1.15) provee una versión cuántica de la desigualdad de Landauer

$$\beta\langle\Delta Q\rangle \geq \Delta S, \quad (1.16)$$

el cual establece que la disipación media de energía está acotada desde abajo por la correspondiente reducción de la entropía de von Neumann como

$$\mathcal{L}_E \equiv \frac{1}{\beta}\Delta S, \quad (1.17)$$

siendo \mathcal{L}_E el límite entrópico o el límite de Landauer.

CAPÍTULO II

2. MARCO METODOLÓGICO

Para estudiar el problema de esta investigación se hizo uso del lenguaje de programación *Python 3.10.9*, implementando el módulo *Qiskit*, una librería de Python multiplataforma desarrollada por IBM y enfocada en programación de computadoras cuánticas para la generación de circuitos y ejecución de operaciones sobre los mismos, las cuales son necesarias para el buen funcionamiento de las simulaciones.

2.1. Tomografía de estados cuánticos

La preparación, manipulación y posterior caracterización de sistemas cuánticos es una tarea fundamental para el procesamiento de la información cuántica. Las mediciones realizadas sobre sistemas cuánticos proyectan el mismo sobre un estado probable. Por tanto, no es posible conocer el estado de un sistema con todo detalle utilizando una sola copia. En ese mismo sentido, el teorema de no clonación de la mecánica cuántica prohíbe la producción de varias copias de un estado desconocido para su posterior reconstrucción (Wootters et al., 1982). Sin embargo, si se posee una fuente de sistemas cuánticos que estén idénticamente preparados, es posible reconstruir sus estados cuánticos a través de la tomografía de estados cuánticos (QST, por sus siglas en inglés).

La tomografía de estados cuánticos es un proceso experimental donde el ensamblado de sistemas cuánticos desconocidos, pero idénticamente preparados, son caracterizados por una secuencia de medidas en diferentes bases, permitiendo la reconstrucción de su matriz de densidad (Gonçalves et al., 2011). Determinar las bases que se utilizan para implementar una tomografía cuántica de estados para reconstruir la matriz de densidad de un qubit es equivalente a determinar los parámetros de Stokes de polarimetría clásica para un haz de luz. Esto implica que la matriz de densidad siempre puede escribirse en términos de

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(\hat{I} + \mathbf{s} \cdot \hat{\sigma}), \quad (2.1)$$

o,

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^3 s_{\mu} \sigma_{\mu}, \quad (2.2)$$

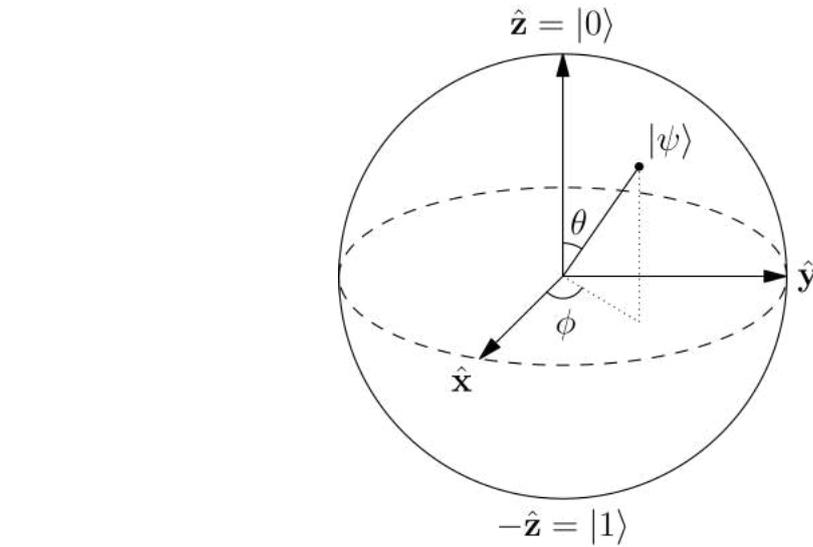


Ilustración 2-1: Esfera de Bloch, una representación geométrica de un sistema cuántico de dos niveles.

Fuente: Glosser.ca, 2012.

donde $\hat{\sigma}$ son las matrices de Pauli y $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ es un vector perteneciente a \mathbb{R}^3 mejor conocido como vector de Bloch, y describe completamente el estado de un qubit. Además, para poder asegurar que la estimación de la matriz de densidad sea físicamente correcta, es necesario restringirla al espacio $S = \{\hat{\rho} \mid \hat{\rho} = \hat{\rho}^\dagger; \hat{\rho} \geq 0; \text{tr}(\hat{\rho}) = 1\}$. Este espacio hace que $\hat{\rho}$ sea hermitiana y semi-definida positiva, además de ser normalizada, por tanto el vector de Bloch tiene que cumplir que $s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 \leq 1$, es decir, \mathbf{s} está contenido en una esfera de radio unitario denominada esfera de Bloch y se observa en la ilustración 2-1. El interior de la esfera corresponderá a los estados mixtos, mientras que si nos restringimos a qubits puros, entonces el vector de Bloch correspondiente se encuentra sobre la superficie de la esfera (James et al., 2001). Esta característica permite la parametrización polar:

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \right) \rightarrow \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle, \quad (2.3)$$

lo que convierte esta relación en el mejor candidato para crear una puerta cuántica universal de rotación general debido a que permite mapear la esfera de Bloch.

De esta manera, la tomografía cuántica de estados para la reconstrucción de la matriz de densidad es un problema de tipo de inferencia estadística que son llamados estimación de parámetros restringidos (Berger et al., 2001).

El método que se utiliza con mayor frecuencia para la estimación de estos parámetros es la estimación de máxima verosimilitud (MLE, por sus siglas en inglés de *maximum likelihood estimation*). Este método busca la matriz de densidad que maximiza la probabilidad de obtener datos experimentales, restringiendo la búsqueda a matrices semi-definidas positivas y con traza unitaria (Gonçalves et al., 2011), cumpliendo así con las restricciones impuestas por el espacio S .

En tomografía cuántica de estados, la estimación de máxima verosimilitud puede ser formulada como

$$\begin{aligned} & \max_{\hat{\rho}} \quad \mathfrak{L}(\hat{\rho}) \\ \text{tal que} \quad & Tr(\hat{\rho}) = 1, \quad \hat{\rho} \geq 0, \end{aligned} \tag{2.4}$$

donde $\mathfrak{L}(\hat{\rho})$ es la probabilidad de obtener los datos experimentales de salida, también es llamada la función de verosimilitud.

Usualmente, en lugar de maximizar $\mathfrak{L}(\hat{\rho})$, es más sencillo minimizar el negativo del logaritmo de la función de verosimilitud,

$$\mathfrak{F}(\hat{\rho}) = -\log \mathfrak{L}(\hat{\rho}), \tag{2.5}$$

de esta manera, el problema se resume a

$$\begin{aligned} & \min_{\hat{\rho}} \quad \mathfrak{F}(\hat{\rho}) \\ \text{tal que} \quad & Tr(\hat{\rho}) = 1, \quad \hat{\rho} \geq 0. \end{aligned} \tag{2.6}$$

Por lo tanto, en este trabajo utilizamos el MLE con el fin encontrar una matriz de densidad que maximice la probabilidad de obtener datos experimentales observacionales, restringiendo la búsqueda a una matriz perteneciente al espacio S . En este sentido, es necesario resolver un problema de optimización restringida. El código que especifica la reconstrucción de la matriz de densidad relacionada al estado de un qubit se encuentra en el anexo A.

2.2. Eliminación de información

En teoría cuántica de información, los datos son transportados por los qubits donde la información es codificada como una superposición de sus posibles estados cuánticos. Así mismo, como se ha comentado previamente, el teorema de no clonación es importante para el procesamiento de información cuántica, al igual que el teorema de no eliminación de información. Ambos teoremas

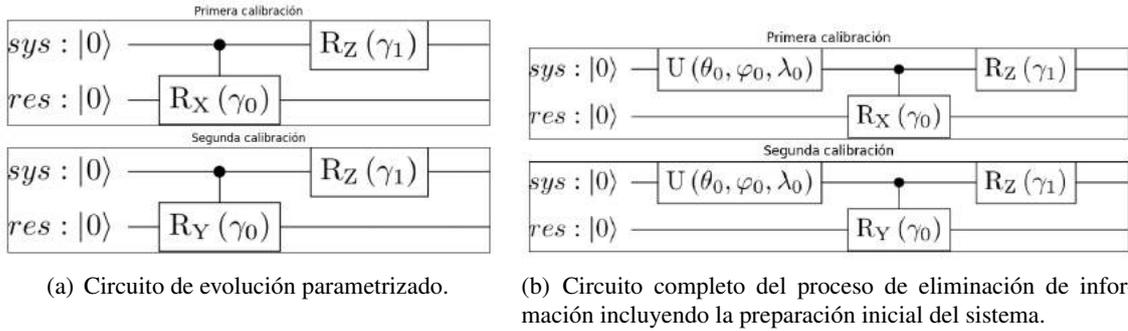


Ilustración 2-2: Circuitos cuánticos empleados para la simulación del principio de Landauer.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

garantizan, parcialmente, la seguridad de la comunicación cuántica (Xu et al., 2009).

Además, se ha demostrado que el teorema de no eliminación y de no clonación en sistemas cuánticos cerrados son una consecuencia de la conservación de la información cuántica (Horodecki et al., 2003). No obstante, para sistemas cuánticos abiertos, los estados cuánticos pueden ser eliminados (Jozsa, 2002). Este es un resultado significativo porque los sistemas cuánticos abiertos son muy comunes en el procesamiento de información (Yao et al., 2010). En particular, cuando se realizan medidas, debido a que el sistema después de la medida se convierte en un sistema cuántico abierto. Por lo tanto, los estados cuánticos pueden ser perfectamente o parcialmente eliminados en sistemas cuánticos abiertos, pero la información borrada no puede ser recuperada a diferencia de muchos de los sistemas clásicos, como consecuencia se genera un proceso irreversible.

Por otra parte, ¿a qué nos referimos cuándo hablamos de eliminación de información? Yao et al. (2010) en su investigación, 'eliminan' información haciendo uso del operador SWAP, sin embargo la operación SWAP no es una operación de eliminación debido a que el sistema de estudio es intercambiado con un registro cuántico auxiliar. Crickmore et al. (2020) definen la eliminación de estados cuánticos como el proceso de excluir uno o más estados cuánticos posibles de un sistema cuántico, 'eliminando' información al reducir la probabilidad de ciertos estados. En esta investigación implementaremos la eliminación de información al reducir la coherencia de manera controlada en la matriz de densidad del sistema después de estar en interacción con otro qubit, denominado reservorio.

El protocolo de eliminación cuenta con dos diferentes calibraciones de la puerta de control (CRX y CRY), ilustración 2-2(a), a la vez que el sistema para ambas calibraciones poseen preparaciones iniciales de superposición (ejes X y Y de la esfera de Bloch), ilustración 2-2(b). La solución del

circuito de ambas calibraciones para una preparación inicial de superposición en el eje X de la esfera de Bloch nos lleva a la siguiente matriz de densidad del sistema

$$\hat{\rho}_s(\aleph) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \aleph(\gamma_0, \gamma_1) \\ \aleph^*(\gamma_0, \gamma_1) & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

donde definimos $\aleph(\gamma_0, \gamma_1)$ como el *factor de coherencia controlada*, y es igual a

$$\aleph(\gamma_0, \gamma_1) = \cos \frac{\gamma_0}{2} \cdot e^{-i\gamma_1/2}, \quad (2.8)$$

donde γ_0 modula el entrelazamiento entre el sistema y el reservorio, mientras que γ_1 corresponde al cambio de la fase relativa entre los estados 0 y 1 en el sistema. Adicionalmente, la determinación de la matriz de densidad del sistema para cualquier estado de superposición inicial está definida como:

$$\hat{\rho}_s(\aleph) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^*\aleph(\gamma_0, \gamma_1) \\ \beta\alpha^*\aleph^*(\gamma_0, \gamma_1) & |\beta|^2 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

donde α y β son las amplitudes de probabilidad del estado inicial de preparación del sistema. La demostración de las definiciones presentadas en las ecuaciones (2.7), (2.8) y (2.9) se encuentra en el anexo B.

2.3. Mitigación de errores

QPUs (unidades de procesamiento cuánticos, por sus siglas en inglés *quantum processing unit*) que poseen imperfecciones en las computadoras cuánticas y procesos de medición son frecuentemente llamados dispositivos cuánticos ruidosos de escala intermedia o NISQ por sus siglas en inglés *noisy intermediate-scale quantum* (Preskill, 2018). Un tiempo de coherencia (T_2) finito y un desempeño imperfecto de las puertas cuánticas limitan la complejidad de los algoritmos que pueden ser implementados en los dispositivos NISQ (Bharti et al., 2022). Por consiguiente, es de gran importancia reducir estos errores usando algoritmos de corrección de errores cuánticos, o reduciendo la cantidad de puertas (la profundidad) necesitadas para completar un algoritmo.

Para poder implementar un proceso de mitigación de errores en los circuitos a ser ejecutados, postulamos la existencia de una matriz $2^N \times 2^N$ tal que

$$\mathbf{M} \mathbf{X}_{exp} = \mathbf{X}_{ideal}. \quad (2.10)$$

Donde \mathbf{X}_{exp} posee los datos que se mitigarán y \mathbf{M} es la matriz de correlación que contiene la

información de mitigación. Notemos que si el dispositivo no es propenso a errores, entonces M es la matriz identidad. Para un dispositivo que sí es propenso a errores, M posee elementos diferentes de cero fuera de la diagonal principal (Jattana et al., 2020). De esta manera, el propósito del método de mitigación de errores es proponer un procedimiento que pueda ser implementado en dispositivos, que logren tomar los datos de salida y colocarlos en M con el fin de usarlos para la eliminación de errores. También, debemos tomar en cuenta que se requerirán 2^N circuitos de ser ejecutados para la mitigación, donde N es el número de qubits.

Una vez obtenida la matriz de correlación del sistema, adquirida a través del número de cuentas resultantes de la ejecución del circuito, somos capaces de usarla para mitigar errores, pero cuando nos proponemos a resolver la ecuación (2.10) para X_{exp} nos enfrentamos con un problema. Si simplemente hacemos uso de la matriz inversa de M para resolver este problema nos podemos encontrar con valores de X_{exp} fuera del intervalo de restricción $0 \leq X_{exp} \leq 1$ (Jattana et al., 2020). Para evitar este problema hacemos uso de mínimos cuadrados. Por lo tanto cambiamos el problema a encontrar el mínimo de la función

$$f(x) = \sum_{i=1}^{2^N} (x_{exp} - (M \cdot X_{ideal}))^2, \quad (2.11)$$

dada las restricciones $0 \leq x_i \leq 1$ y $\sum x_i = 1$ para todo $i = 1, \dots, 2^N$.

Es relevante notar que aunque la ecuación (2.10) no puede ser usada en algunos casos donde la matriz M no posee inversa semidefinida positivamente y de traza unitaria, usar la ecuación (2.11) es siempre posible (Geller, 2020). Esto hace del método de mitigación de errores una útil y necesaria herramienta de calibración.

Asimismo, el código que se implementa en esta investigación para la mitigación de errores se encuentra en el anexo C.

2.4. Diseño experimental

Para poder identificar, organizar y cuantificar el esfuerzo computacional y las consecuencias del efecto de eliminación de información se hace uso del diseño experimental mostrado en la ilustración 2-3, donde podemos reconocer el estado bifactorial de la investigación al usar o no la mitigación de errores. Además, podemos distinguir las características principales del proceso de experimentación, tales como: la ejecución de dos diferentes preparaciones iniciales, superposición en eje X y Y en la esfera de Bloch respectivamente, al que se procede de inmediato a

DISEÑO EXPERIMENTAL

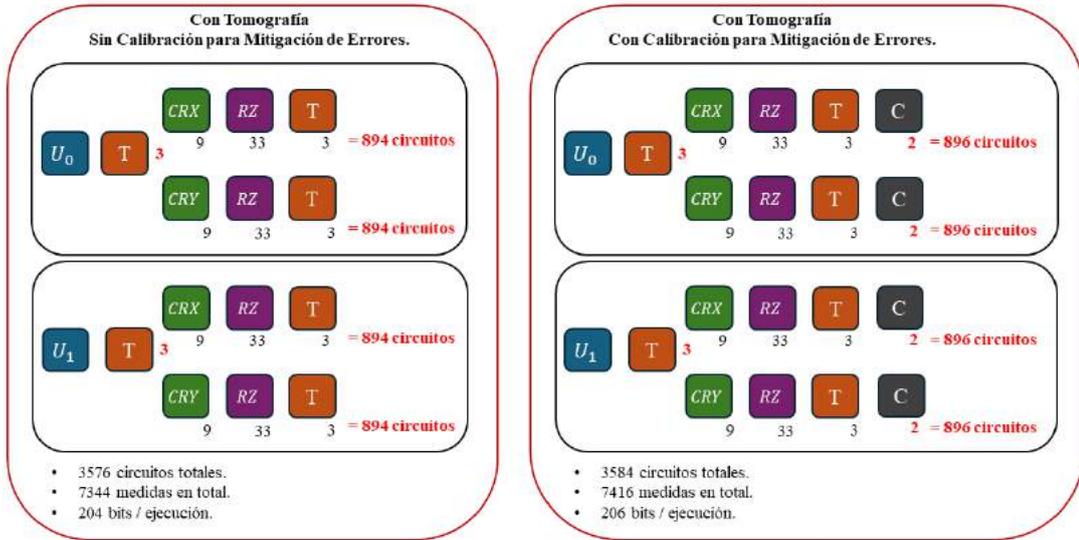


Ilustración 2-3: Diseño experimental del protocolo de eliminación de coherencia controlada en la matriz de densidad del sistema.

Fuente: Cedeño, J. O., 2024.

aplicar la tomografía cuántica de estados para la reconstrucción de la matriz de densidad inicial del sistema; a continuación el circuito sin mitigación evoluciona con el protocolo de eliminación de información para así, finalmente, poder reconstruir el estado final del sistema al aplicar la correspondiente tomografía cuántica de estados. Por el contrario, al aplicar la mitigación se adiciona el proceso de calibración para la reconstrucción de la matriz de correlación correspondiente.

Al cuantificar los procedimientos de cada factor obtenemos:

- Sin mitigación: existe que por cada configuración de la puerta de control entre el sistema y el reservorio, parámetro γ_0 en tabla 2-1, tenemos 33 valores diferentes de la puerta de rotación zeta en el sistema, parámetro γ_1 en la misma tabla, dándonos un total de 297 circuitos; además para el proceso de tomografía se necesita ejecutar cada uno de los circuitos tres veces en el proceso de la reconstrucción de los parámetros de Stokes, teniendo finalmente un total de 894 circuitos por cada lote de puertas de control (9), 1788 por cada tipo de puerta de control (2) y finalmente un total de 3576 circuitos por ejecutar. Adicionalmente, por cada ejecución individual de las puertas de control se requerirá hacer 204 mediciones, 102 por cada qubit, teniendo que implementar así 7344 mediciones.
- Con mitigación: conserva la misma configuración del proceso anterior, sin embargo por cada configuración del lote de puertas de control se le agrega dos circuitos extras al medir las calibraciones de las bases computacionales, obteniendo un total de 936 circuitos por

Tabla 2-1 Valores de evaluación para los parámetros de entrelazamiento y fase relativa.

γ_0	0	30	45	60	90	120	135	150	180
γ_1	0	5	7	10	15	30	45	60	90
	95	97	100	115	120	135	150	180	185
	187	190	195	210	225	240	270	275	277
	280	285	300	315	330	350			

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

cada lote de puertas de control (9), 1872 por cada tipo de puerta de control (2) y finalmente un total de 3744 circuitos para este factor. Así mismo, se implementarían 102 medidas al reservorio y 104 medidas al sistema, con un total de 206 mediciones por cada valor de CRX (CRY), significando un total de 7416 mediciones.

De esta forma logramos ser conscientes del coste computacional que la investigación requerirá, donde se posee un total de 7160 unidades experimentales, las mismas que serán evaluadas procesadores cuánticos virtuales que simulan ruido.

2.4.1. *Procesador cuántico virtual*

El objetivo principal del uso de los circuitos cuánticos es poder ser procesados dentro de una computadora cuántica real para lograr estudiar su comportamiento de manera correcta, no obstante, dichas computadoras poseen imposiciones físicas que impiden su estudio en las condiciones ideales. De manera fortuita, para lograr observar el comportamiento de los circuitos cuánticos bajo estas condiciones existen los backends virtuales. Qiskit, en su amplia gama de módulos, posee simuladores virtuales, de los cuales nos enfocaremos momentáneamente en los proporcionados

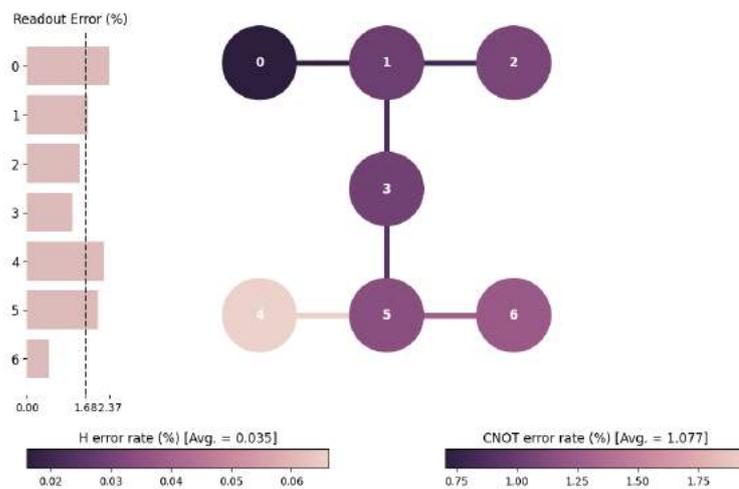


Ilustración 2-4: Arquitectura de qubits en FakePerth.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

por Qiskit Aer.

Qiskit Aer es un simulador de alto rendimiento para circuitos cuánticos que proporciona varios backends para ejecutar con o sin ruido, a la vez que puede brindar diferentes métodos de simulación para lograr diferentes objetivos. El simulador más simple de ejecución que ofrece Qiskit Aer es *Statevector*, cuya principal función es retornar el estado cuántico del circuito sin realizar medidas sobre los qubits. No obstante, un experimento real sí ejecuta medidas en cada qubit, usualmente en la base computacional $|0\rangle$ y $|1\rangle$, que en qiskit se efectúa de manera automática utilizando mediciones con la matriz σ_z de Pauli. Es decir, sin medidas no podemos obtener información del estado del circuito cuántico, puesto ellas fuerzan al sistema cuántico hacia el colapso en información clásica. Adicionalmente, para poder reconstruir el análisis estadístico sobre la distribución de los estados debemos repetir el circuito tantas veces como sea necesario, entre mayor sea la cantidad de veces que se ejecute, mejor será la aproximación estadística, pero se necesitará más recursos computacionales en el cálculo.

Por otro lado, qiskit nos ofrece una alternativa más aproximada a la realidad, el denominado módulo de proveedores falsos, que contiene falsos backends. Los falsos backends son construidos para mimetizar el comportamiento de los sistemas cuánticos de IBM, a la vez de contener toda la información importante sobre ellos, como las puertas básicas, los errores de las puertas, entre otros. Dentro del gran listado de backends virtuales que proporciona, en esta investigación nos centraremos en utilizar el llamado *Fake Perth*, que es un dispositivo cuántico de siete qubits que responde a la arquitectura que se visualiza en la ilustración 2-4, y será utilizado para generar datos con ruido artificial.

Adicionalmente, para entender de mejor manera lo que sucede en los procesadores cuánticos reales debemos entender como las computadoras cuánticas de IBM funcionan. IBM utiliza qubits transmon para sus sistemas, aquellos qubits son cajas de pares de Cooper insensibles a la carga que se comportan como osciladores anarmónicos, que permiten preparar un qubit en su estado base, o excitado, además de actuar sobre un qubit con operadores cuánticos arbitrarios a través de pulsos de microondas (Koch et al., 2007). Los operadores y las puertas son llevadas a cabo a través de formas de onda que son empíricamente creadas por los ingenieros de IBM que prevén la acción apropiada de una operación mecánico cuántica (Hanks, 2021).

CAPÍTULO III

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

3.1. Preparación inicial de los circuitos cuánticos

De la arquitectura previa del circuito en ilustración 2-2(b), donde se observa la utilización de dos qubits inicialmente preparados en el estado $|0\rangle$ respetando los criterios de DiVincenzo, se procedió a ilustrar las preparaciones iniciales de los qubits, sobre los cuales se ejecutará el circuito, en la representación de estados de la esfera de Bloch, tal como se visualiza en la ilustración 3-1, que especifica las configuraciones del estado inicial del sistema (qubit *sys*) en los diferentes ejes de la sección transversal *XY* y del reservorio (qubit *res*). A su vez, para conseguir las dos diferentes preparaciones iniciales de superposición en el sistema, como se especifica dentro del diseño experimental en la ilustración 2-3, se optó por aplicar una puerta cuántica universal de rotación general parametrizada por tres variables angulares, cuya expresión matemática fue presentada previamente en la ecuación 2.3.

Por otra parte, es importante mencionar que, en general, se puede comprender de mejor manera el objetivo de esta configuración de qubits tomando como referencia el modelo Espín-Bosón, cuyo protocolo describe el acoplamiento lineal de un sistema de dos niveles y un ambiente bosónico inicialmente preparado en el equilibrio térmico con una cierta temperatura inversa β , definida previamente en la sección 1.8. De esta forma, sabemos que los parámetros fundamentales del Hamiltoniano que describe el modelo son: la diferencia de energía entre el estado excitado y el estado fundamental del sistema de espín, las distintas energías a las que se encuentran cada

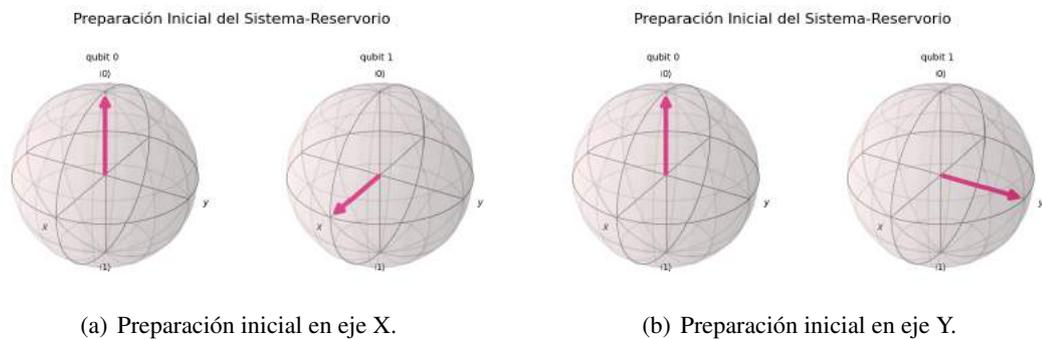


Ilustración 3-1: Representación de Bloch de los estados iniciales del sistema y reservorio en sus distintas preparaciones iniciales.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

uno de los modos vibracionales del reservorio bosónico y los acoples del sistema con los modos vibracionales. En otras palabras, esta analogía nos sirve para determinar que básicamente la configuración del circuito cuántico simula la utilización de un sistema acoplado a un oscilador armónico cuántico; no obstante dicha caracterización matemática no será utilizada en esta investigación debido a su enfoque en la computación cuántica, por lo que se tomará solo pocas características generales del modelo como la diferencia de energía entre el estado excitado y fundamental del sistema, además de la temperatura del estado termal del reservorio.

Asimismo, es relevante mencionar que en la preparación inicial de los qubits, tanto el sistema como el reservorio carecen de correlación alguna entre ellos. Como consecuencia, esta estructura de preparación nos permite escribir el estado inicial $\hat{\rho}_{\text{tot}}(0)$ de todo el sistema de qubits tal que

$$\hat{\rho}_{\text{tot}}(0) = \hat{\rho}_{\text{R}}^{\text{eq}} \otimes \hat{\rho}_{\text{S}}(0). \quad (3.1)$$

3.2. Resultados en procesador virtual

3.2.1. Datos sin mitigación de errores

Dada la configuración inicial del circuito, se procedió a ejecutar dicha composición en el procesador virtual que simula ruido llamado *FakePerth*. Así, se ejecutó nueve diferentes calibraciones iniciales por cada una de las cuatro configuraciones generales del circuito cuántico, es decir, dos preparaciones iniciales, eje X y eje Y , y dos tipos diferentes de puertas de control, CRX y CRY; obteniendo así la caracterización entrópica del sistema inicial para las diferentes calibraciones, las cuales se observan en la tabla 3-1.

Tabla 3-1 Resultados de las entropías de las diferentes calibraciones iniciales del sistema (qubit Sys) sin la mitigación de errores.

	CRX(X)	CRX(Y)	CRY(X)	CRY(Y)
Calibración 1	0.044577	0.059231	0.044961	0.062333
Calibración 2	0.047120	0.058851	0.048762	0.065236
Calibración 3	0.043304	0.062425	0.046301	0.063089
Calibración 4	0.046490	0.058999	0.044755	0.060321
Calibración 5	0.047235	0.063090	0.047371	0.060604
Calibración 6	0.044585	0.059703	0.047242	0.061140
Calibración 7	0.043887	0.060247	0.044263	0.060044
Calibración 8	0.048317	0.057241	0.044785	0.062670
Calibración 9	0.047162	0.060297	0.043869	0.063218
Media	0.045853	0.060009	0.045812	0.062073
Desviación estándar	0.001778	0.001809	0.001676	0.001695

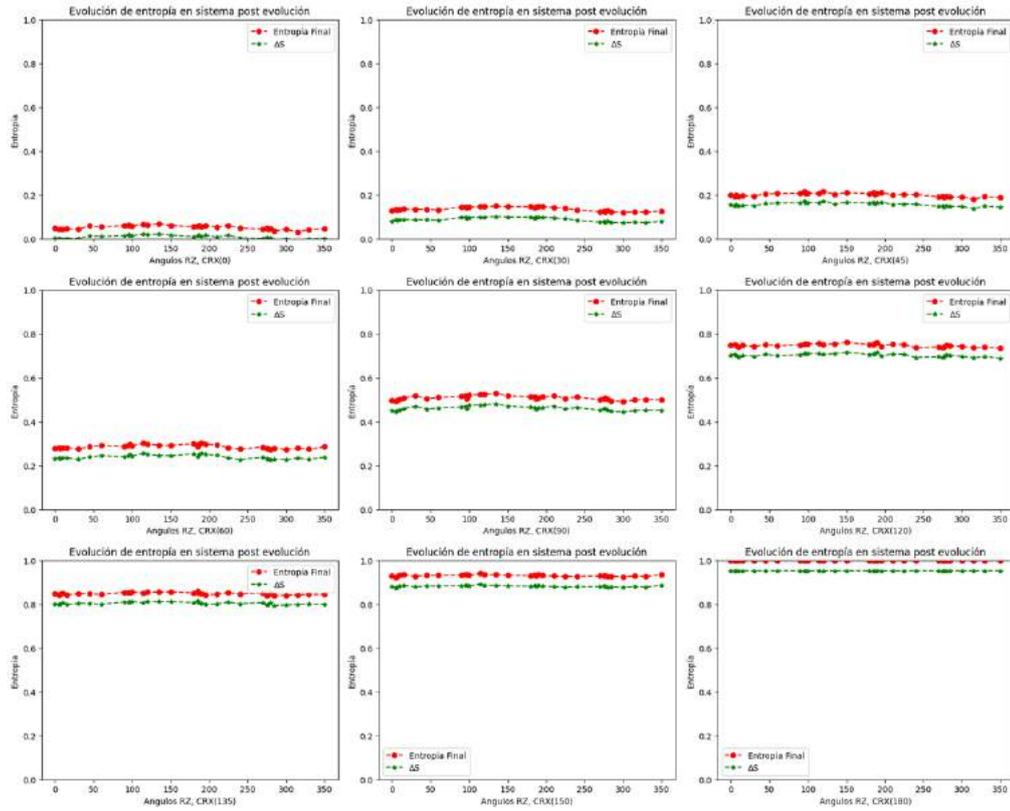
Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

Dentro de los resultados logramos reconocer que en la simulación de las configuraciones generales tenemos entropías en el orden de 10^{-2} para todos los casos, con promedios de 4.5853×10^{-2} y 4.5812×10^{-2} para las preparaciones iniciales en el eje X , además de 6.0009×10^{-2} y 6.2073×10^{-2} para las preparaciones en el eje Y , los cuales son valores muy cercanos a cero con tres ordenes de magnitud en la desviación estándar, por lo que podemos asegurar que tenemos estados iniciales de superposición puros en el sistema. Por su parte, el reservorio también comienza en un estado de pureza $|0\rangle\langle 0|$, que se encuentra localizado en el eje Z positivo de la esfera de Bloch.

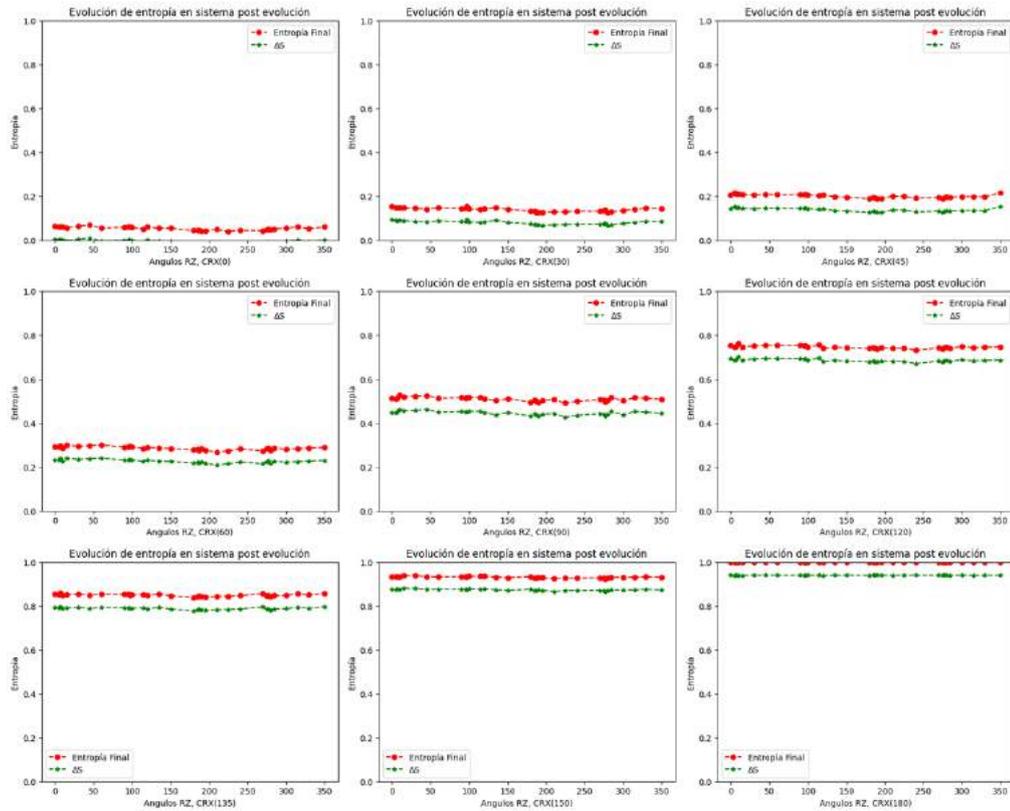
Por consiguiente, una vez caracterizado los diferentes sistemas iniciales se procedió a aplicar el proceso de eliminación controlada de información que tiene como objetivo entrelazar el sistema de espín con el reservorio a la vez que modificar la coherencia en la matriz de densidad del sistema de estudio. El protocolo que ejecuta dicha acción fue presentado en la sección 2.2. Así, el proceso de aplicación de los parámetros se enfoca en mantener un único valor para γ_0 y luego realizar un mapeo con todos los valores de γ_1 , generando treinta y tres ejecuciones del parámetro de fase relativa por cada parámetro de entrelazamiento. Como consecuencia, todas las evaluaciones de los parámetros en el proceso de eliminación controlada de información arrojaron los siguientes resultados:

- **Utilizando CRX:** el efecto entrópico de las ejecuciones sobre el sistema en ambas preparaciones iniciales, eje X y Y de la esfera de Bloch, están presentes en las ilustraciones 3-2(a) y 3-2(b), respectivamente. En aquellos casos podemos observar como la entropía aumenta mediante el parámetro de entrelazamiento avanza hasta π (180°), evolucionando de un estado parcialmente puro a un estado completamente mixto. Además, en todas las gráficas en las ilustraciones podemos observar las curvas de entropía final (curva roja) y variación de entropía ΔS (curva verde), donde podemos notar que poseen un comportamiento de crecimiento muy similar pero con un desplazamiento en el eje de las abscisas puesto en la variación se toma en cuenta también la entropía inicial del sistema, lo que provoca ese pequeño corrimiento, además es un indicador de la presencia de ruido en el procesador cuántico, ya que en el caso ideal del proceso ambas curvas se solaparían, tal como se muestra en las gráficas del anexo D, donde la evolución ideal depende únicamente de la entropía final. Asimismo, se presencia que el parámetro de fase relativa en ambas preparaciones iniciales provoca una evolución de las curvas que fluctúan poco hasta convertirse en casi constante en la calibración de CRX(135), y convirtiéndose finalmente en constante en la última configuración de la puerta de control.

Podemos apreciar de mejor manera las diferencias que existen entre ambas calibraciones



(a) Evolución entrópica del sistema para la configuración de estado inicial en el eje X.



(b) Evolución entrópica del sistema para la configuración de estado inicial en el eje Y.

Ilustración 3-2: Resultados del sistema para puerta de control CRX.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

analizando sus características estadísticas, tal como se muestra en la tabla 3-2, donde se resume la entropía promedio \bar{S} y la desviación estándar σ_S de los datos. Como consecuencia logramos apreciar que la desviación estándar de la entropía final y la variación de entropía del sistema comparten la misma propagación de datos alrededor de la media en ambos casos individuales. No obstante, sí somos capaces de resaltar que debido a que la entropía inicial de las diferentes calibraciones en los ejes son distintas, como se mostró en la tabla 3-1, las variaciones de entropías individuales resultan ser distintas, ya que la entropía inicial es mayor en la preparación del sistema en el eje Y, aunque esta diferencia entre ellas no sea tan significativa, puesto varían a partir de la tercera cifra significativa.

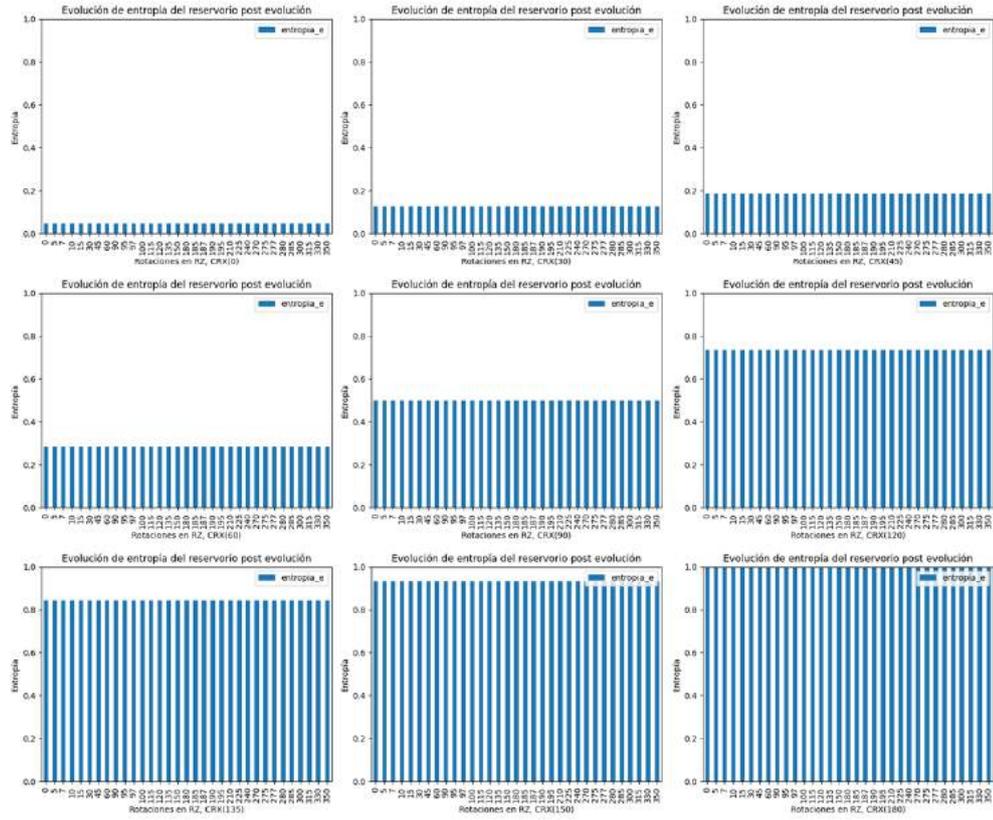
Por otra parte, en la ilustración 3-3 se dan a conocer los resultados de la evolución entrópica del reservorio con respecto a todas las calibraciones ya establecidas. Al analizar el comportamiento de las entropías del reservorio en ambas configuraciones, podemos apreciar como cumple con su función de depósito, alojando la misma cantidad de entropía final del sistema, y por ende modificando la pureza del mismo, hasta llegar a estar totalmente saturado de información en la calibración máxima de la puerta de control. En ambas condiciones iniciales del reservorio la variación entre ellos es mínima, es decir, se puede argumentar que no hay distinción para la evolución del reservorio en dichos casos.

Tabla 3-2 Análisis estadístico de la aplicación de CRX, donde \bar{S} es la entropía promedio y σ_S la desviación estándar.

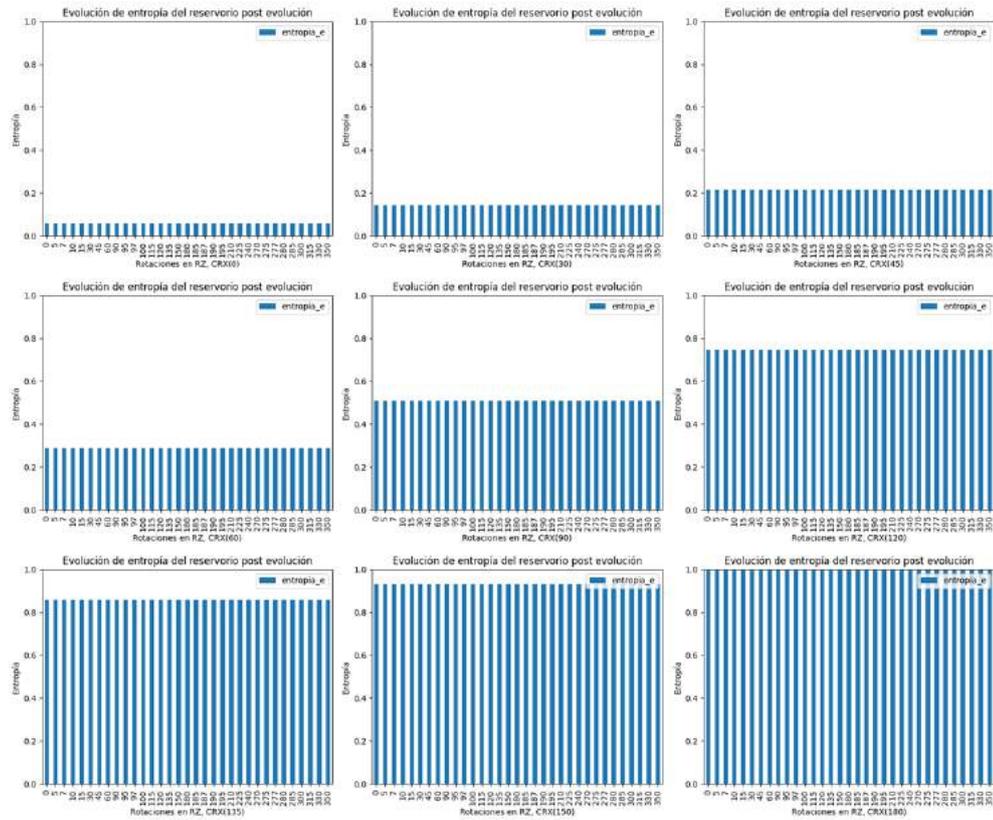
Estado inicial: X									
CRX	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Entropía final									
\bar{S}	0.053541	0.136627	0.200876	0.285868	0.508400	0.748354	0.849476	0.931201	0.999770
σ_S	0.009102	0.009193	0.008605	0.008947	0.009588	0.007062	0.005303	0.003696	0.000122
ΔS									
\bar{S}	0.008964	0.089507	0.157572	0.239377	0.461165	0.703769	0.805588	0.882884	0.952608
σ_S	0.009102	0.009193	0.008605	0.008947	0.009588	0.007062	0.005303	0.003696	0.000122
Estado inicial: Y									
CRX	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Entropía final									
\bar{S}	0.054203	0.139167	0.200370	0.285712	0.509196	0.746203	0.849671	0.930937	0.999817
σ_S	0.007679	0.008314	0.007954	0.007918	0.008931	0.006487	0.004982	0.003541	0.000122
ΔS									
\bar{S}	0.005027	0.080316	0.137945	0.226713	0.446106	0.686500	0.789424	0.873696	0.939520
σ_S	0.007679	0.008314	0.007954	0.007918	0.008931	0.006487	0.004982	0.003541	0.000122

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

- **Utilizando CRY:** los resultados de la aplicación del proceso de eliminación de información, en el sistema de espín para las calibraciones angulares de los parámetros de entrelazamiento y fase relativa ya establecidas pero modificando la puerta de rotación contro-



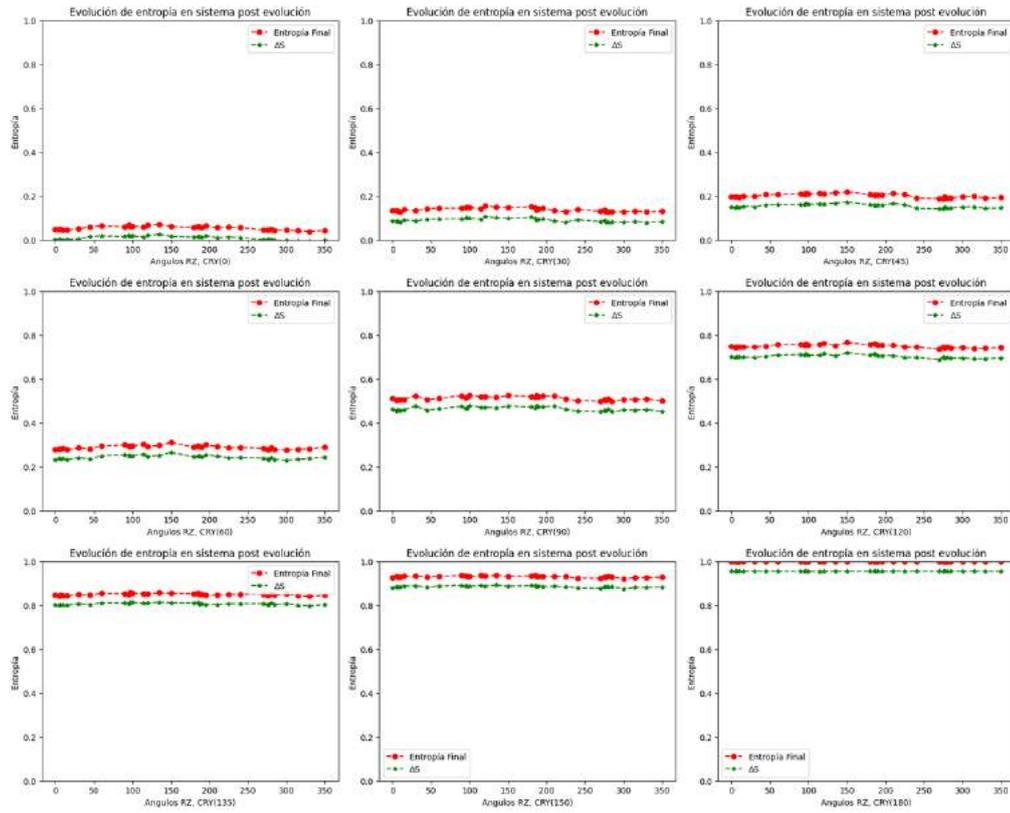
(a) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del sistema en estado inicial en el eje X



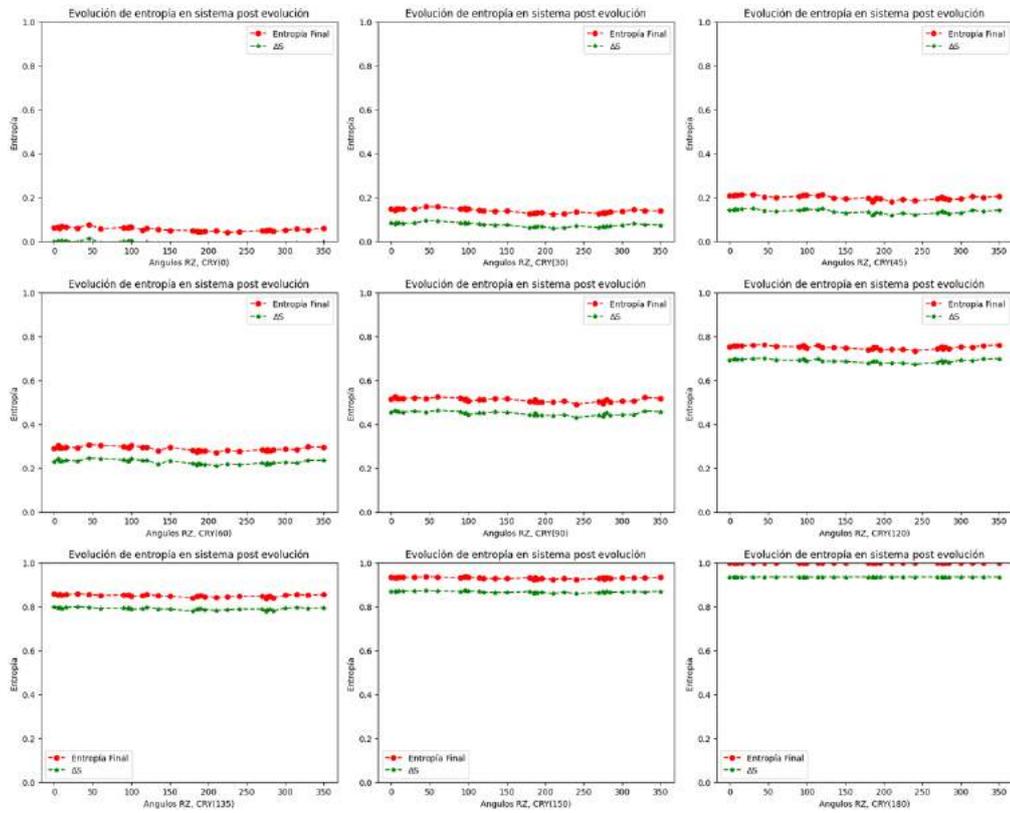
(b) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del sistema en estado inicial en el eje Y

Ilustración 3-3: Resultados del reservorio para puerta de control CRX.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.



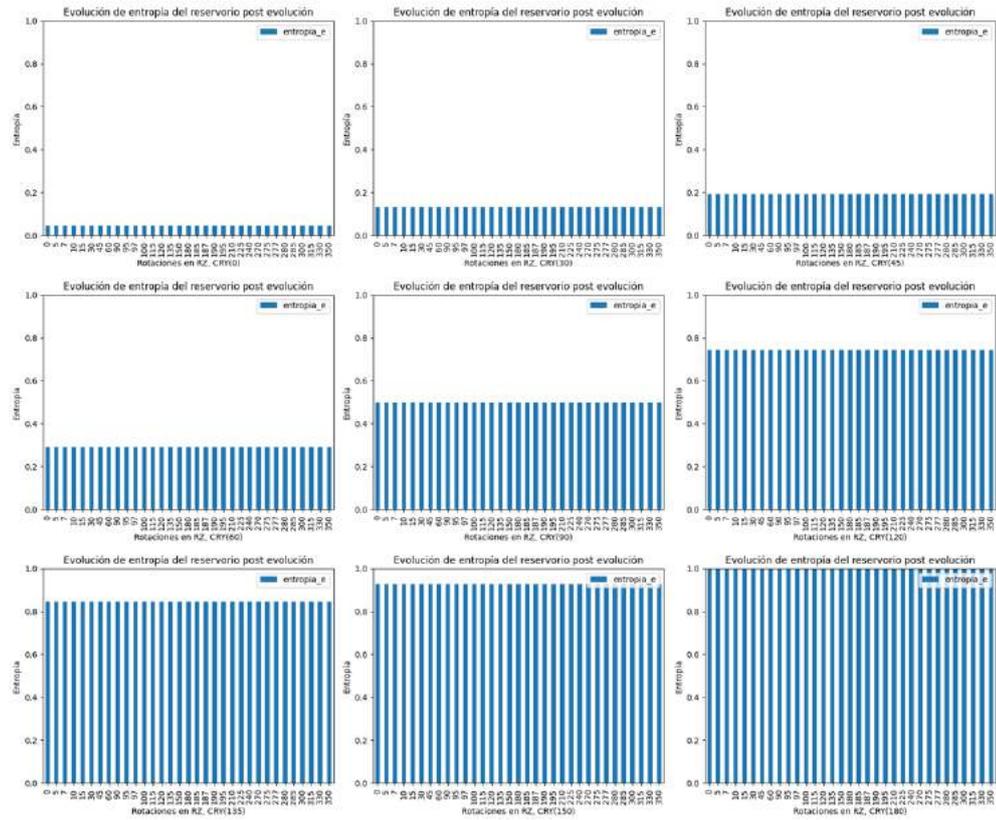
(a) Evolución entrópica del sistema para la configuración de estado inicial en el eje X.



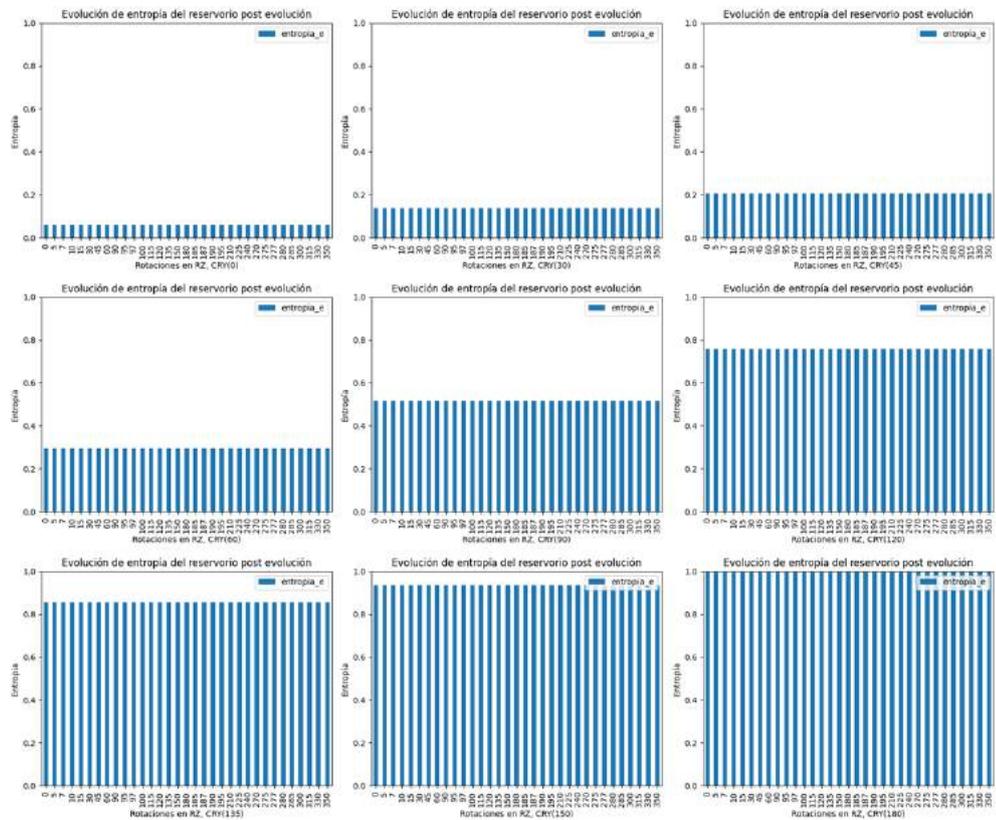
(b) Evolución entrópica del sistema para la configuración de estado inicial en el eje Y.

Ilustración 3-4: Resultados del sistema para puerta de control CRY.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.



(a) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del sistema en estado inicial en el eje X.



(b) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del sistema en estado inicial en el eje Y.

Ilustración 3-5: Resultados del reservorio para puerta de control CRY.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

lada, se encuentran graficados en la ilustración 3-4. En dichas gráficas podemos observar como esta calibración de la puerta de control posee un comportamiento muy similar a las ejecuciones con la puerta de control CRX. A saber: ambas calibraciones iniciales del sistema para el parámetro de entrelazamiento inicial, $CRY(0)$ ($CRX(0)$), también poseen una breve existencia de la curva de variación de entropía ΔS (curva verde), en donde la misma variación de entropía en el caso inicial del sistema en el eje Y se acerca mucho a cero debido a que la entropía inicial en dicho eje es superior a la preparación en el eje X , por lo tanto podemos afirmar que aunque el ángulo de la puerta de rotación es cero en ambos casos (CRX y CRY), la aplicación de dichas puertas ya generan una variación de la entropía en el sistema. Además, las fluctuaciones de las entropías finales (curva roja) existen de igual manera hasta la calibración en $CRY(120)$, donde a partir de este ángulo ambas curvas comienzan a tener un comportamiento constante hasta $CRY(180)$. De la misma manera, las características estadísticas generales de todas las configuraciones de los circuitos para CRY se encuentran en la tabla 3-3, donde podemos observar como los promedios de las entropías finales en ambas preparaciones de las puertas de control cuentan con hasta dos ordenes de magnitud de exactitud en su evolución, no obstante al analizar la dispersión de los datos podemos distinguir como las preparaciones para CRY disminuye en una unidad $\times 10^{-3}$ para la preparación inicial en el eje X y por el contrario aumenta una unidad $\times 10^{-3}$ en el eje Y ; aún así para ambas preparaciones iniciales la desviación estándar en ambas curvas es la misma para las distintas calibraciones de RZ.

Por el contrario, en la ilustración 3-5 se dan a conocer los resultados de la evolución entrópica del reservorio para la configuración actual de la puerta de control, por lo que logramos observar como, al igual que las configuraciones anteriores para CRX , el reservorio funciona como depósito de la entropía final que se escapa del sistema, además es importante mencionar que para todos los casos logramos ver como la configuración inicial de los parámetros de entrelazamiento, es decir cuando $\gamma_0 = 0$, se generan correlaciones entre el sistema y el reservorio, por más que el parámetro angular no se modifique en absoluto. Como consecuencia el reservorio para todas las aplicaciones nunca estará vacío y llegará a su saturación máxima cuando el parámetro angular de entrelazamiento entre el sistema y el reservorio llegue a π .

Una vez finalizada la caracterización entrópica del sistema y del reservorio para las calibraciones ya establecidas, somos capaces además de caracterizar la variación de la fidelidad del sistema, la cual será utilizada como medida de cuánta información hemos eliminado dentro del sistema. Recordemos que la fidelidad, dentro de las medidas de distinguibilidad cuántica, es utilizada para saber qué tan parecidos son dos estados, y está definida como $F(\rho_1, \rho_2) = (Tr(\sqrt{\sqrt{\rho_1}\rho_2\sqrt{\rho_1}}))^2$

Tabla 3-3 Análisis estadístico de la aplicación de CRY, donde \bar{S} es la entropía promedio y σ_S la desviación estándar.

Estado inicial: X									
CRY	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Entropía final									
\bar{S}	0.0536439	0.1391516	0.2019983	0.2874988	0.5114601	0.7496953	0.8511833	0.9318472	0.9997978
σ_S	0.0085525	0.008380	0.0084998	0.0084326	0.0085464	0.0076972	0.0045345	0.0038541	0.0001029
ΔS									
\bar{S}	0.0086829	0.0903896	0.1556971	0.2427434	0.4640892	0.7024536	0.8069199	0.8870618	0.955929054
σ_S	0.0085525	0.0083805	0.0084998	0.0084326	0.0085464	0.0076972	0.0045345	0.0038541	0.0001029
Estado inicial: Y									
CRY	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Entropía final									
\bar{S}	0.0540987	0.1394231	0.2001672	0.2878702	0.5095887	0.7498694	0.8512549	0.9319376	0.9997584
σ_S	0.0085547	0.0092236	0.0092438	0.0093907	0.0084504	0.0073127	0.0054912	0.0036311	0.0001066
ΔS									
\bar{S}	0.0082341	0.0741871	0.1370782	0.2275488	0.4489847	0.6887297	0.7912108	0.8692680	0.9365403
σ_S	0.0085547	0.0092236	0.0092438	0.0093907	0.0084504	0.0073127	0.0054912	0.0036311	0.0001066

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

dentro del intervalo $0 \leq F(\rho_1, \rho_2) \leq 1$. No obstante, con el fin de ahorrarnos el proceso de diagonalización de las matrices de densidad, para esta investigación haremos uso de su expresión explícita para estados de qubits de matrices de dimensión 2×2 definidas semipositivamente, tal como se muestra en Jozsa (1994), como:

$$F(\rho_1, \rho_2) = Tr(\rho_1 \rho_2) + 2\sqrt{\det(\rho_1)\det(\rho_2)}. \quad (3.2)$$

De esta forma, se procedió a calcular la evolución de la fidelidad del sistema al ejecutar la eliminación de coherencia controlada, dichos resultados se muestran en la ilustración 3-6, en la cual podemos observar cuatro gráficas de las cuatro calibraciones generales del circuito en donde el par superior corresponde a las preparaciones iniciales del sistema en el eje X y el par inferior en el eje Y ; además la primera columna de gráficas representa la calibración con la puerta de control CRX y la segunda columna con CRY. Por ende, podemos reconocer principalmente, a rasgos generales, que el comportamiento del proceso de eliminación, o mejor dicho modificación, de la coherencia controlada es muy similar en todas las ejecuciones, por lo tanto comparten características similares, tales como:

1. Se reconoce una conducta de eliminación y creación de información dentro del sistema, puesto las calibraciones de la fase relativa, eje de las ordenadas, varían de una fidelidad máxima a una fidelidad mínima entre 0° y 180° , donde posteriormente en 195° procede a aumentar hasta buscar un máximo cercano a 360° .

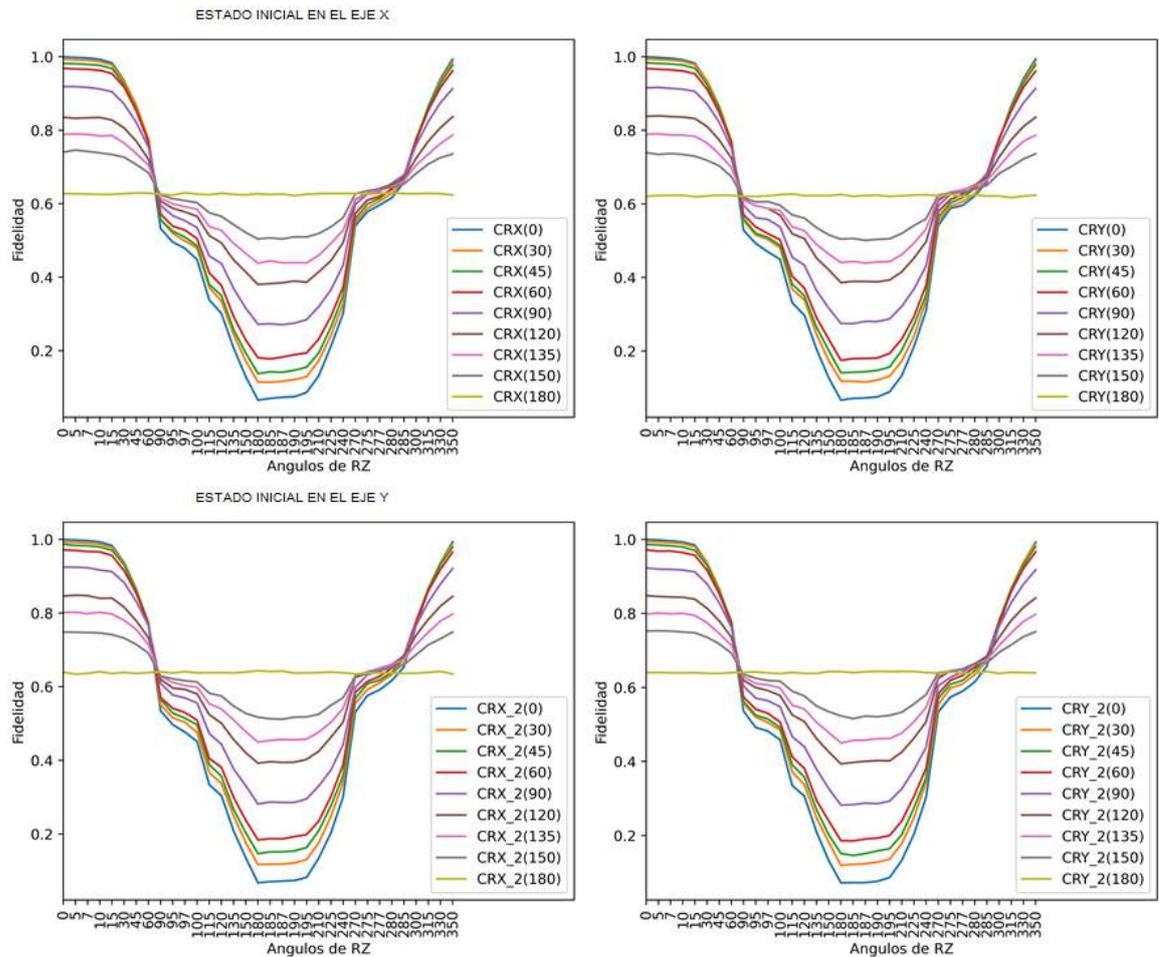


Ilustración 3-6: Fidelidad del sistema al aplicarle el proceso de eliminación de coherencia controlada.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

2. También, se visualiza que para todas las evoluciones de $\gamma_0 \leq 60^\circ$ la curva de fidelidad se encuentra hasta por debajo del 0.2, es decir, se llega a modificar la información en el sistema hasta, como mínimo, un 80%, siendo la calibración de la puerta de control en 0 la que más cercana a la eliminación completa se encuentra, además hay que mencionar que la fidelidad inicial del sistema en dichos casos se mantiene muy cercana a 1. Adicionalmente, para las demás calibraciones hasta 150° , que al inicio ya no poseen fidelidades que se encuentran cercanas a 1 y bajan progresivamente hasta valores iniciales cercanos al 0.75 de fidelidad, se llega a observar como el rango de modificación de coherencia controlada se achica, permitiéndonos llegar desde 0.3 hasta 0.5 de fidelidad; finalmente la calibración en 180° presenta un comportamiento único entre todas las calibraciones, puesto la fidelidad en todas las calibraciones de RZ se mantiene casi constante en un valor cercano al 0.6 de fidelidad. Así, entre mayor sea el parámetro de entrelazamiento menor será el rango de

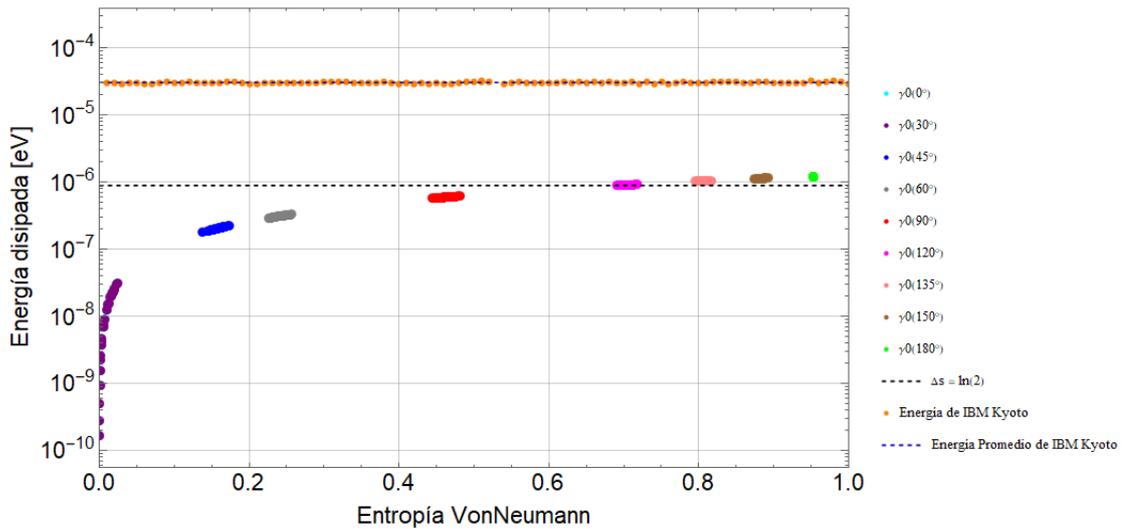
modificación de la información del sistema, teniendo para los cuatro primeros parámetros una gran libertad de modificación; para los cuatro siguientes encontrarse limitados en rangos más cerrados y teniendo al último valor del parámetro como una constante.

3. De la misma manera se debe reconocer que el ángulo de 90° resulta un punto interesante debido a que las nueve curvas en las distintas gráficas coinciden de manera perfecta en ese punto. Por lo que podemos decir que es un valor en donde la fidelidad es igual para todas las calibraciones de RZ.
4. Finalmente, podemos reconocer, teniendo en cuenta la variación de la entropía en las distintas calibraciones, que entre menor sea el valor del parámetro de entrelazamiento de la puerta de control existirá menor aumento de la entropía en el sistema y por lo tanto mayor libertad en la modificación de la información alojada en el sistema, pero entre mayor sea este parámetro, y por ende la entropía, menor será la libertad que tenemos de modificar la información, lo que resulta en una aparente relación inversamente proporcional entre la entropía y la libertad de modificar de manera controlada la información alojada en el sistema.

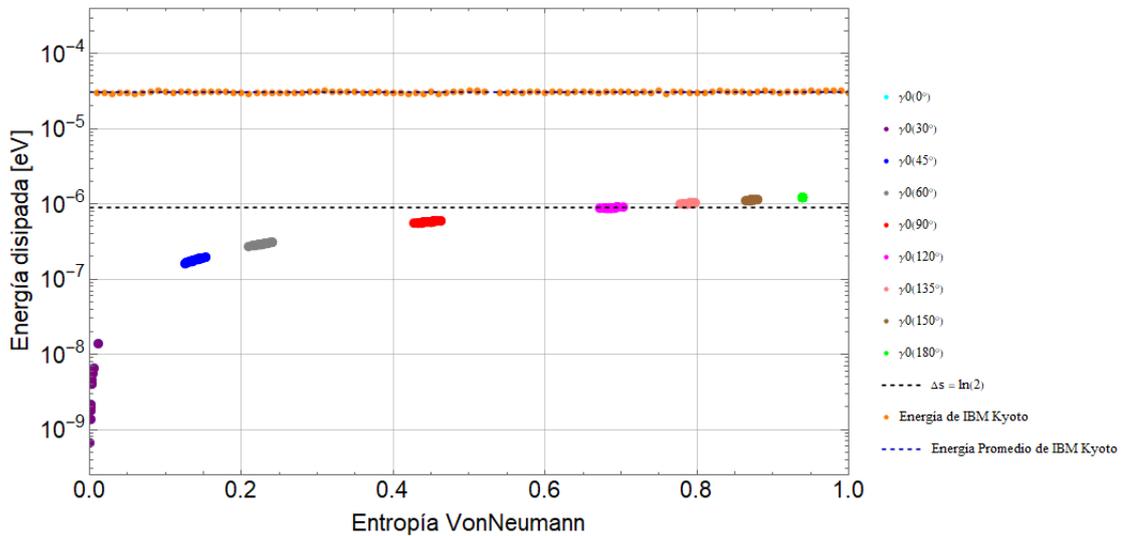
Dicho sea de paso, la diferencia de los valores de las fidelidades entre las dos diferentes preparaciones iniciales en los distintos ejes es de tan solo un 2%, siendo los resultados de la puerta de control CRX los que consiguen la menor fidelidad posible.

Por último, el comportamiento de los resultados brindan como principal característica un claro incremento de la entropía del reservorio entre mayor es el proceso de eliminación dentro del sistema, por lo tanto debido a que la variación de la entropía ΔS tiene relación directamente proporcional a la variación de la energía disipada, tal como se muestra en la ecuación 1.17, podemos afirmar que entre mayor sea el parámetro de entrelazamiento mayor energía se transportará del sistema al reservorio, así se encuentra graficado para las distintas calibraciones de CRX y CRY sobre el circuito en las ilustraciones 3-7 y 3-8, respectivamente, donde somos capaces de visualizar tres curvas distintas en todas ellas: la primera curva (punteada amarilla) representa la energía de separación entre los estados $|g\rangle$ y $|e\rangle$ del sistema de espín en *ibm_kyoto* con un promedio de $3 \times 10^{-5} eV$, la segunda curva (rayada negra) representa la disipación mínima de energía teórica estipulada en el régimen de la teoría de la información clásica, siendo así entonces el límite entrópico clásico predicho por Landauer con un valor aproximado de $8.95962 \times 10^{-7} eV$; y la tercera curva (punteada de diferentes colores) representa el mapeo de la emisión de energía transportada del sistema al reservorio para todas las diferentes calibraciones del parámetro de entrelazamiento.

Así, de dichas gráficas, observamos como en todas ellas la disipación de energía del sistema al reservorio es muy inferior a la energía promedio del estado $|e\rangle$ del procesador cuántico, por lo cual no provocaremos errores de bitflip, puesto no se llega a cambiar el estado de espín. Asimismo, se presencia como los ángulos por debajo de 90° , incluyéndolo, emiten una disipación de energía menor a la predicha de forma clásica, además de que para todas las configuraciones la calibración del ángulo 120° en ambas puertas de control coincide perfectamente con el límite predicho por Landauer, y finalmente las siguientes calibraciones se encuentran cerca al límite entrópico clásico,



(a) Disipación de energía con preparación inicial del sistema en el eje X.



(b) Disipación de energía con preparación inicial del sistema en el eje Y.

Ilustración 3-7: Disipación de energía del sistema hacia el reservorio para la puerta de control CRX.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

Tabla 3-4 Análisis estadístico de la disipación de energía debido al proceso de eliminación de coherencia controlada.

Disipación de Energía									
γ_0	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Estado inicial: X									
CRX									
\bar{E}	1.1588×10^{-8}	1.1569×10^{-7}	2.0367×10^{-7}	3.0942×10^{-7}	5.9610×10^{-7}	9.0969×10^{-7}	1.0413×10^{-6}	1.1412×10^{-6}	1.2313×10^{-6}
CRY									
\bar{E}	1.1223×10^{-8}	1.1683×10^{-7}	2.0124×10^{-7}	3.1377×10^{-7}	5.9988×10^{-7}	9.0799×10^{-7}	1.0430×10^{-6}	1.1466×10^{-6}	1.2356×10^{-6}
Estado inicial: Y									
CRX									
\bar{E}	6.4988×10^{-9}	1.0381×10^{-7}	1.7830×10^{-7}	2.9305×10^{-7}	5.7663×10^{-7}	8.8737×10^{-7}	1.0204×10^{-6}	1.1293×10^{-6}	1.2144×10^{-6}
CRY									
\bar{E}	1.0643×10^{-8}	9.5894×10^{-8}	1.7718×10^{-7}	2.9413×10^{-7}	5.8035×10^{-7}	8.9025×10^{-7}	1.0227×10^{-6}	1.1236×10^{-6}	1.2105×10^{-6}

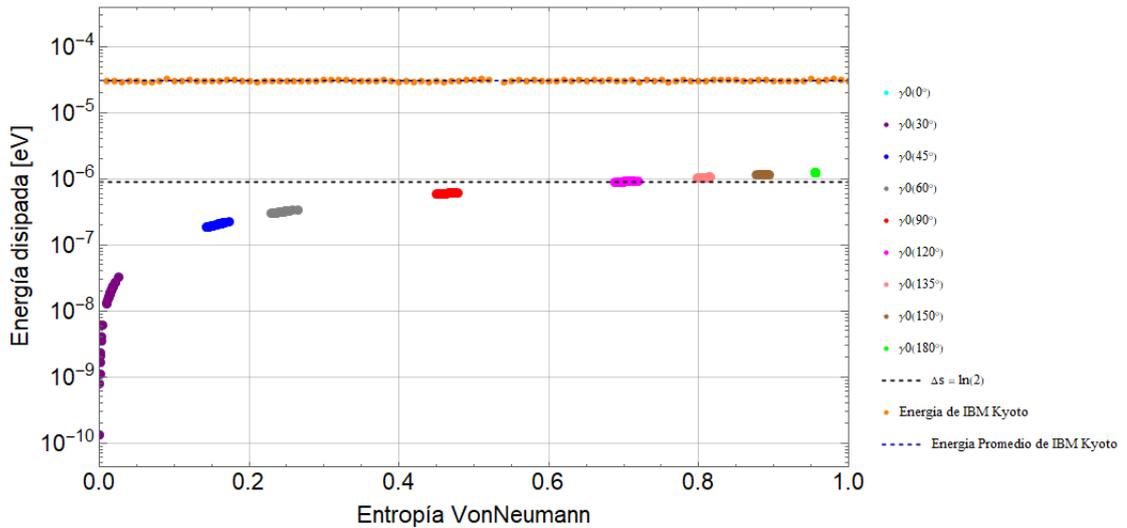
Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

con sus dosis de incremento debido al aumento del parámetro de entrelazamiento. A su vez, retomando el comportamiento de depósito del reservorio podemos analizar como la entropía del mismo permanece por debajo de 0.5 para todos los valores inferiores al límite de Landauer, sobre este último la calibración de 120° muestra una entropía muy cercana al 0.8, llegando finalmente a una saturación del reservorio por encima de dicho límite clásico. Adicionalmente, al comparar las distintas preparaciones iniciales de cada puerta de control, somos capaces de darnos cuenta como para CRX la escala de la energía disipada disminuye en una orden de magnitud en el eje X a comparación de la preparación en el eje Y ; dicho comportamiento se repite de igual forma para la puerta de control CRY.

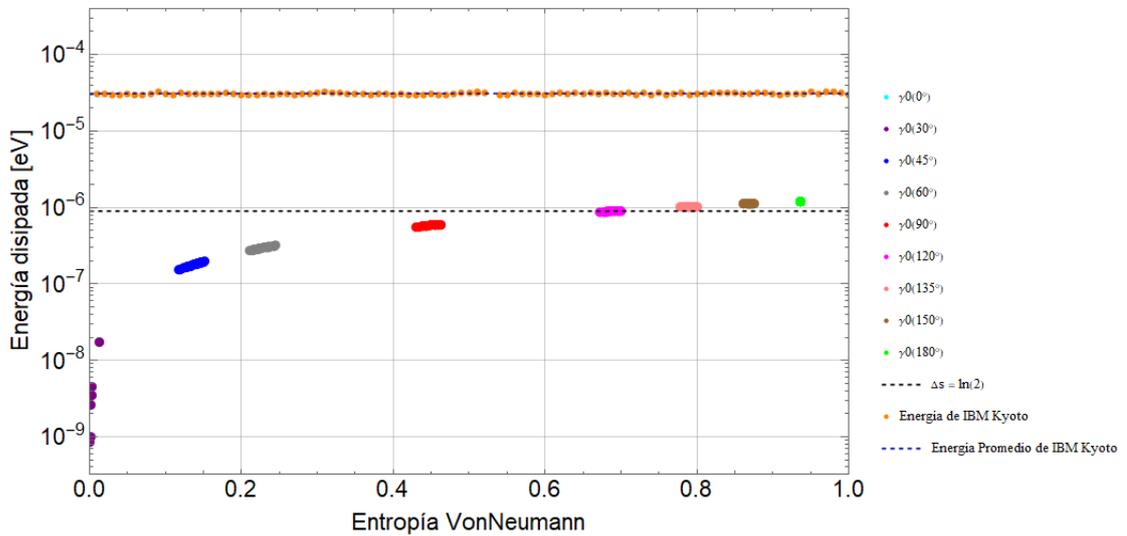
Dicho sea de paso, la descripción estadística general del proceso de disipación de energía se encuentra resumida en la tabla 3-4, que nos muestra los promedios de energías de las distintas calibraciones de RZ por cada parámetro de entrelazamiento. Es importante notar que los diferentes promedios de las disipaciones de energía para ambas puertas de control coinciden de dos a tres cifras significativas de exactitud en la mayoría de casos para ambas preparaciones iniciales del sistema, donde el rango energético varía desde μeV (micro eV) hasta neV (nano eV) para el caso más bajo de energía. Además, logramos ver como la diferencia de emisión de energía para las puertas CRX y CRY es muy leve, por lo que no se puede determinar una preferencia razonable, en términos de energía, de una sobre otra.

3.2.2. Datos con mitigación de errores

El proceso que implementa la mitigación de errores fue explicado en la sección 2.3 y el anexo C, por ende en la actual subsección presentaremos los resultados de haber implementado la corrección de errores a los datos ejecutados en el procesador cuántico virtual *FakePerth*, debido al ruido presente en el mismo.



(a) Disipación de energía con preparación inicial del sistema en el eje X .



(b) Disipación de energía con preparación inicial del sistema en el eje Y .

Ilustración 3-8: Disipación de energía del sistema hacia el reservorio para la puerta de control CRY.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

De la misma manera que la subsección anterior, comenzaremos analizando la caracterización entrópica del qubit que representa al sistema de espín como consecuencia de la mitigación, dicho esto en tabla 3-5 se encuentran los resultados de las entropías iniciales. Así, somos capaces de reconocer como en las configuraciones generales tenemos entropías del orden de $\times 10^{-3}$ en una parte mayoritaria de los resultados, con promedios de 1.514×10^{-3} y 1.518×10^{-3} para las preparaciones iniciales en el eje X , además de 8.479×10^{-3} y 9.167×10^{-3} para las preparaciones en el eje Y , los cuales difieren de los datos no mitigados en un orden de magnitud, aún así, tenemos estados inicialmente puros pero con cinco ordenes de magnitud en la desviación estándar

Tabla 3-5 Resultados de las entropías de las diferentes calibraciones iniciales del sistema (qubit Sys) con la mitigación de errores.

	CRX(X)	CRX(Y)	CRY(X)	CRY(Y)
Calibración 1	0.001499	0.009530	0.001484	0.011058
Calibración 2	0.001516	0.007719	0.001523	0.009088
Calibración 3	0.001524	0.006454	0.001527	0.013689
Calibración 4	0.001528	0.011292	0.001518	0.009078
Calibración 5	0.001501	0.009119	0.001518	0.006257
Calibración 6	0.001516	0.007201	0.001524	0.010730
Calibración 7	0.001502	0.008746	0.001519	0.006832
Calibración 8	0.001512	0.009819	0.001528	0.008795
Calibración 9	0.001528	0.006430	0.001519	0.006973
Media	0.001514	0.008479	0.001518	0.009167
Desviación estándar	1.1412×10^{-5}	0.001651	1.32267×10^{-5}	0.002381

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

para las preparaciones en el eje X y con tres ordenes de magnitud para las preparaciones en el eje Y . De esta forma somos capaces de observar como la mitigación provoca una disminución de la entropía inicial al corregir los errores provocados por el ruido del procesador cuántico.

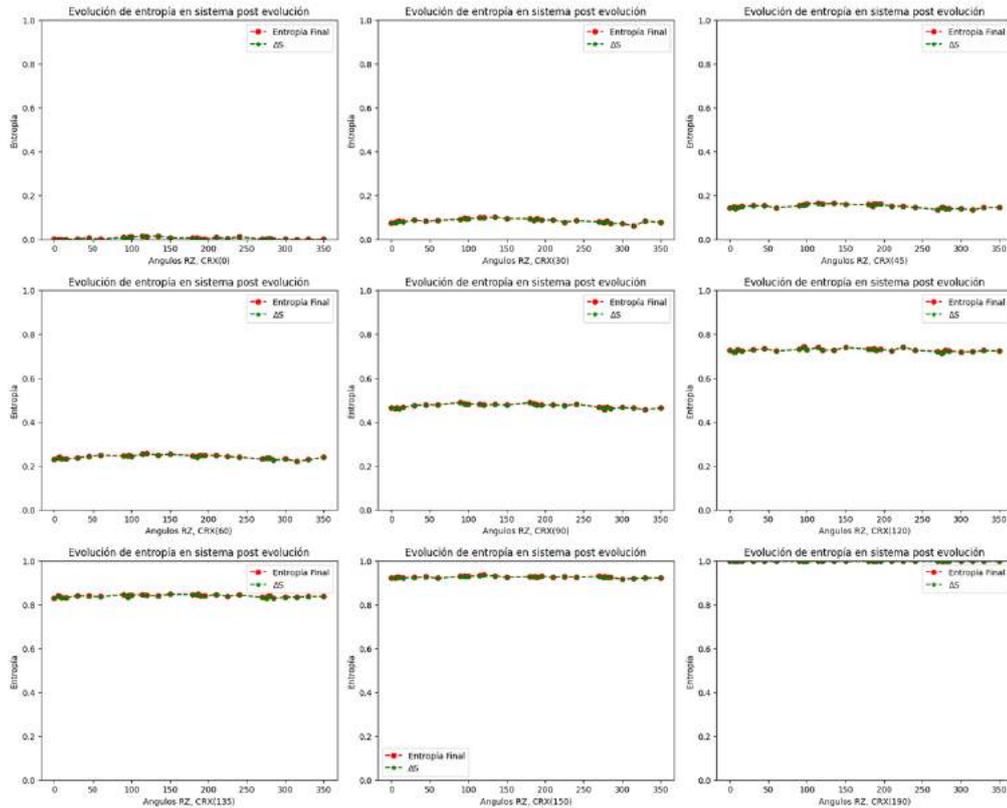
De la misma manera, continuamos posteriormente a mitigar la aplicación del proceso de modificación de la información alojada en la matriz de densidad del qubit del sistema de manera controlada. Como consecuencia, todas las evaluaciones de los parámetros de entrelazamiento y fase relativa brindan los siguientes resultados:

- **Utilizando CRX:** los frutos de las ejecuciones utilizando esta puerta de control rotacional

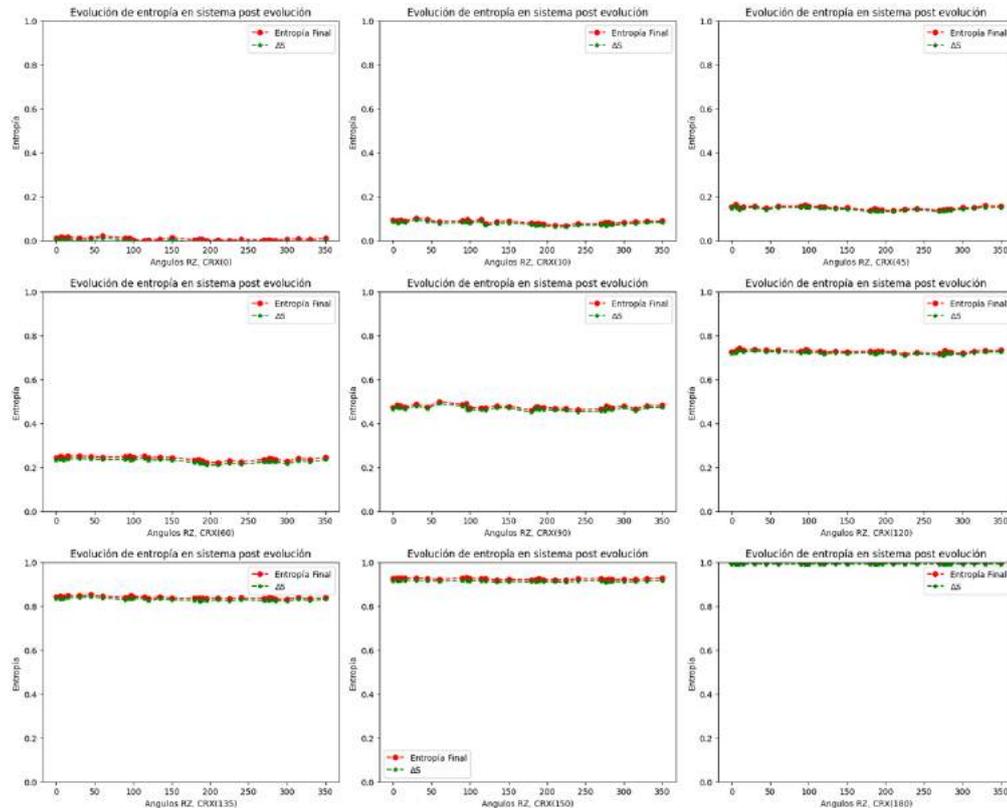
Tabla 3-6 Análisis estadístico de la aplicación de CRX con mitigación de errores, donde \bar{S} es la entropía promedio y σ_S la desviación estándar.

Estado inicial: X									
CRX	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Entropía final									
\bar{S}	0.005117	0.085359	0.150256	0.240522	0.473437	0.728289	0.839558	0.925711	0.999745
σ_S	0.004961	0.009056	0.008556	0.008665	0.009149	0.007262	0.005501	0.003929	0.000149
ΔS									
\bar{S}	0.003618	0.083843	0.148731	0.238993	0.471937	0.726774	0.838056	0.924198	0.998218
σ_S	0.004961	0.009056	0.008556	0.008665	0.009149	0.007262	0.005501	0.003929	0.000149
Estado inicial: Y									
CRX	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Entropía final									
\bar{S}	0.006139	0.084876	0.148952	0.239434	0.475482	0.729362	0.840408	0.925852	0.999753
σ_S	0.005395	0.008354	0.007722	0.008846	0.009068	0.006028	0.005416	0.003204	0.000152
ΔS									
\bar{S}	0.003390	0.077157	0.142497	0.228143	0.466363	0.722161	0.831662	0.916033	0.993323
σ_S	0.005395	0.008354	0.007722	0.008846	0.009068	0.006028	0.005416	0.003204	0.000152

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.



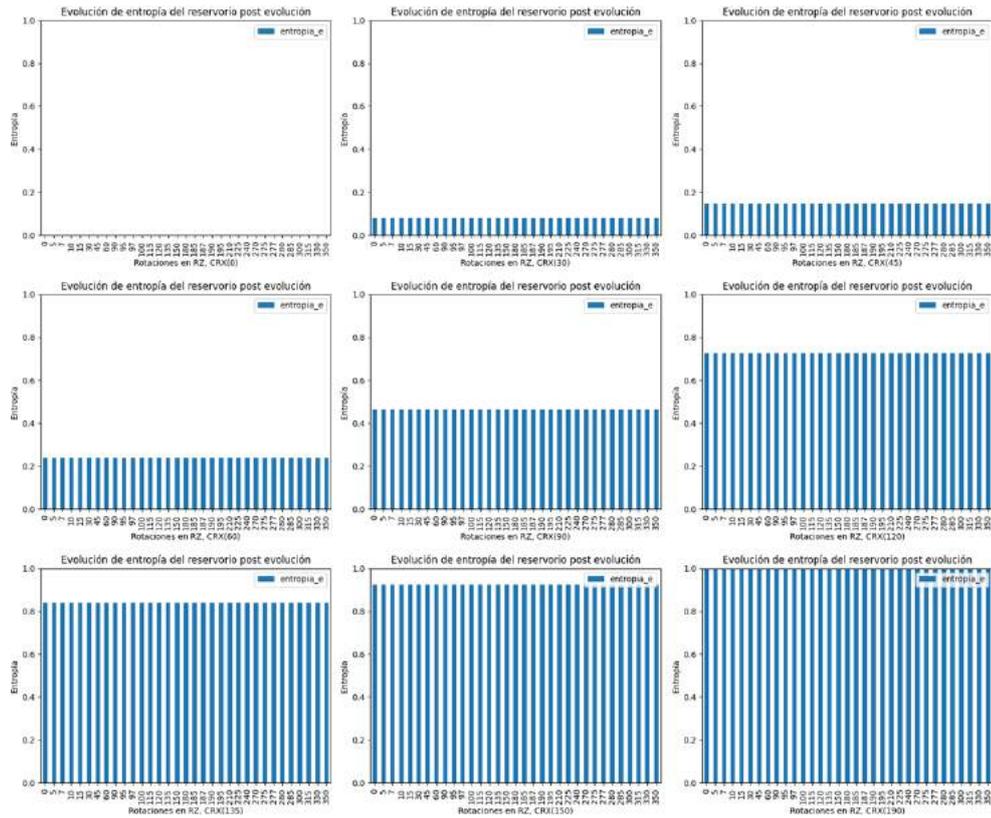
(a) Evolución entrópica del sistema para la configuración del estado inicial en el eje X.



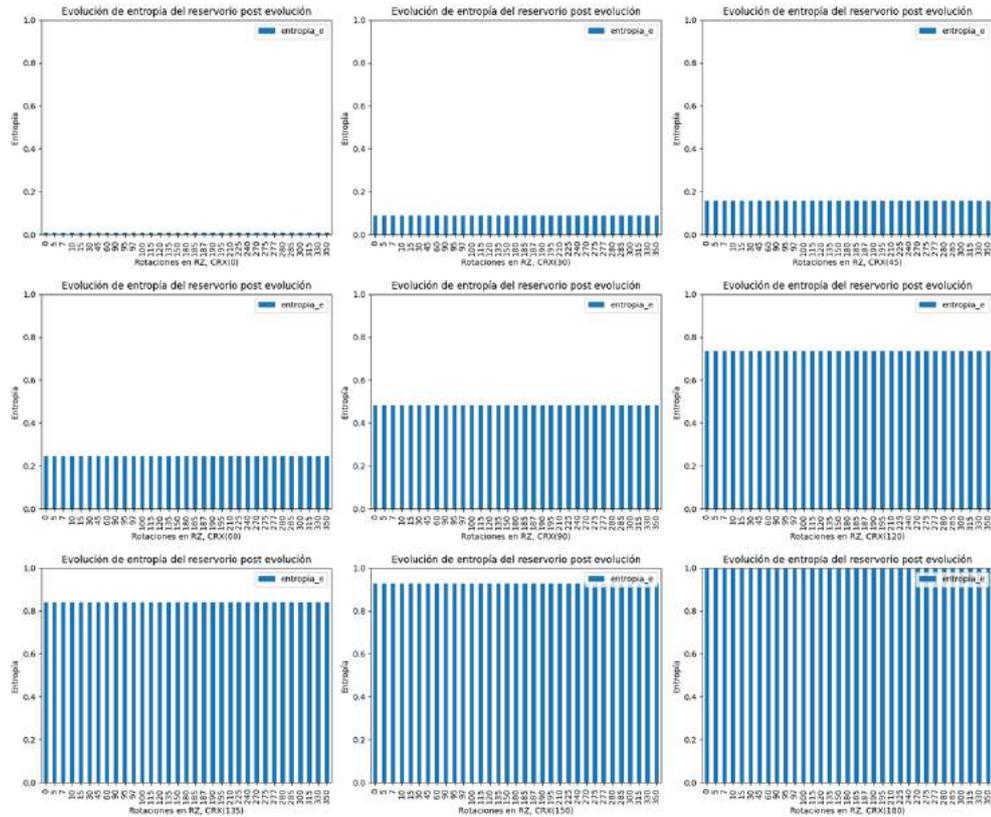
(b) Evolución entrópica del sistema para la configuración del estado inicial en el eje Y.

Ilustración 3-9: Resultados del sistema para la puerta de control CRX con mitigación de errores.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.



(a) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del estado inicial en el eje X.



(b) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del estado inicial en el eje Y.

Ilustración 3-10: Resultados del reservorio para la puerta de control CRX con mitigación de errores.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

para ambas preparaciones iniciales del sistema, ejes X y Y , se encuentran en las ilustraciones 3-9(a) y 3-9(b), respectivamente. De aquellas ilustraciones podemos rescatar que el comportamiento creciente de la entropía, mediante el parámetro de entrelazamiento aumenta, sigue siendo el mismo al de los resultados sin mitigar, además la evolución del parámetro de fase relativa nos brinda un comportamiento fluctuante igual de similar hasta CRX(120) al aplicar la mitigación, llegando a un comportamiento casi constante en las configuraciones de CRX(135) y CRX(150), para finalmente ser totalmente constante en la última calibración de ambas distintas configuraciones iniciales; no obstante, el desplazamiento de las curvas de entropía final (curva roja) y diferencia de entropía ΔS (curva verde) pierden cierta separación en el eje de las abscisas, puesto la presencia de ruido ha disminuido debido a la mitigación de errores. A saber, se observa como para la preparación inicial del sistema en el eje X ambas curvas se solapan una sobre otra, mimetizando el comportamiento de un procesador cuántico ideal, tal como se muestra en los resultados del anexo D. Por otro lado, para la preparación inicial del sistema en el eje Y todavía es apreciable la separación de ambas curvas en el eje de las abscisas, como consecuencia de que no se ha logrado mitigar los resultados al cien por ciento, por lo tanto, la preparación inicial del sistema en el eje X tiene una aparente ventaja debido a cuanto cantidad de error se está consiguiendo mitigar.

Adicionalmente, somos capaces de apreciar de mejor manera estas diferencias a través de las características estadísticas de las configuraciones generales, las cuales se resumen en la tabla 3-6, en donde se muestra que los valores promedios de las entropías finales y variaciones de entropías de las calibraciones para el estado inicial del sistema en el eje X poseen una precisión de hasta tres cifras significativas, correspondiendo con las curvas solapadas presentadas en la ilustración 3-9(a), a diferencia de dichos valores para la preparación inicial en el eje Y , en donde se observa claramente como los promedios varían un poco entre ambas variables a partir de la segunda cifra significativa, brindando como consecuencia la todavía existente separación entre ambas curvas para aquella preparación inicial, el cual es un indicativo que todavía queda remanentes de las imperfecciones de los procesadores cuánticos, además de la leve superioridad del promedio de entropía inicial para dicho eje, tal como se mostró en la tabla 3-5.

Por otro lado, en la ilustración 3-10 se muestran las evoluciones del reservorio para ambas calibraciones iniciales, teniendo como resultado para la preparación del eje X (ilustración 3-10(a)) un comportamiento aparentemente ideal, donde en la configuración inicial del parámetro de entrelazamiento (0) vemos como el depósito se encuentra completamente vacío, en comparación con su contraparte no mitigada, aumentando la entropía en misma

proporción del sistema mientras se incrementa el valor de la puerta de control, a diferencia de la evolución para la calibración en el eje Y (ilustración 3-10(b)), cuyo reservorio empieza con una cantidad de entropía mínima debido a la todavía presencia de imperfecciones en los resultados. Además, como diferencia obvia, el reservorio para los datos mitigados se demorará un poco más en ser saturado, a diferencia de los datos cuando no son mitigados. Aún así, logramos apreciar que la preparación inicial del sistema en el eje X todavía posee una leve ventaja sobre la otra preparación inicial.

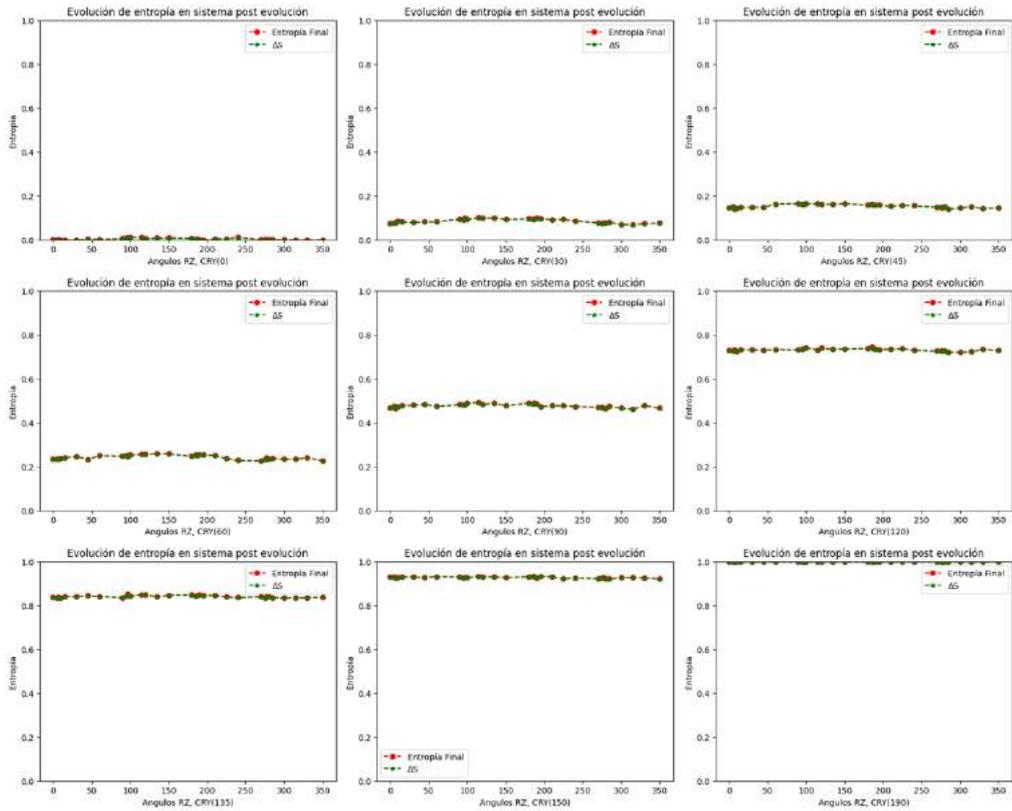
- **Utilizando CRY:** los resultados como consecuencia de la modificación de la información presente en la matriz de densidad del sistema utilizando esta puerta de control rotacional se encuentran graficados en la ilustración 3-11. En aquellas gráficas logramos observar como el efecto de la mitigación de errores ejecuta el mismo procedimiento que en la puerta de control CRX, disminuyendo las separaciones de las curvas de entropías finales y variaciones de entropías, otorgándole la misma ventaja a la preparación inicial del sistema en el eje X puesto sigue mimetizando el comportamiento de un procesador con muy poco ruido, además de poseer una preparación inicial del sistema con una pureza más cercana a cero. También, es importante mencionar que los parámetros de entrelazamiento y fase relativa permanecen con el mismo comportamiento para todas las configuraciones de las distintas puertas de control, provocando fluctuaciones por las calibraciones de RZ y aumento del rango de entropías por los valores individuales.

Adicionalmente, somos capaces de observar el análisis estadístico de dichos resultados

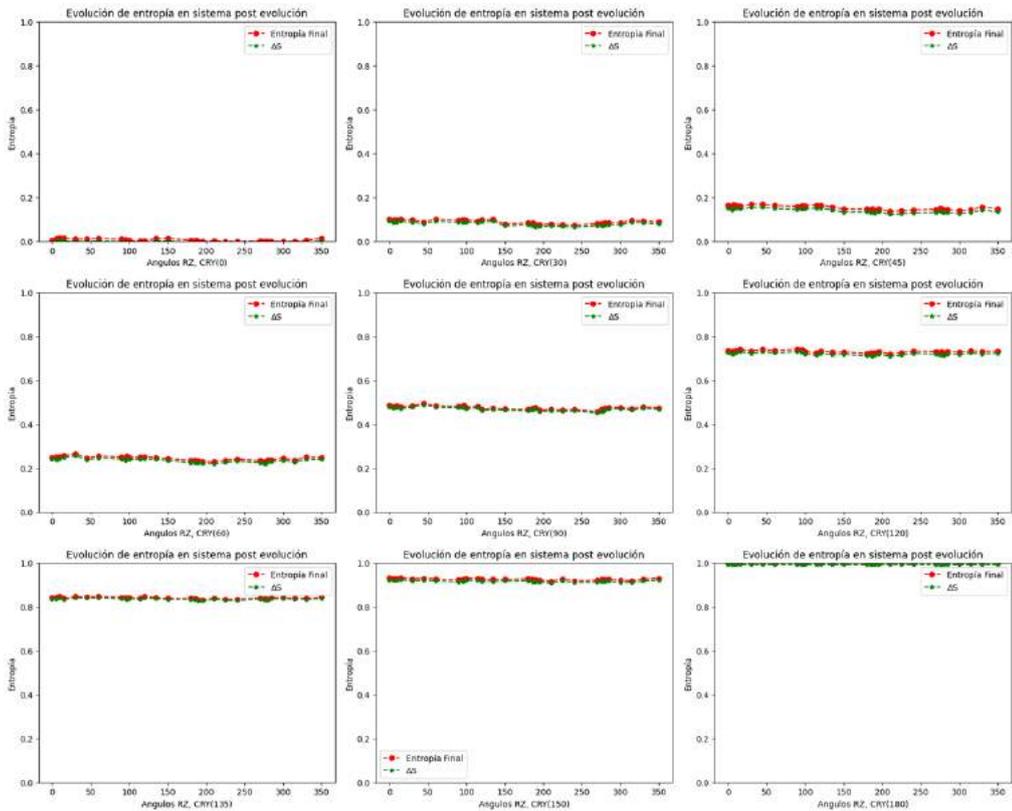
Tabla 3-7 Análisis estadístico de la aplicación de CRY con mitigación de errores, donde \bar{S} es la entropía promedio y σ_S la desviación estándar.

Estado inicial: X									
CRY	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Entropía final									
\bar{S}	0.004127	0.086293	0.153727	0.242855	0.477172	0.732108	0.841555	0.927494	0.999795
σ_S	0.004246	0.009693	0.007977	0.009879	0.008316	0.005817	0.004948	0.003275	0.000131
ΔS									
\bar{S}	0.002642	0.084769	0.15220	0.241336	0.475654	0.730584	0.840035	0.925967	0.998276
σ_S	0.004246	0.009693	0.007977	0.009879	0.008316	0.005817	0.004948	0.003275	0.000131
Estado inicial: Y									
CRY	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Entropía final									
\bar{S}	0.005571	0.087867	0.153591	0.243131	0.474672	0.730063	0.841659	0.926414	0.999727
σ_S	0.005392	0.008858	0.009679	0.009444	0.007998	0.005830	0.004188	0.003879	0.000150
ΔS									
\bar{S}	0.005487	0.078779	0.139901	0.234054	0.468415	0.719333	0.834827	0.917619	0.992754
σ_S	0.005392	0.008858	0.009679	0.009444	0.007998	0.005830	0.004188	0.003879	0.000150

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.



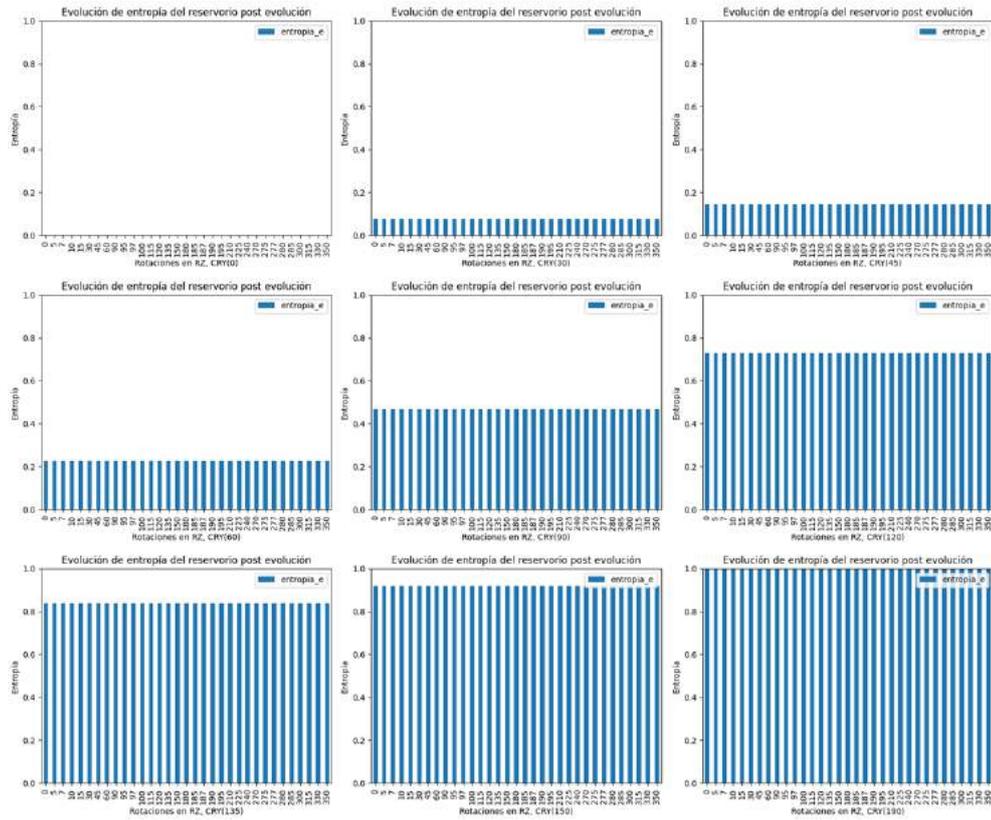
(a) Evolución entrópica del sistema para la configuración del estado inicial en el eje X .



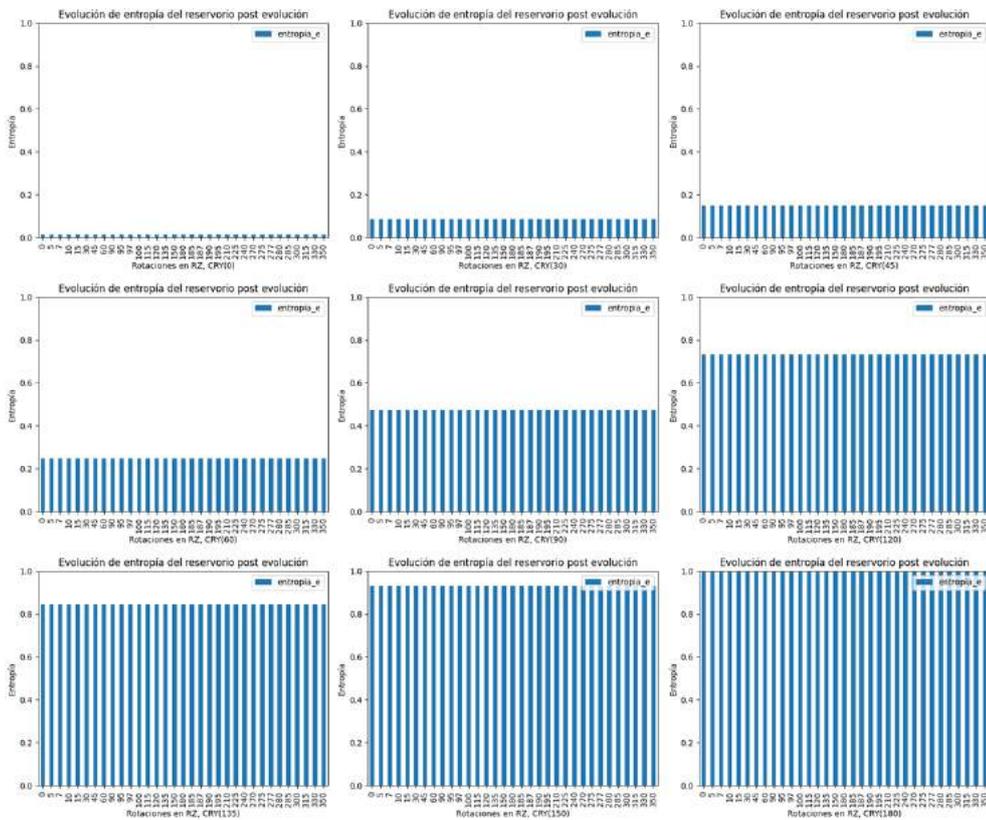
(b) Evolución entrópica del sistema para la configuración del estado inicial en el eje Y ,

Ilustración 3-11: Resultados del sistema para la puerta de control CRY con mitigación de errores.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.



(a) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del estado inicial en el eje X .



(b) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del estado inicial en el eje Y .

Ilustración 3-12: Resultados del reservorio para la puerta de control CRY con mitigación de errores.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

generales en la tabla 3-7, donde visualizamos que las medias de las entropías finales y las variaciones de entropías para la preparación inicial del sistema en el eje X adquieren el mismo comportamiento que la puerta de control CRX, llegando a solaparse las curvas con una exactitud de hasta tres cifras significativas y desviaciones estándares en el orden de $\times 10^{-3}$. De manera similar la preparación en el eje Y posee un desplazamiento de ambas curvas, por lo que no es de extrañar que los promedios de las variables de estudio varíen apenas un poco, a partir de la tercera cifra significativa, pero aún así sea visible que todavía existe ruido en las medidas.

Finalmente, el comportamiento entrópico del reservorio (ilustración 3-12) sigue siendo el mismo al que tuvo la puerta de control CRX con la mitigación de errores, en cuyas gráficas se aprecian como desde la preparación inicial del sistema en el eje X para la puerta de control, CRY(0), se encuentra con un depósito vacío, llegando a saturarlo sino hasta la última calibración de la misma puerta. Llevándonos a concluir finalmente que para ambas puertas de control la preparación del sistema en dicho eje posee una ventaja en términos de la cantidad de ruido que han adquirido los resultados debido a la aplicación del proceso de mitigación de errores.

Así las cosas, ya analizado el comportamiento entrópico del sistema y el reservorio para las distintas configuraciones de las puertas de control rotacional, procedemos a graficar las curvas de fidelidad utilizando la ecuación 3.2 para así poder conocer cómo se ha modificado la información dentro del sistema. Dichos resultados de la fidelidad se encuentran graficados en la ilustración 3-13, donde al igual que en el análisis previo tenemos las cuatro calibraciones generales de las distintas puertas de control y preparaciones iniciales del sistema, obteniendo así el par superior de gráficas correspondiendo a las preparaciones iniciales en el eje X y las inferiores en el eje Y , además de la categorización de columnas por puerta de control, CRX y CRY, respectivamente. Asimismo, podemos identificar rasgos generales en el comportamiento de las curvas de fidelidad para las diferentes configuraciones generales, tales como:

1. Reconocemos como la conducta de eliminación y creación de información dentro del sistema sigue siendo el comportamiento dominante para todas las gráficas, con un dominio de eliminación de información para las evoluciones en el rango de 0° a 180° de la puerta RZ, para posteriormente entrar al dominio de creación de información en el rango de 195° hasta su máximo cercano a 360° , después de haber atravesado un dominio con evolución constante en el rango entre 180° y 195° . Por ende, el comportamiento general de la modificación de información es independiente a la mitigación de errores.
2. Al analizar las curvas individuales somos capaces de identificar que la mitigación de errores

modifica el desplazamiento de la fidelidad hacia valores más bajos, a saber: todas las curvas de las distintas calibraciones de las puertas de control rotacionales que están en un rango de $\gamma_0 \leq 90^\circ$ llegan a su punto mínimo por debajo del 0.2 de fidelidad, a diferencia del caso sin mitigación donde solamente las curvas para $\gamma_0 \leq 60^\circ$ eran capaces de llegar hasta ese rango, además vemos como para las configuraciones de 0° y 30° en el parámetro de entrelazamiento nos permite acercarnos más a la eliminación total de información. Así mismo, el comportamiento inicial para los distintos valores en el rango de 0° a 45° se mantienen siendo cercanos a una fidelidad de 1 y a partir de 60° se observa como la fidelidad inicial disminuye hasta acercarse a 0.6, llegando finalmente a la calibración máxima de 180° , pero al mitigar los datos esta calibración se aloja por debajo de 0.6 en la fidelidad, a diferencia del caso sin mitigar que se encontraba sobre este rango, aún así dicha calibración mantiene una evolución casi constante para las distintas configuraciones de RZ. Adicionalmente, vale resaltar que se mantiene la relación inversamente proporcional entre el parámetro de entrelazamiento, que a medida que incrementa proporciona un aumento en la entropía, y la libertad de modificar mayor cantidad de información dentro del sistema, con la pequeña diferencia que la mitigación obliga a trabajar en niveles más bajos de fidelidad, por lo tanto ésta última provoca mayor pérdida de información inicial alojada en el sistema.

3. Finalmente, al aplicar la mitigación de errores se logra distinguir como el ángulo de 90° para RZ también es de leve interés, puesto en dicho parámetro angular las fidelidades de todas las calibraciones de las puertas de control son iguales, similar a los datos sin mitigar, no obstante para los casos de mitigación donde las preparaciones iniciales del sistema están el eje X tenemos un valor adicional donde acontece el mismo suceso, el cual es el parámetro angular de 270° , por donde también pasan todas las curvas. Además, esto es único para estas preparaciones, puesto en las calibraciones iniciales del sistema en el eje Y no sucede este comportamiento, sino que sigue siendo similar al caso sin mitigar donde no existe otro punto alterno en donde se junten las curvas de las distintas calibraciones de las puertas de control.

Así, podemos corroborar como la aplicación de la mitigación de errores cambia el comportamiento de la fidelidad en el proceso de modificación de la coherencia controlada en el sistema de espín de estudio, disminuyendo la misma, y por lo tanto significando que mitigar errores elimina en pequeña proporción la información alojada en el sistema, borrándola para siempre, convirtiendo a la mitigación de errores en un proceso irreversible de pérdida de información.

Por último, al saber que los incrementos de la variación de entropía provocan aumento en la disipación de energía del sistema al reservorio, debido a la relación directamente proporcional de la

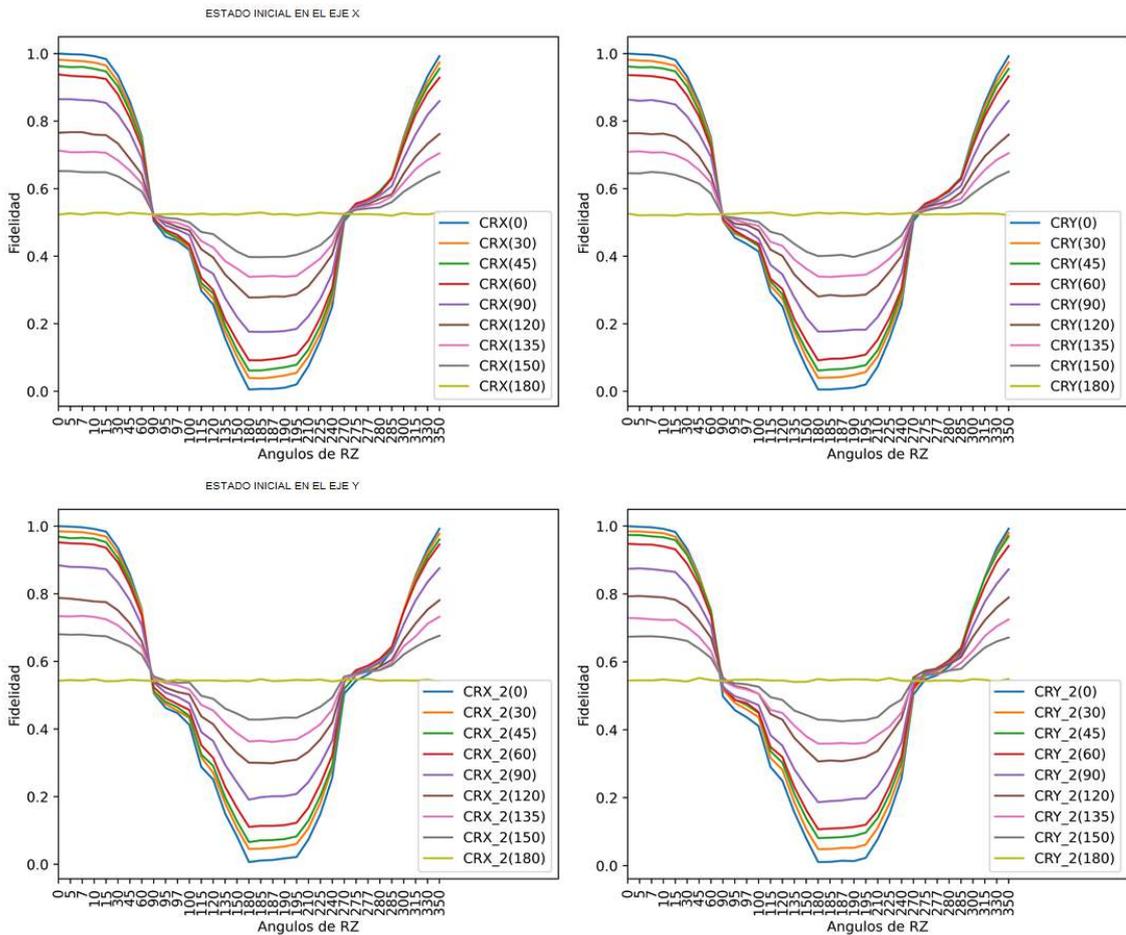


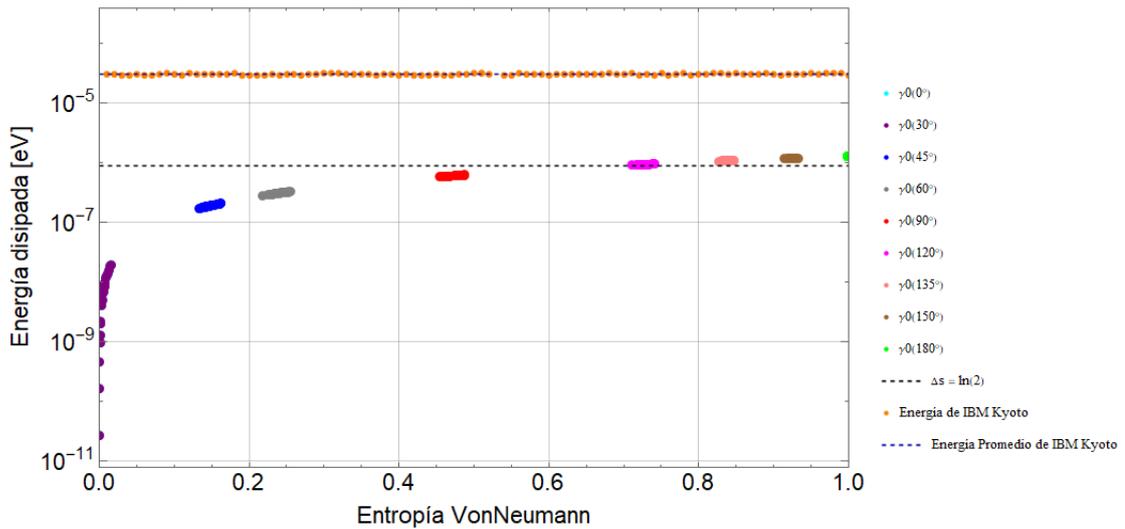
Ilustración 3-13: Fidelidad del sistema al aplicarle el proceso de eliminación de coherencia controlada, además del procedimiento de mitigación de errores.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

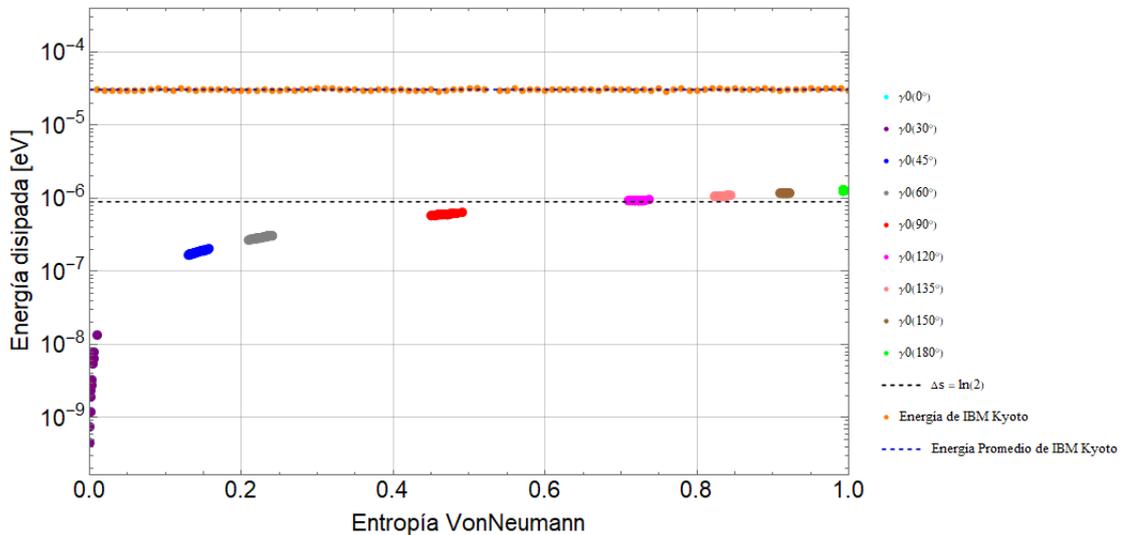
ecuación 1.17 entre dichas cantidades, es natural afirmar que como producto de la mitigación de errores las calibraciones iniciales del sistema en el eje X provocan mayor disipación de energía, dado a que la variación de entropía es mayor en dichos casos, tal como se mostró en las ilustraciones 3-9(a) y 3-11(a). De manera más precisa, los resultados que reflejan la energía disipada al reservorio desde el sistema para ambas puertas de control, CRX y CRY, se encuentran graficados en las ilustraciones 3-14 y 3-15, respectivamente, donde podemos apreciar como dichas gráficas individuales contienen las mismas curvas presentadas en las ilustraciones de disipación sin mitigación de errores. De esta forma, somos capaces de resaltar como los datos se mantienen por debajo de la energía del estado $|e\rangle$ del procesador cuántico real `ibm.tokyo`, asegurando que no provocaremos errores de bitflip debido a la emisión de energía.

Además, al igual que tuvimos en la subsección pasada, obtenemos para los datos mitigados una calibración en particular que nos lleva directamente al límite entrópico predicho clásicamente por

Landauer, no obstante sigue siendo la misma calibración del parámetro de entrelazamiento, con un valor de 120° . Este resultado es de relevancia puesto podemos afirmar que alcanzamos el límite clásico con la misma calibración, independientemente de la aplicación, o no, de la mitigación de errores, e incluso se podría afirmar que en términos de los rangos de las diferentes calibraciones de las puertas de control, todas las configuraciones tienen el mismo comportamiento energético, sin embargo se hace relevante el hecho de notar un corrimiento a la derecha en el eje de las ordenadas de los rangos de los resultados iguales y superiores al límite clásico establecido, llegando a emitir energías similares pero a niveles de entropías más elevadas, como se nota gráficamente en



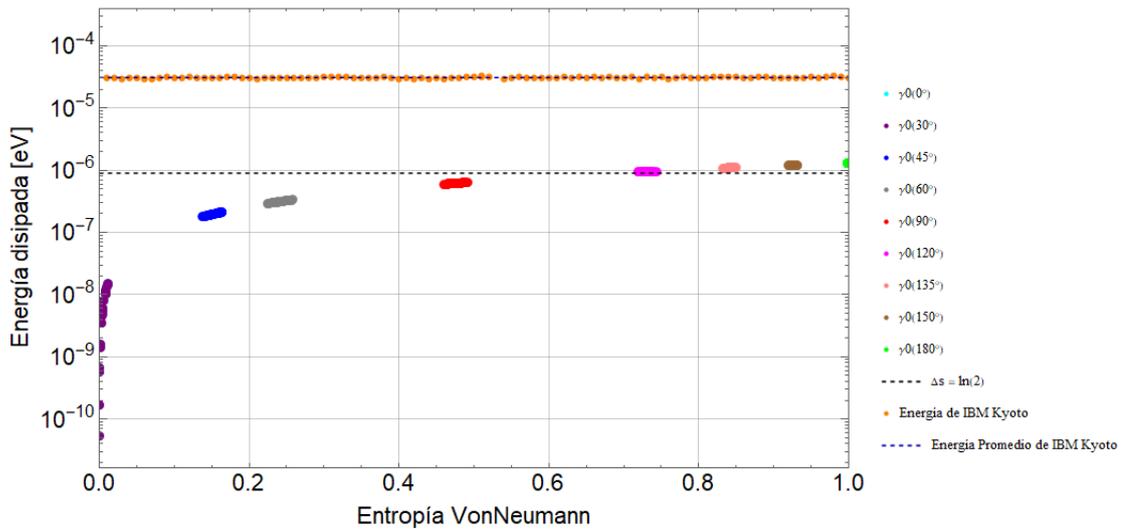
(a) Disipación de energía con preparación inicial del sistema en el eje X .



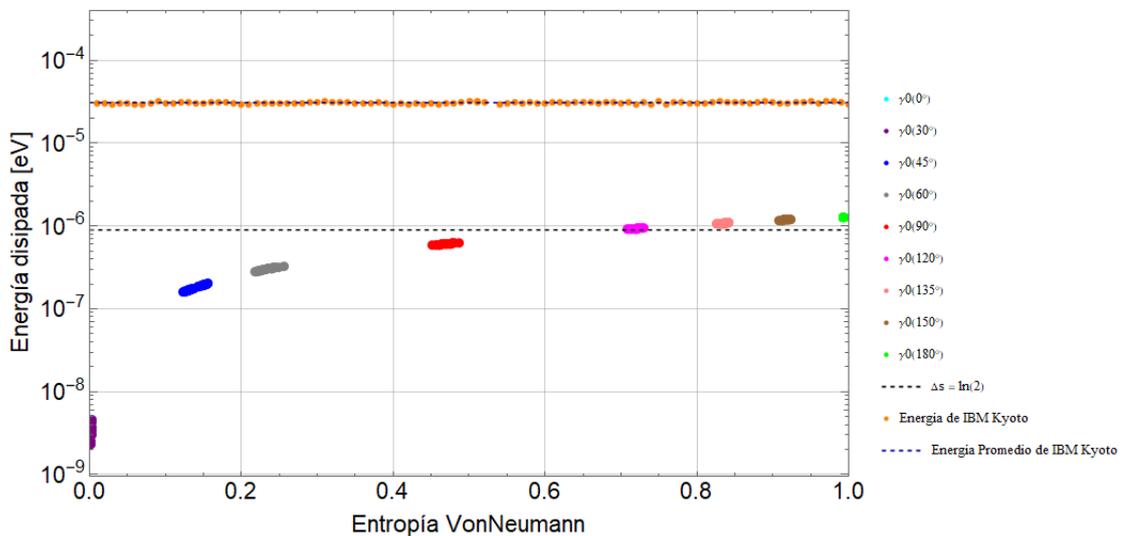
(b) Disipación de energía con preparación inicial del sistema en el eje Y .

Ilustración 3-14: Disipación de energía del sistema hacia el reservorio para la puerta de control CRX con mitigación de errores.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.



(a) Disipación de energía con preparación inicial del sistema en el eje X.



(b) Disipación de energía con preparación inicial del sistema en el eje Y.

Ilustración 3-15: Disipación de energía del sistema hacia el reservorio para la puerta de control CRY con mitigación de errores.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

las ilustraciones 3-14 y 3-15. Dicha afirmación se puede corroborar de mejor manera analizando los datos estadísticos proporcionados en la tabla 3-8, que muestran como para las configuraciones de 120°, 135°, 150° y 180° del parámetro de entrelazamiento las emisiones de energía del sistema hacia el reservorio son, en promedio, significativamente similares, con hasta dos cifras significativas de precisión entre lo datos mitigados y no mitigados (tabla 3-4), sin embargo para las calibraciones entre 30° y 90° tenemos apenas una cifra significativa de igualdad entre la mayoría de las comparaciones o se encuentran muy cercanas en el mismo orden de magnitud, para finalmente en la calibración de 0° ver como la mitigación de errores disminuye en un orden de magnitud

Tabla 3-8 Análisis estadístico de la disipación de energía debido al proceso de eliminación de coherencia controlada al aplicarle la mitigación de errores.

Disipación de Energía [eV]									
γ_0	0	30	45	60	90	120	135	150	180
Estado inicial: X									
CRX									
\bar{E}	4.6766×10^{-9}	1.0838×10^{-7}	1.9225×10^{-7}	3.0892×10^{-7}	6.1003×10^{-7}	9.3943×10^{-7}	1.0833×10^{-6}	1.1841×10^{-6}	1.2839×10^{-6}
CRY									
\bar{E}	3.4156×10^{-9}	1.0957×10^{-7}	1.9673×10^{-7}	3.1195×10^{-7}	6.1483×10^{-7}	9.4435×10^{-7}	1.0858×10^{-6}	1.1969×10^{-6}	1.2904×10^{-6}
Estado inicial: Y									
CRX									
\bar{E}	4.3824×10^{-9}	9.9733×10^{-8}	1.8419×10^{-7}	2.9489×10^{-7}	6.0282×10^{-7}	9.3347×10^{-7}	1.0750×10^{-6}	1.1841×10^{-6}	1.2839×10^{-6}
CRY									
\bar{E}	7.0925×10^{-9}	1.0183×10^{-7}	1.8084×10^{-7}	3.0254×10^{-7}	6.0547×10^{-7}	9.2981×10^{-7}	1.0791×10^{-6}	1.1861×10^{-6}	1.2832×10^{-6}

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

la emisión de energía del sistema al reservorio. Concluyendo, por ende, que la mitigación de errores provoca modificaciones significativas en el aumento de la entropía creada por el proceso de modificación de coherencia controlada, más no cambia con relevancia la disipación de energía al ambiente o reservorio conectado al sistema de estudio.

3.3. Defecto de medida

Una de las fases más importantes dentro del proceso de mitigación de errores es la reconstrucción de la matriz de correlación, la cuál contienen en ella toda la información estadística de mitigación, en términos de la calidad presente en las mediciones de los procesadores cuánticos al ejecutarse los circuitos cuánticos sobre ellos. La existencia misma de la matriz de correlación nos lleva a pensar que a través de ella somos capaces de definir una nueva cantidad que podría ayudar a caracterizar de mejor manera la calidad con la que los procesadores cuánticos convierten la información cuántica en información clásica, es decir, podríamos cuantizar la imperfección o defecto de las medidas aplicadas. De esta forma tenemos la siguiente definición:

Definición 1. Dada la existencia de una matriz cuadrada, llamada matriz de correlación C , de orden 2^n y con elementos reales c_{ij} en el intervalo $[0, 1]$, los cuales para todo $i = 1, \dots, 2^n$ se cumple que $\sum_{j=1}^{2^n} c_{ij} = 1$, definimos el defecto de medida como:

$$M_i = 2^n - Tr(C^2), \quad (3.3)$$

$\forall n \in \mathbb{N}$, donde n además es la cantidad de qubits presentes en la mitigación y $M_i \geq 0$.

Dicho en otro modo, el defecto de medida es una cantidad que nos permite cuantizar cuan imperfectas son las medidas en determinados procesadores cuánticos, a saber, para procesadores cuánticos ideales, en donde la matriz de correlación es igual a la matriz identidad, siempre tendremos un valor de $M_i = 0$, debido que sin importar el valor que tome n , el defecto de medida siempre será nulo como consecuencia de la carencia de imperfecciones; por el otro lado, para

todo valor de $M_i > 0$ existirá un defecto en la medida debido al ruido presente en el procesador cuántico no ideal o mejor conocido como NISQ.

Las ideas planteadas en esta definición, propia de este trabajo de investigación, fueron probadas en los procesos de modificación de coherencia controlada con los resultados presentados en la subsección 3.2.2. Debido a esto, los defectos de las medidas aplicadas en dichos resultados fueron graficados en la ilustración 3-16, donde podemos apreciar gráficas con la cantidad de imperfección en el eje de las abscisas y el parámetro de entrelazamiento en el eje de las ordenadas; el par de gráficas superiores son de los resultados de la preparación inicial del sistema en el eje X y el par inferior en el eje Y de la esfera de Bloch, además las columnas se encuentran separadas por uso de puerta de control rotacional, CRX y CRY, respectivamente. Así, se aprecia como para el procesador cuántico *Fake_Perth* existen imperfecciones en las medidas, planteando una clara presencia de ruido en las mismas. De forma adicional, en el anexo E se muestran los resultados del mismo proceso de modificación de información en el sistema pero implementando el uso del procesador cuántico QASM, que simula las condiciones ideales, por lo tanto podrá notar como la imperfección de las medidas para todas las calibraciones tiene un obvio valor nulo constante en todos los valores del parámetro de entrelazamiento, concordando con lo predicho en la definición 1.

Retomando el análisis de la ilustración 3-16, podemos resaltar como las medidas mitigadas poseen poca imperfección en ellas, con valores de imperfección en el rango entre 6.6×10^{-2} y 7.4×10^{-2} , siendo valores muy pequeños. Aún así podemos distinguir los comportamientos de las diferentes calibraciones generales entre:

1. Los resultados de la imperfección de las medidas para ambas puertas de control en las preparaciones iniciales del sistema en el eje X presentan un claro comportamiento oscilatorio, con máximos y mínimos, de hecho si somos observadores podremos notar como los resultados de la puerta CRX en dicha preparación inicial parecen tener un comportamiento senoidal y para la puerta CRY un comportamiento cosenoidal, brindándonos así un actuar inesperado que no está presente en la ecuación 3.3 y además nos permite argumentar que ciertos puntos del parámetro de entrelazamiento generan mayor imperfección de las medidas, y en otros se genera el efecto contrario, obteniendo así, para dichos resultados, un punto de menor imperfección y menor entropía en la calibración CRY(45°) de la preparación inicial en el eje X , donde la imperfección es de apenas 6.65×10^{-2} . Además, es importante mencionar como para las puertas de control CRX y CRY los valores de máxima imperfección son los mismos, con 7.0×10^{-2} , pero en calibraciones distintas del parámetro

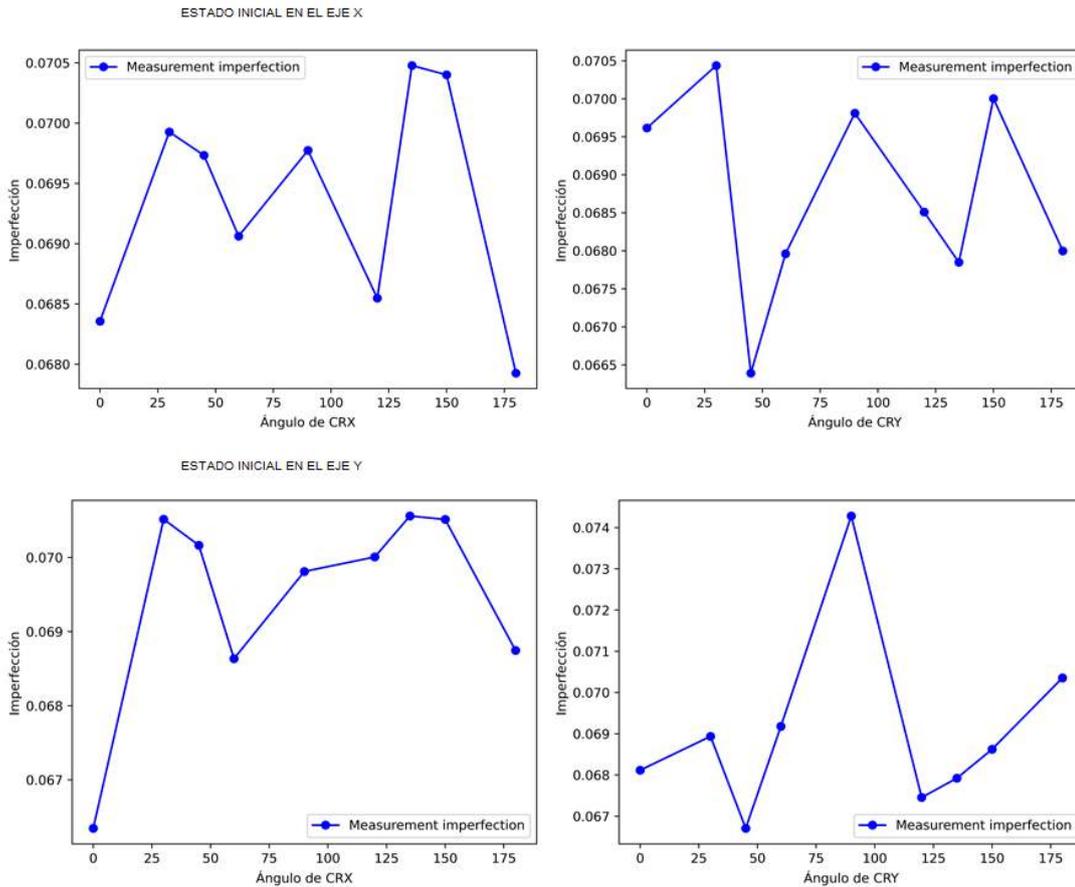


Ilustración 3-16: Defecto de las medidas empleadas en el proceso de modificación de coherencia controlada en conjunto a la mitigación de errores de las diferentes calibraciones generales de los parámetros de entrelazamiento y fase relativa.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

de entrelazamiento, a saber: en CRX es para 135° , que recordemos está relacionado con una alta entropía y una disipación de energía superior al límite de Landauer; y por otro lado en la puerta de control CRY, la misma cantidad de imperfección es encontrada pero en el ángulo de 30° , que está relacionado con una baja entropía, y se encuentra por debajo del límite de Landauer, además que en el análisis de la fidelidad fuimos capaces de apreciar como para esta calibración angular del parámetro de entrelazamiento, los parámetros de RZ poseen mucha más libertad de modificación de la información alojada en el sistema a diferencia del caso de CRX(135°).

- Por el contrario, los resultados de la imperfección de las medidas para las puertas de control en la preparación inicial del sistema en el eje Y presentan un comportamiento totalmente distinto al de la preparación en el eje X, puesto en este caso tiene una evolución errática, sin alguna señal de comportamiento oscilatorio o patrón alguno. Aún así se puede rescatar el hecho de tener puntos de máxima imperfección y puntos de mínima imperfección para

el parámetro de entrelazamiento. Así, vemos que el valor más alto es el de la calibración de CRY(90), con una imperfección máxima de 7.4×10^{-2} , incluso superior a las encontradas en la preparación inicial del eje X , aún así, dicha calibración posee entropías cercanas al 0.5 y de disipación de energía apenas por debajo del límite de Landauer, pero con poca libertad de modificar la información en el sistema. Por el contrario, el valor más bajo de imperfección, se encuentra en la calibración CRX(0), la cual no presenta ser un caso interesante, puesto el parámetro de entrelazamiento sigue siendo nulo a pesar de su uso.

Por consiguiente, somos testigos de como el defecto de medida proporciona una herramienta útil para poder calibrar de mejor manera los procesadores cuánticos, permitiéndonos acceder a puntos de menor imperfección, o por el contrario, de mayor imperfección. Cualquiera sea el caso, no podemos negar que los comportamientos de las preparaciones iniciales del sistema en el eje X poseen un actuar interesante al ser oscilatorios, regalándonos así una ventaja al seleccionar esta preparación inicial, además de que fueron en los casos en donde la mitigación de errores logró mimetizar, en términos de entropía, el comportamiento de los procesadores ideales.

Finalmente, podemos concluir que dependiendo de la evolución de la curva de defecto de medida se pueden generar relaciones, o no, en las cantidades de errores presentes en los datos y la disipación de energía además de la libertad de modificación de la coherencia controlada, puesto fuimos testigos de como para ciertos casos hay disipaciones de baja energía con alta libertad de modificación de la información cuántica, al igual que el caso contrario en donde dicha disipación de energía es superior al límite de Landauer e impide obtener gran conocimiento de la información alojada en el sistema. Independientemente de aquello, el defecto de medida se vuelve una cantidad que puede relacionar la imperfección del procesador cuántico con la cantidad de energía que se disipa debido a procesamientos de información, por lo que será una cantidad clave en futuras investigaciones.

CAPÍTULO IV

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1. Conclusiones

Se reconoció como dependiendo del tipo de preparación inicial de superposición que se le haya aplicado al sistema, ejes X o Y de la esfera de Bloch, la entropía en dicho estado será determinante en el estudio del aumento o disminución de la disipación de energía, dada la existente relación lineal entre esta última y la variación de entropía del sistema ΔS . Esto sucede a causa de que todas las preparaciones iniciales del sistema en el eje X poseen, en promedio, entropías iniciales más pequeñas, y por ende poco influenciadas en la diferencia con la entropía final, contrario de las preparaciones en el eje Y , que aunque es levemente mayor, provoca un comportamiento diferente, disminuyendo la variación ΔS .

Por otro lado, al aplicar el proceso de modificación de coherencia controlada para todas las calibraciones establecidas en el diseño experimental, fuimos capaces de identificar como el incremento del parámetro de entrelazamiento provoca un incremento en la entropía final del sistema, evolucionando, para los resultados no mitigados, de un sistema de estado parcialmente puro a un estado totalmente mixto; además, la evolución del parámetro de fase relativa solo provoca fluctuaciones entre el valor medio de las entropías finales, con desviaciones estándares en el orden de magnitud de $\times 10^{-3}$ para todas las configuraciones de las puertas de control rotacional (CRX y CRY) y la puerta RZ. Adicionalmente, para dichos resultados no mitigados, pudimos observar como el comportamiento del reservorio, en su calidad de depósito, fue similar en todas las calibraciones generales, identificando como para todas las preparaciones iniciales de las puertas de control, es decir, para el valor $\gamma_0 = 0$ en CRX y CRY, se presencia una entropía base diferente al valor nulo, por más que no se esté modificando en absoluto el parámetro angular de las puertas de control, concluyendo así que solo el hecho de implementar un entrelazamiento entre ambos qubits, provocaría el incremento de la entropía en los mismos, modificando a la vez la fidelidad inicial del sistema que aloja información mediante el valor de γ_0 crece hasta la saturación total del reservorio en el ángulo de 180° , provocando la disminución progresiva de la fidelidad inicial del sistema, tal como se observó en los gráficos de las fidelidades, y por ende impidiéndonos acceder a la mayor cantidad de información posible. Como consecuencia de esto último, estamos en la capacidad de categorizar a las diferentes calibraciones de las puertas de control en dos tipos de procesamiento de información: reversible e irreversible; esto debido a que, independientemente

de la puerta de control rotacional, la información contenida en el sistema para los valores de γ_0 entre 0° y 60° muestran curvas de fidelidades iniciales y finales para los valores del parámetro de fase relativa entre 0.99 y 0.96, permitiéndonos modificar desde un 100% a un 80% la información contenida en el sistema, a la vez que nos concede reconstruirla en la misma cantidad, por ende, las curvas en este rango de las puertas de control estarían en la categoría de procesamiento de información reversible. Por el contrario, el incremento del valor del parámetro de entrelazamiento, fuera del rango anterior, nos somete a acceder a menor cantidad de información contenida en el sistema, con valores máximos de fidelidades iniciales y finales de 0.9 y mínimas de 0.6, a la vez que el rango de accesibilidad de información es cada vez más pequeño hasta convertirse casi totalmente invariable en la preparación máxima del valor angular de entrelazamiento 180° , donde cada vez tendremos acceso a una menor sección de información, y el resto de información a la cuál nunca tuvimos acceso está perdida para siempre de manera irreversible, por ende los valores de γ_0 van convirtiendo al procesamiento de información del sistema de parcialmente reversibles a totalmente irreversibles para este último rango de valores.

Una vez definido el proceso de eliminación de información, se analizó la energía disipada, objeto principal de estudio de esta investigación, y logramos observar como el crecimiento de dicha disipación fue aumentando a proporción que aumentaba la variación de entropía del sistema, es decir, mediante el ángulo de entrelazamiento aumenta también lo hace la cantidad de energía emitida al ambiente o reservorio, obteniendo así rangos de energía disipada entre 10^{-9} y 10^{-6} eV, cantidades de energías pequeñas, que no logran incluso alcanzar el nivel energético del estado de excitación de una computadora cuántica real. Además, se pudo evidenciar como el rápido crecimiento de la energía disipada se fue apaciguando mediante se acercaba al límite de Landauer, el límite de mínima disipación de energía postulado en el principio de Landauer, con un valor de $\Delta S = \ln(2)$, no obstante dicho límite se postuló en el contexto de la teoría de información clásica, sin embargo, somos capaces de notar como existen disipaciones por debajo de este límite inferior cuando se experimenta en el contexto de la mecánica cuántica. Más aún, es sorprendente notar que dichos valores de disipación de energía, menores al predicho por Landauer hace ya más de cinco décadas, corresponden exactamente a los valores de γ_0 que entran dentro de la categorización de reversibilidad en el procesamiento de información, en otras palabras, dichos valores corresponden a un proceso reversible, no obstante el valor de 90° , que no pertenece directamente a un proceso reversible, está por debajo de este límite clásico, pero cercano, por lo que tiene un comportamiento parcialmente reversible dado que todavía tiene acceso de un 90% de la información inicial del sistema. Más sorprendente aún es notar que el resto de valores considerados procesos irreversibles se encuentran a partir del límite de Landauer, tomando a este mismo como

una frontera del tipo de procesamiento de información que poseemos. Así, concluimos que existe una relación entre la reversibilidad del procesamiento de información y el límite de Landauer en el contexto de la mecánica cuántica, siendo este último una frontera que divide las categorías de los comportamientos del procesamiento entre reversibles e irreversibles, tanto si la disipación de energía se encuentra por debajo o por encima de dicho límite clásico, respectivamente.

Por lo tanto, el modelo computacional que se generó para estudiar la disipación de energía a causa de la eliminación, o mejor dicho modificación de información en un sistema de espín, nos ayudó a alcanzar y caracterizar el límite mínimo de disipación de energía propuesto por Landauer, al hacer uso de un procesador cuántico virtual que mimetiza el comportamiento de `ibm_perth`, es decir, copia la calidad del procesador cuántico real; además, nos permitió conocer un comportamiento exclusivo de la mecánica cuántica, teniendo procesamientos de información reversibles por debajo del límite mínimo predicho clásicamente, puesto se esperaba que la disipación de energía se debiera comportar como lo hacen los resultados del procesamiento irreversible, es decir para los valores del parámetro de entrelazamiento entre 120° y 180° , no obstante, el criterio de la mecánica cuántica enriquece la teoría de información revelando características poco intuitivas de la naturaleza pero levantadas sobre los hombros de la evidencia científica.

Por último, con el fin de analizar la relación que existe entre la disipación de energía con el error en las medidas, se logró aplicar de manera efectiva el procedimiento de mitigación de errores para los distintos circuitos cuánticos de estudio. De esta manera, fuimos capaces de observar como la mitigación de errores provocó una disminución de la entropía inicial del sistema para todas las calibraciones en los distintos ejes, de hecho las redujo en un orden de magnitud, provocando así que la variación de entropía ΔS aumente. Además, se logra apreciar como el comportamiento del reservorio de nunca permanecer vacío desaparece para las aplicaciones iniciales de las puertas de control al utilizar $\gamma_0 = 0$. Estos efectos mencionados son producto de la reducción del ruido presente en las medidas como consecuencia de la mitigación de errores. Por tanto, se genera mayor disipación de energía al mitigar, aunque mínima pero significativa debido a que los niveles de las entropías aumentaron, es decir, se saturan de mayor incertidumbre tanto el sistema como el reservorio. Finalmente, adicional al análisis previo, la utilización de las matrices de correlación nos llevó a la definición del defecto de medida, cantidad que brinda a este trabajo de investigación uno de sus resultados más importantes, puesto esta relación matemática será muy útil para cuantizar la imperfección de los procesadores cuánticos reales, sin importar el número de qubits presentes en ellos, y por ende, brindando una herramienta que ayude a discriminar las configuraciones que dan resultados imperfectos y llenos de errores.

4.2. Recomendaciones

1. Con el fin de mejorar la calidad científica de los estudiantes de la carrera de Física de la Escuela Superior Politécnica del Chimborazo, recomendamos se pueda generar convenios de mutua cooperación con empresas como IBM, las cuales poseen procesadores cuánticos reales. Debido a que los gastos económicos para la utilización de las computadoras cuánticas reales en servidores privados sigue siendo de poco o nulo acceso para estudiantes de pregrado, lo que limita localmente esta área de investigación vanguardista como lo es la computación cuántica e información cuántica. Dicho esto, se recomienda además ejecutar los circuitos presentes en esta investigación sobre procesadores cuánticos reales, con el fin de comparar lo acertado de los resultados de la simulación.
2. También, con motivo de llevar esta investigación a un nivel más extenso, recomendamos la utilización de más qubits, tanto para el sistema como para el reservorio, además de la implementación de algún tipo de información previamente codificada, como por ejemplo el de las operaciones elementales de suma y multiplicación de números naturales, o números reales, ya que sería de gran interés conocer cual es la relación que existe entre la disipación de energía y la modificación de información en sistemas de estudio debido a la ejecución de operaciones lógicas.
3. Por último, recomendamos realizar mapeos más extensos sobre el comportamiento de las cantidades entrópicas y relacionadas, además del defecto de medida, es decir, implementar un recorrido de toda la esfera de Bloch para los parámetros angulares de las puertas de preparación de superposición inicial, de control rotacional y RZ, y no tan solo limitarse al plano XY , con el fin de describir en forma más completa dichas medidas computacinoales, de las cuales tal vez nazca un comportamiento incluso más interesante que el de los resultados de esta investigación.

BIBLIOGRAFÍA

BERGER, C & CASELLA, G, 2001. Statistical inference, Duxbury Press, N. Scituate, MA. [Google Scholar].

BHARTI, Kishor & CERVERA-LIERTA, Alba & KYAW, Thi Ha & HAUG, Tobias & ALPERIN-LEA, Sumner & ANAND, Abhinav & DEGROOTE, Matthias & HEIMONEN, Hermanni & KOTTMANN, Jakob S & MENKE, Tim, et al., 2022. Noisy intermediate-scale quantum algorithms. *Reviews of Modern Physics*. Vol. 94, no. 1, p. 015004.

BÉRUT, A. & ARAKELYAN, A. & AL, Petrosyan A. et, 2012. Experimental verification of Landauer's principle linking information and thermodynamics, 187–189.

CRICKMORE, Jonathan & PUTHOOR, Ittoop V & RICKETTI, Berke & CROKE, Sarah & HILLERY, Mark & ANDERSSON, Erika, 2020. Unambiguous quantum state elimination for qubit sequences. *Physical Review Research*. Vol. 2, no. 1, p. 013256.

DAVID, Reeb & WOLF, Michael M., 2014. An improved Landauer principle with finite-size corrections.

FRANK ZHIGANG, Wang, 2022. Breaking Landauer's bound in a spin-encoded quantum computer.

GELLER, Michael R, 2020. Rigorous measurement error correction. *Quantum Science and Technology*. Vol. 5, no. 3, 03LT01.

GONÇALVES, Douglas S & GOMES-RUGGIERO, Márcia A & LAVOR, Carlile & FARÍAS, Osvaldo Jiménez & RIBEIRO, PH, 2011. Local solutions of maximum likelihood estimation in quantum state tomography. *arXiv preprint arXiv:1103.3682*.

HANKS, Simeon R, 2021. Error Detection in Quantum Algorithms.

HORODECKI, Michal & HORODECKI, Ryszard & DE, Aditi Sen & SEN, Ujjwal, 2003. No-deleting and no-cloning principles as consequences of conservation of quantum information. *arXiv preprint quant-ph/0306044*.

JAMES, Daniel F. V. & KWIAT, Paul G. & MUNRO, William J. & WHITE, Andrew G., 2001. Measurement of qubits. *Phys. Rev. A*. Vol. 64, p. 052312. Available from DOI: 10.1103/PhysRevA.64.052312.

JANET, Anders & SAROOSH, Shabbir & STEFANIE, Hilt & ERIC, Lutz, 2010. Landauer's principle in the quantum domain. Pp. 13–18.

- JATTANA, Manpreet Singh & JIN, Fengping & DE RAEDT, Hans & MICHELESEN, Kristel**, 2020. General error mitigation for quantum circuits. *Quantum Information Processing*. Vol. 19, pp. 1–17.
- JOZSA, Richard**, 1994. Fidelity for mixed quantum states. *Journal of modern optics*. Vol. 41, no. 12, pp. 2315–2323.
- JOZSA, Richard**, 2002. A stronger no-cloning theorem. *arXiv preprint quant-ph/0204153*.
- KLEIN, O.**, 1931. Zur quantenmechanischen begründung des zweiten hauptsatzes der wärmelehre. *Phys.* 72, 767–775.
- KOCH, Jens & TERRI, M Yu & GAMBETTA, Jay & HOUCK, Andrew A & SCHUSTER, David I & MAJER, Johannes & BLAIS, Alexandre & DEVORET, Michel H & GIRVIN, Steven M & SCHOELKOPF, Robert J**, 2007. Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box. *Physical Review A*. Vol. 76, no. 4, p. 042319.
- LANDAUER, R.**, 1961. Irreversibility and heat generation in the computing process. Pp. 183–191.
- LUBKIN, E.**, 1987. Keeping the entropy of measurement: Szilard revisited.
- MICHAEL A, Nielsen & CHUANG, Isaac L.**, 2010. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge: Cambridge University Press.
- OLLI-PENTTI, Saira & MATHENY, Matthew H. & RAJ, Katti & WARREN, Fon & GREGORY, Wimsatt & CRUTCHFIELD, James P. & SIYUAN, Han & ROUKES, Michael L.**, 2020. Nonequilibrium thermodynamics of erasure with superconducting flux logic.
- ORLOV, O. Alexei & LENT, Craig S. & THROPE, Cameron C. & BOECHLER, Graham P. & SNIDER, Gregory L.**, 2012. Experimental Test of Landauer’s Principle at the Sub-kBT Level.
- PLENIO, M. B. & VITELLI, V.**, 2001. The physics of forgetting: Landauer’s erasure principle and information theory, pp. 25–60.
- PRESKILL, John**, 2018. Quantum computing in the NISQ era and beyond. *Quantum*. Vol. 2, p. 79.
- SHANNON, Claude Elwood**, 1948. A mathematical theory of communication. *The Bell system technical journal*. Vol. 27, no. 3, pp. 379–423.
- TAN VAN, Vu & KEIJI, Saito**, 2021. Finite-Time Quantum Landauer Principle and Quantum Coherence.
- WOOTTERS, William K & ZUREK, Wojciech H**, 1982. A single quantum cannot be cloned. *Nature*. Vol. 299, no. 5886, pp. 802–803.

XU, FangXing & CHEN, Wei & WANG, Shuang & YIN, ZhenQiang & ZHANG, Yang & LIU, Yun & ZHOU, Zheng & ZHAO, YiBo & LI, HongWei & LIU, Dong, et al., 2009. Field experiment on a robust hierarchical metropolitan quantum cryptography network. *Chinese Science Bulletin*. Vol. 54, no. 17, pp. 2991–2997.

YAN, L. L. & XIONG, T. P. & REHAN, K. & ZHOU, F. & LIANG, D. F. & CHEN, L. & ZHANG, J. Q. & YANG, W. L. & MA, Z. H. & FENG., M., 2018. Single-Atom Demonstration of the Quantum Landauer Principle.

YAO, Shen & LIANG, Hao & GUI-LU, Long, 2010. A comparative study of quantum and classical deletion. *Communications in Theoretical Physics*. Vol. 53, no. 3, p. 486.



ANEXOS

ANEXO A: CÓDIGO DE TOMOGRAFÍA DE ESTADOS PARA UN QUBIT

```
for pp in range(2):
    S = np.zeros((4, 1), dtype=float) # Bloch vector
    rho_exp = np.zeros((2, 2), dtype=complex) # Matriz de
    ↪ densidad experimental

    # Reconstrucción del vector de Bloch
    S[0] = Tot_P0c[3*pp] + Tot_P1c[3*pp]
    S[1] = Tot_P0c[1 + 3*pp] - Tot_P1c[1 + 3*pp]
    S[2] = Tot_P1c[2 + 3*pp] - Tot_P0c[2 + 3*pp]
    S[3] = Tot_P0c[3*pp] - Tot_P1c[3*pp]

    print("Bloch vector:\n", S)

    # Reconstrucción de Density Matrix experimental
    for qq in range(4):
        rho_exp = rho_exp + 0.5*S[qq][0]*sigma[qq]

    print("Rho experimental:\n", rho_exp)
    Tot_Rho_exp_init.append(rho_exp)

    t0 = [1.3, 0.7, 0.8, 1.2]

    # Proceso MLE para Rho
    ret = minimize(GetE, t0, method='SLSQP', args=(rho_exp))

    rho_init_mle = M_tomog(ret.x)
    Tot_mle_init.append(rho_init_mle)

    # print("Verificación traza unitaria:",
    ↪ np.trace(rho_init_mle))

    # Pureza
```

```

Pur = np.trace(np.matmul(rho_init_mle, rho_init_mle))
Tot_Pur_init.append(Pur)

# Entropía
Entro = entropy_vn(rho_init_mle)
Entrop_init.append(Entro)

```

ANEXO B: DECOHERENCIA CONTROLADA

$$\begin{aligned}
|R\rangle|S\rangle &= \\
&= |0^R\rangle \left(\widehat{H} |0^S\rangle \right) \\
&= |0^R\rangle \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(|0^S\rangle + |1^S\rangle) \right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0^R\rangle|0^S\rangle + |0^R\rangle|1^S\rangle) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0^R\rangle|0^S\rangle + \widehat{RX}|0^R\rangle|1^S\rangle) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0^R\rangle|0^S\rangle + \widehat{RX}|0^R\rangle\widehat{RZ}|1^S\rangle) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|0^R\rangle|0^S\rangle + (\cos \frac{\theta_1}{2} |0^R\rangle - i \sin \frac{\theta_1}{2} |1^R\rangle)(e^{i\theta_2/2} |1^S\rangle) \right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|0^R\rangle|0^S\rangle + \cos \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{i\theta_2/2} |0^R\rangle|1^S\rangle - i \sin \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{i\theta_2/2} |1^R\rangle|1^S\rangle \right].
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widehat{\rho}_{rs} &= |R\rangle|S\rangle\langle R|\langle S| \\
&= \frac{1}{2} \left(|0^R\rangle|0^S\rangle + \cos \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{i\theta_2/2} |0^R\rangle|1^S\rangle - i \sin \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{i\theta_2/2} |1^R\rangle|1^S\rangle \right) \dots \\
&\dots \left(\langle 0^R|\langle 0^S| + \cos \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{-i\theta_2/2} \langle 0^R|\langle 1^S| + i \sin \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{-i\theta_2/2} \langle 1^R|\langle 1^S| \right) \\
&= \frac{1}{2} \left[|0^R\rangle|0^S\rangle\langle 0^R|\langle 0^S| + \cos \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{-i\theta_2/2} |0^R\rangle|0^S\rangle\langle 0^R|\langle 1^S| + \dots \right. \\
&\dots + i \sin \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{-i\theta_2/2} |0^R\rangle|0^S\rangle\langle 1^R|\langle 1^S| + \cos \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{i\theta_2/2} |0^R\rangle|1^S\rangle\langle 0^R|\langle 0^S| + \dots \\
&\dots + \cos^2 \frac{\theta_1}{2} |0^R\rangle|1^S\rangle\langle 0^R|\langle 1^S| + i \sin \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} |0^R\rangle|1^S\rangle\langle 1^R|\langle 1^S| - \dots \\
&\dots - i \sin \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{i\theta_2/2} |1^R\rangle|1^S\rangle\langle 0^R|\langle 0^S| - i \sin \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} |1^R\rangle|1^S\rangle\langle 0^R|\langle 1^S| + \dots \\
&\left. \dots + \sin^2 \frac{\theta_1}{2} |1^R\rangle|1^S\rangle\langle 1^R|\langle 1^S| \right].
\end{aligned}$$

Una vez determinada la matriz de densidad se procede a aplicar la plaza parcial del reservorio

para poder determinar el estado del sistema, tal que:

$$\hat{\rho}_s = Tr_R(\hat{\rho}_{RS}) = \sum_{u=0}^N \left(\langle \phi_u | \otimes \hat{I}_S \right) \hat{\rho}_{RS} \left(| \phi_u \rangle \otimes \hat{I}_S \right),$$

sabiendo que la base ortonormal de R es $\{ | \phi_u \rangle \}_{u=0}^1 = \{ | 0^R \rangle, | 1^R \rangle \}$, por tanto

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_s &= [\langle 0^R | \otimes (| 0^S \rangle \langle 0^S | + | 1^S \rangle \langle 1^S |)] \hat{\rho}_{RS} [| 0^R \rangle \otimes (| 0^S \rangle \langle 0^S | + | 1^S \rangle \langle 1^S |)] + \dots \\ &\dots + [\langle 1^R | \otimes (| 0^S \rangle \langle 0^S | + | 1^S \rangle \langle 1^S |)] \hat{\rho}_{RS} [| 1^R \rangle \otimes (| 0^S \rangle \langle 0^S | + | 1^S \rangle \langle 1^S |)], \end{aligned}$$

haciendo uso de la propiedad del producto $\langle A | \otimes | B \rangle \langle B | = | B \rangle \langle AB |$

$$\hat{\rho}_s = [| 0^S \rangle \langle 0^R 0^S | + | 1^S \rangle \langle 0^R 1^S |] \hat{\rho}_{RS} [| 0^R 0^S \rangle \langle 0^S | + | 0^R 1^S \rangle \langle 1^S |] + \dots \quad (a)$$

$$\dots + [| 0^S \rangle \langle 1^R 0^S | + | 1^S \rangle \langle 1^R 1^S |] \hat{\rho}_{RS} [| 1^R 0^S \rangle \langle 0^S | + | 1^R 1^S \rangle \langle 1^S |] \quad (b),$$

resolviendo individualmente (a) y (b),

(a)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left[| 0^S \rangle \langle 0^R 0^S | + \cos \frac{\theta_1}{2} e^{-i\theta_2/2} | 0^S \rangle \langle 0^R 1^S | + i \sin \frac{\theta_1}{2} e^{-i\theta_2/2} | 0^S \rangle \langle 1^R 1^S | + \dots \right. \\ &\dots + \cos \frac{\theta_1}{2} e^{i\theta_2/2} | 1^S \rangle \langle 0^R 0^S | + \cos^2 \frac{\theta_1}{2} | 1^S \rangle \langle 0^R 1^S | + i \sin \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} | 1^S \rangle \langle 1^R 1^S | \left. \right] \dots \\ &\dots [| 0^R 0^S \rangle \langle 0^S | + | 0^R 1^S \rangle \langle 1^S |] \\ &= \frac{1}{2} \left[| 0^S \rangle \langle 0^S | + \cos \frac{\theta_1}{2} e^{-i\theta_2/2} | 0^S \rangle \langle 1^S | + \cos \frac{\theta_1}{2} e^{i\theta_2/2} | 1^S \rangle \langle 0^S | + \cos^2 \frac{\theta_1}{2} | 1^S \rangle \langle 1^S | \right], \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left[-i \sin \frac{\theta_1}{2} e^{i\theta_2/2} | 1^S \rangle \langle 0^R 0^S | - i \sin \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} | 1^S \rangle \langle 0^R 1^S | + \dots \right. \\ &\dots + \sin^2 \frac{\theta_1}{2} | 1^S \rangle \langle 1^R 1^S | \left. \right] [| 1^R 0^S \rangle \langle 0^S | + | 1^R 1^S \rangle \langle 1^S |] \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_1}{2} | 1^S \rangle \langle 1^S |, \end{aligned}$$

reemplazando los resultados obtenemos la matriz de densidad del sistema

$$\hat{\rho}_s = \frac{1}{2} \left[| 0^S \rangle \langle 0^S | + \cos \frac{\theta_1}{2} e^{-i\theta_2/2} | 0^S \rangle \langle 1^S | + \cos \frac{\theta_1}{2} e^{i\theta_2/2} | 1^S \rangle \langle 0^S | + | 1^S \rangle \langle 1^S | \right].$$

Escribiendo esta expresión en forma matricial obtenemos

$$\hat{\rho}_s(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos \frac{\theta_1}{2} e^{-i\theta_2/2} \\ \cos \frac{\theta_1}{2} e^{i\theta_2/2} & 1 \end{pmatrix}.$$

Esta matriz representa el proceso de eliminación de información (reducción de coherencia) del sistema de un qubit en superposición, luego de haber interactuado con otro qubit, reservorio, mediante una puerta de control rotacional ($CRX(\theta_1)$), y posteriormente aplicando una puerta de rotación ($RZ(\theta_2)$) sobre el sistema. Además, cabe mencionar que el mismo procedimiento pero modificando la puerta de control rotacional a $CRY(\theta_1)$ nos lleva a la misma solución de la matriz de densidad del sistema. Por consiguiente, de la matriz $\hat{\rho}_s$ resultante podemos definir el *factor de coherencia controlada* \aleph

$$\aleph(\theta_1, \theta_2) = \cos \frac{\theta_1}{2} \cdot e^{-i\theta_2/2}.$$

Así, podemos reescribir la matriz $\hat{\rho}_s$ como

$$\hat{\rho}_s(\aleph) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \aleph(\theta_1, \theta_2) \\ \aleph^*(\theta_1, \theta_2) & 1 \end{pmatrix}.$$

De manera más general, para una preparación de superposición inicial del sistema diferente a la seleccionada (Hadamard), el proceso es exactamente el mismo, con la diferencia que se debe agregar las amplitudes α y β a $|0^S\rangle$ y $|1^S\rangle$ respectivamente, con sus conjugados correspondientes, obteniendo finalmente la matriz de densidad general de eliminación de coherencia controlada para un subsistema de un modelo espín-bosón como

$$\hat{\rho}_s(\aleph) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^*\aleph(\theta_1, \theta_2) \\ \beta\alpha^*\aleph^*(\theta_1, \theta_2) & |\beta|^2 \end{pmatrix}.$$

ANEXO C: CÓDIGO DE MITIGACIÓN DE ERRORES

```
''' Calibración para mitigación de errores en circuito '''
# Sistema
Q_cir.reset(sys) # reseteo del sistema
Q_cir.measure(1, 204) # primera medición de calibración
Q_cir.reset(sys) # reseteo del sistema
```

```

Q_cir.x(1)
Q_cir.measure(1, 205) # segunda medición de calibración

''' Procesamiento post ejecución del circuito '''

cuentas = Result_exp.get_counts()
Answer = [(k[::-1],v) for k,v in cuentas.items()]
Answer.sort(key = lambda x: x[1], reverse=True)
A = []
for k, v in Answer: A.append( [ int(c) for c in k ] )

''' Matriz de Correlación'''
Correlation = np.array([[0,0], [0,0]])

for pp in range(len(A)):
    for g, pos in enumerate(dat_e[:2]):

        if (A[pp][pos]==0):
            Correlation[g][0] = Correlation[g][0] +
            → Answer[pp][1]
            # print(Correlation[g][0])
        else:
            Correlation[g][1] = Correlation[g][1] +
            → Answer[pp][1]
            # print(Correlation[g][0])

Correlation = Correlation / shots
# Tot_correlation.append(Correlation)
print("Matriz de correlación normalizada: ")
print(Correlation)

# Probabilidades totales corregidas
P0c = np.zeros((Ndataclasica, 1), dtype=float)
P1c = np.zeros((Ndataclasica, 1), dtype=float)

```

```

''' Probabilidades P0 y P1 '''

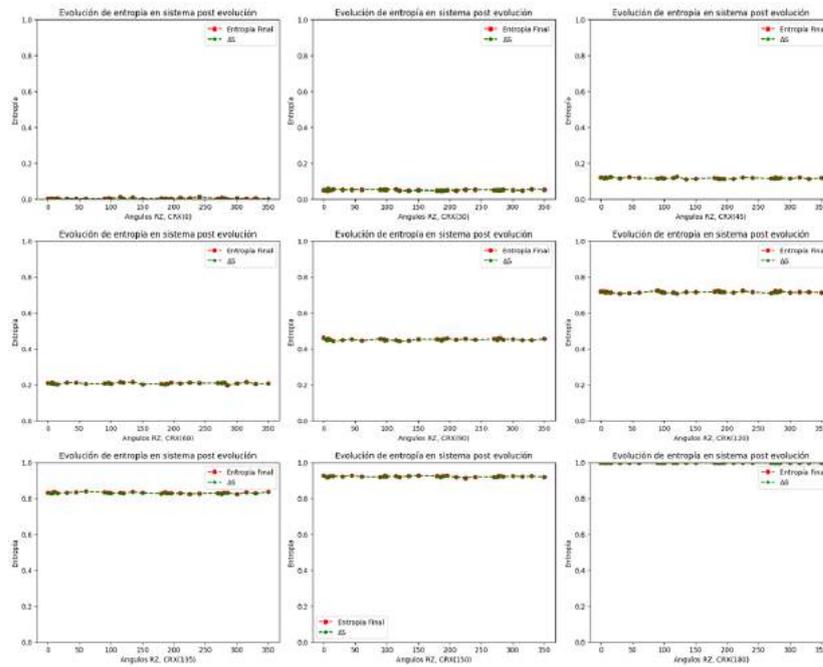
for i in range(len(A)):
    for r in range(Ndataclasica):
        if (A[i][r]==0):
            P0[r] = P0[r] + Answer[i][1]
        else:
            P1[r] = P1[r] + Answer[i][1]

P0 = P0/shots
P1 = P1/shots

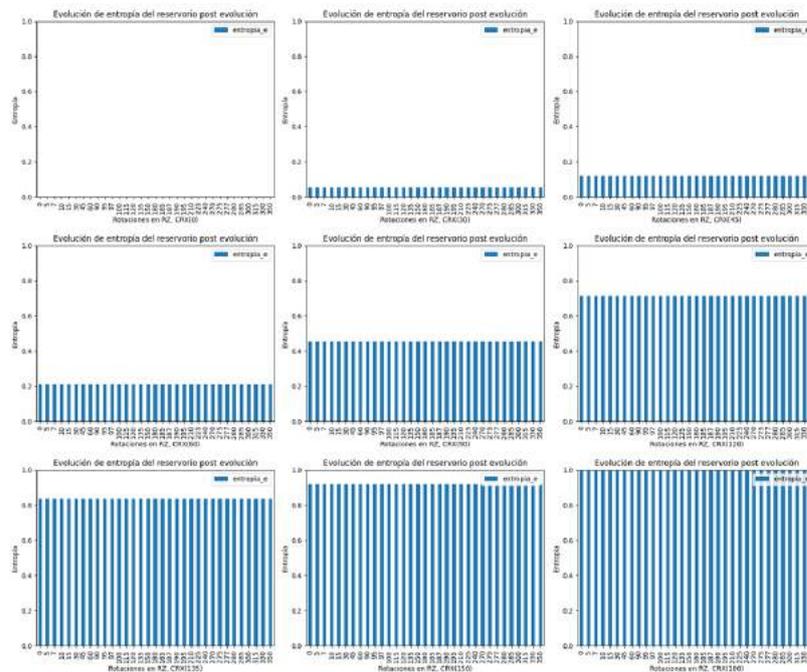
for w in range(Ndataclasica):
    x0 = np.random.rand(2)
    x0 = x0 / sum(x0)
    # print("puntos randoms:", x0)
    # print("")
    cons = ({'type': 'eq', 'fun': lambda x: 1 - sum(x)})
    bnds = tuple((0, 1) for x in x0)
    res = minimize(cuadrados, x0, method='SLSQP',
        ↪ constraints=cons, bounds=bnds, tol=1e-6, args =
        ↪ (P0[w][0], P1[w][0], Correlation))
    # P0c[1] = res.x[0] # punto mínimo encontrado
    # P1c[1] = res.x[1]
    Tot_P0c.append([res.x[0]])
    Tot_P1c.append([res.x[1]])

```

ANEXO D: RESULTADOS ENTRÓPICOS EN LAS CONDICIONES IDEALES DEL PROCESADOR CUÁNTICO QASM



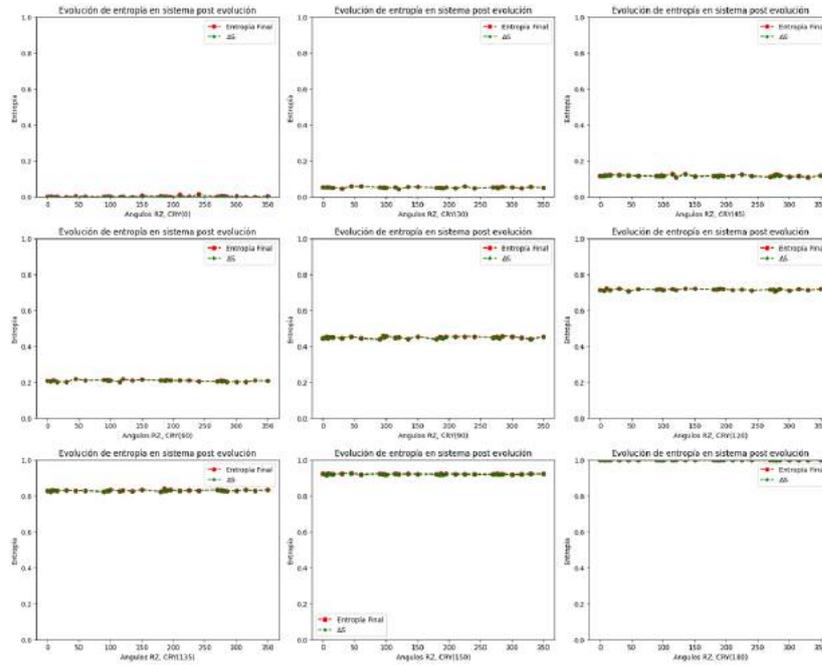
(a) Evolución entrópica del sistema para la configuración del sistema en estado inicial en el eje X .



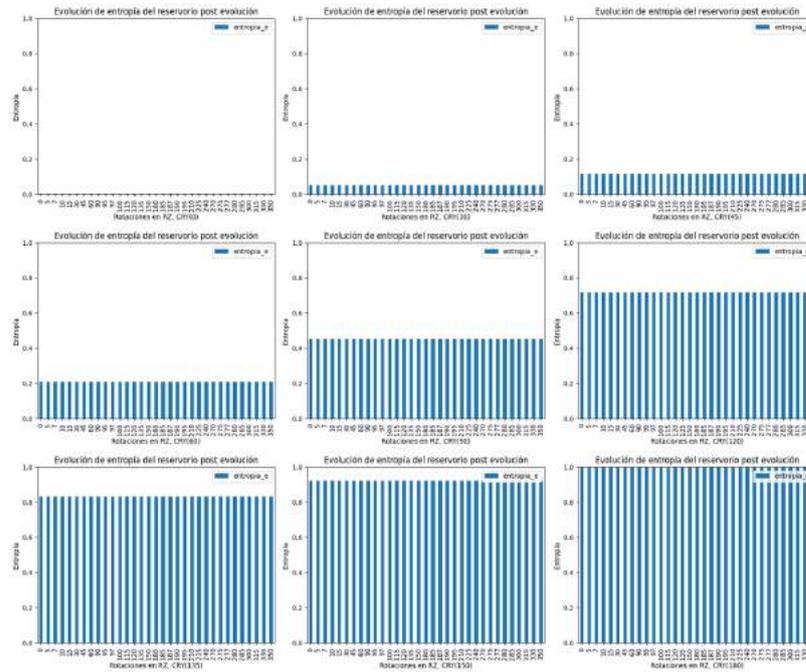
(b) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del sistema en estado inicial en el eje Y

Ilustración 1: Resultados del sistema y reservorio para puerta de control CRX ejecutado en el procesador cuántico de condiciones ideales QASM.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.



(a) Evolución entrópica del sistema para la configuración del sistema en estado inicial en el eje X.



(b) Evolución entrópica del reservorio para la configuración del sistema en estado inicial en el eje Y

Ilustración 2: Resultados del sistema y reservorio para puerta de control CRY ejecutado en el procesador cuántico de condiciones ideales QASM.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.

ANEXO E: RESULTADOS DEL DEFECTO DE MEDIDA EN LAS CONDICIONES IDEALES DEL PROCESADOR CUÁNTICO QASM

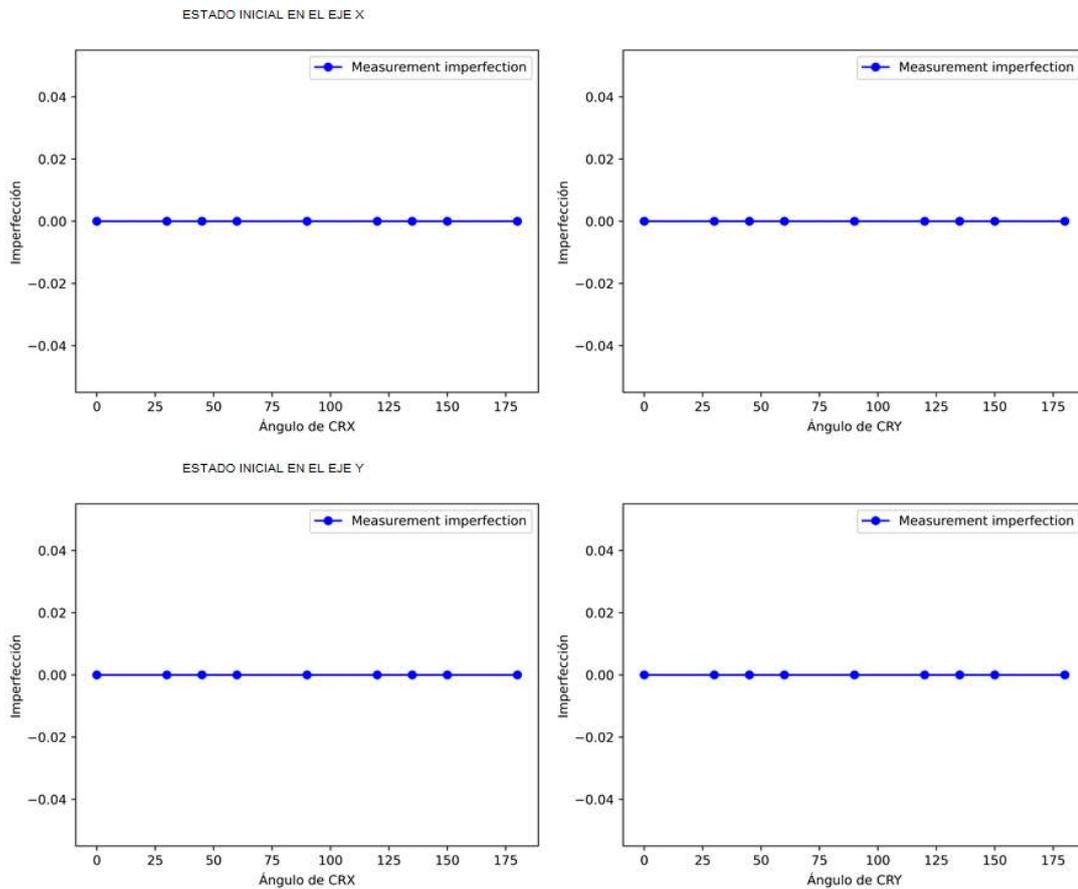


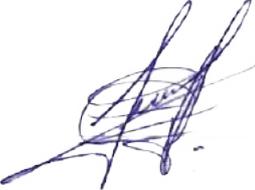
Ilustración 3: Defecto de las medidas empleadas en el proceso de modificación de coherencia controlada en conjunto a la mitigación de errores de las diferentes calibraciones generales de los parámetros de entrelazamiento y fase relativa pero en las condiciones ideales del procesador cuántico QASM.

Realizado por: Cedeño, J. O., 2024.



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO
CERTIFICADO DE CUMPLIMIENTO DE LA GUÍA PARA
NORMALIZACIÓN DE TRABAJOS DE FIN DE GRADO

Fecha de entrega: 17/04/2024

INFORMACIÓN DEL AUTOR
Nombres – Apellidos: Jorge Oswaldo Cedeño Cedeño
INFORMACIÓN INSTITUCIONAL
Facultad: Ciencias
Carrera: Física
Título a optar: Físico
 Jiří Svozilík, PhD. Director del Trabajo de Titulación
 Fis. Julio César Andrade Landeta, MSc. Asesor del Trabajo de Titulación